

学位請求論文

制御を用いた非定常空気力測定法

平成 13 年 1 月 26 日

小松 茂久

目次

1 . 序論	
1.1 . 今後の吊形式橋梁の方向性	1
1.2 . 非定常空気力測定的重要性	1
1.3 . 既存の非定常空気力測定法と問題点	2
a)自由振動法	3
b)強制振動法	3
1.4 . 新測定法開発の必要性	5
1.5 . 本研究の目的	5
2 . 制御を用いた非定常空気力測定法（新測定法）	
2.1 . 新測定法の概念	6
2.2 . 1自由度系に対する検討	
2.2.1 . モデル化	7
2.2.2 . たわみ加振時のたわみについての検討	9
2.3 . 2自由度系に対する検討	
2.3.1 . モデル化	14
2.3.2 . たわみ加振時のたわみについての検討	18
2.3.3 . たわみ加振時のねじれについての検討	23
2.3.4 . ねじれ加振時のねじれについての検討	28
2.3.5 . ねじれ加振時のたわみについての検討	33
3 . システム化のための基礎的実験	
3.1 . システム化に向けての問題点	
3.1.1 . 制御力伝達方法	35
3.1.2 . 非定常空気力定式化の妥当性	35
3.1.3 . 制御システムの安定	36
3.2 . 制御力伝達法検証のための任意減衰率付与実験	
3.2.1 . 実験の目的	37
3.2.2 . 実験理論と装置の概要	37
3.2.3 . 実験上の問題点および解決方法	38
3.2.4 . 実験結果	39

3.2.5 . 実験考察およびまとめ	40
3.3 . 非定常空気力定式化妥当性検証実験	
3.3.1 . 実験の目的	41
3.3.2 . 実験理論と装置の概要	41
3.3.3 . 実験上の留意点および解決方法	43
3.3.4 . 実験方法、解析方法および実験結果	44
3.3.5 . 実験考察およびまとめ	45
4 . 結論	46

謝辞

参考文献

資料

1. 序論

1.1. 今後の吊形式橋梁の方向性

吊形式橋梁において、耐風安定性とねじれ強度に問題がある場合に致命的なフラッター現象が起こることが知られている。タコマ橋落橋の後、剛性を高めることが要求され、より軽量でスレンダーな補剛桁構造から、重厚な補剛トラス構造へと断面形状が変化していった。しかし、重厚な構造は現在の流れである省資源、省予算に逆行するものである。耐風安定性とねじれ強度に問題がない場合は、重厚な補剛トラスではなく、プレートガーダー橋や箱桁構造の橋梁の方が、

鋼重を少なくすることが出来る。

吊部の重量が減るとケーブル、主塔、アンカレッジが小さく出来、コスト減となる。

風による抗力がトラス断面より小さくなり、主塔の設計を経済的に行うことが出来る。

などの理由により経済性の面で有利である。また、今後の架橋を考えると、今後はこれまで主流であった長大橋と比べるとスパンが短く、かつ幅員のあまり大きくない橋の建設が考えられる。

以上のように、今後建設される吊形式の橋梁は、軽量型でねじり剛性の小さなものが多いことが予想される。

1.2. 非定常空気力測定的重要性と問題点

経済性の面で有利である軽量型の吊形式橋梁において、逆に軽量な利点がタコマ橋のようなフラッターを起こさないとも限らず、耐風安定性に対する検討が重要性を増してくる。風洞実験の必要性も高まることとなるが、より正確性を求めて3次元全橋模型実験を行うとなると、設備やコストの面で問題が出てくる。そこで、比較的小型の風洞でも可能な2次元部分模型実験により、断面に対する空力特性を把握し、その結果を橋軸方向に微小断面連続体としての3次元橋梁モデルに入力し、計算により実橋の空力応答を求めよう¹⁾という動きが出てきている。

つまり、fig-1-2-1のように橋軸方向に lump-mass 法によりモデル化された

システムの連立運動方程式が解きうるように右辺に与えられる外力としての空気が入力されなければならないということである。

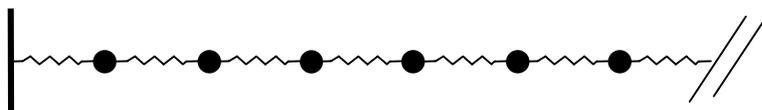


fig-1-2-1

橋軸方向 3 次元橋梁モデル

$$M\ddot{x} + C\dot{x} + Kx = F(x, t)$$

M : lump – mass法でモデル化された橋梁の任意部分の質量matrix

C : lump – mass法でモデル化された橋梁の任意部分の減衰係数matrix

K : lump – mass法でモデル化された橋梁の任意部分の弾性係数matrix

x : lump – mass法でモデル化された橋梁の任意質点の任意時間における変位matrix

\dot{x} : lump – mass法でモデル化された橋梁の任意質点の任意時間における速度matrix

\ddot{x} : lump – mass法でモデル化された橋梁の任意質点の任意時間における加速度matrix

$F(x, t)$: lump – mass法でモデル化された橋梁の任意質点の任意時間における空気力matrix

そして、上記の連立運動方程式を $\dot{x} = Ax$ の形として、複素固有値問題として考え、 A の固有値、固有ベクトルを求めてモード解析を行い、それぞれのモードにおける各断面の変位を線形重ね合わせにより求めて、フラッターの有無を検討することとなる。

以上のように、実際に風洞実験を行って、フラッターの有無を調べるにしろ、計算によりフラッターの有無を検討するにしろ、風洞実験の容易性、精度向上が必要になってくる。

1.3 . 現在の非定常空気力測定法と問題点

気流中で振動する物体に対しては、その物体の変位： $y(t) = A \cos \omega t$ に対して、 β だけ位相が遅れた力が働くと仮定されている。

つまり $F_y(t) = F_0 \cos(\omega t + \beta)$ なる力が働くと仮定すると良いということである。

これは、展開してみると、

$$F_y(t) = F_0 \cos(\omega t + \beta) = F_0 \cos \omega t \cos \beta - F_0 \sin \omega t \sin \beta \text{ となり、}$$

$\dot{y}(t) = -A\omega \sin \omega t$ であるから、

$$F_y(t) = \frac{F_0 \cos \beta}{A} A \cos \omega t + \frac{F_0 \sin \beta}{A\omega} (-A\omega \sin \omega t)$$

ここで $F_{yR} = \frac{F_0 \cos \beta}{A}$, $F_{yI} = \frac{F_0 \sin \beta}{A\omega}$ とおくと

$$F_y(t) = F_{yR}y + F_{yI}\dot{y} \quad \text{となる。}$$

つまり、非定常空気力は変位と速度の関数と考え、加速度比例項は無視しうると考えているのである。

a). 自由振動法

質量： m なる物体を減衰係数： c 、バネ定数： k なるシステムで弾性支持し、無風状態で自由振動させるとその運動方程式は、物体の変位を y として

$m\ddot{y} + c\dot{y} + ky = 0$ で表され、その固有円振動数は $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ で表される。

このシステムに対して送風し、気流中で振動させると、物体に対して非定常空気力が加わるようになる。そして、それは物体の変位速度と変位に比例した成分と考えられる。その運動方程式は、 $m\ddot{y} + c\dot{y} + ky = F_{yI}\dot{y} + F_{yR}y$ となる。

$m\ddot{y} + (c - F_{yI})\dot{y} + (k - F_{yR})y = 0$ という運動方程式により自由振動することとなり、その減衰率が $c - F_{yI}$ に、固有円振動数が $\omega = \sqrt{\frac{k - F_{yR}}{m}}$ に変化する。

この変化を計測し、計算によって空気力を逆算する方法である。

この方法は、強制振動法に比べてコスト面で優位性があるものの、常に物体の振動状態が変化するためであり、線形的でない非定常空気力の測定には精度の面で難点がある。

b). 強制振動法

模型を設定された振幅、周波数で強制振動させ、非定常空気力を直接計測しようとする方法である。模型を強制振動させると模型の質量による慣性力も同時に計測されてしまう。そこで、通常は模型と等価なダミーを用い、強制振動時にダミーに働く慣性力も計測し、模型に働く慣性力と空気力の総和から、慣性力を差し引くという方法が採られる。この場合計測装置が複雑になり、計測装置のコストが高くなる。また、空気力は慣性力に比して小さいので、注意が必要である。しかし、振幅、減衰性、固有円振動数が変わらず、振動状態が明

確であるという利点を持っている。

fig-1-3-1 に、その方法例をあげる。

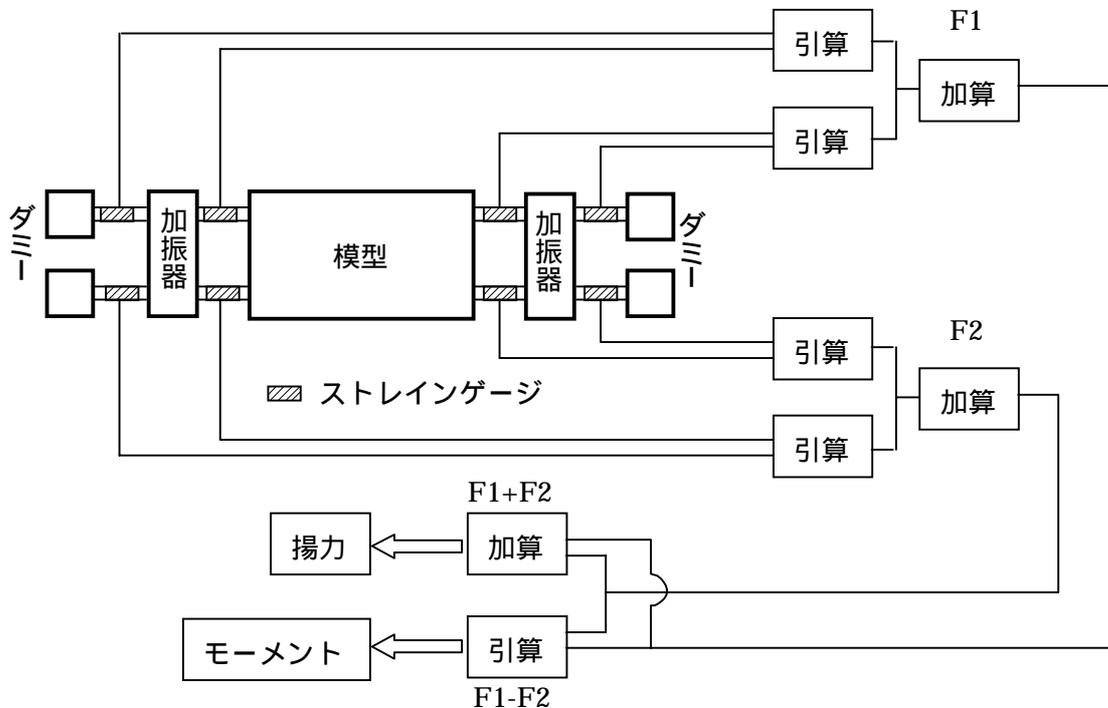


fig-1-3-1

模型を任意の振幅、任意の周波数で加振する。加振器と模型の間にあるストレインゲージでは模型に加わる慣性力と空気力が計測されている。また、加振器と模型の間にあるストレインゲージでは模型に加わる慣性力と等価な力がダミーの慣性力により計測される。これらを引算すると 1/4 の部分における空気力が計算される。それぞれ 4 箇所計測された空気力を前部 2 箇所、後部 2 箇所をそれぞれ加算すると、模型の前部に加わる空気力 : F1 と模型の後部に加わる空気力 : F2 が計算される。この F1 と F2 を加算したものが全体に加わる揚力となり、引算したものが空気力モーメントとなる。

1.4 . 新測定法の必要性

自由振動法、強制振動法、両法ともそれぞれ難点を持っており、その克服が望まれている。また、1つの模型に対してバネ支持実験、非定常空気力測定実験を行う場合、現在の方法では、設定を変更して行わねばならず、過大な時間や労力のためにコストアップとなっているし、風洞の利用効率の面から考えても問題である。そこで、1つの模型に対して、1つの設定でバネ支持実験、非定常空気力測定実験を行う方法が望まれている。

1.5 本研究の目的

風洞実験に対して高精度、コスト安価、高能率が求められている。そこで、制御を用いた新しい測定法を開発し、バネ支持実験、非定常空気力実験をハードは1つの設定で、ソフトのみを入れ替えてカバーしていこうという考え方がある。本研究は、バネ支持実験と同じ設定で、制御を用いて非定常空気力を計測するという命題について理論的展開ならびにシステム化についての基礎的な実験を行うものとする。

2. 制御を用いた非定常空気力測定法（新測定法）

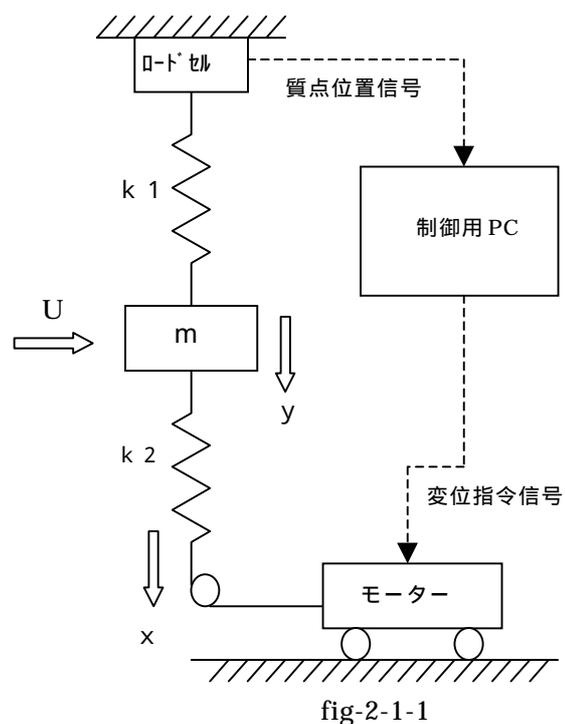
2.1 新測定法の概念

物体の振動によって発生する非定常空気力は、振動系の減衰性や固有円振動数を変化させることから、それは物体の変位速度と変位に比例した成分と考えられる。その運動方程式は、 $m\ddot{y} + c\dot{y} + ky = F_{yI}\dot{y} + F_{yR}y$ によって定式化されると言われている。そこで、 $F_{yI}\dot{y} + F_{yR}y - c\dot{y}$ と等価で符号が逆の力を制御によって振動系にフィードバックしてやることが出来れば、振動系の減衰性や固有円振動数は変化せず、定常状態を実現でき、制御力から計算により空気力を求めることが出来る。この方法は振動状態が明確であるという強制振動法の長所を活かしつつも、強制振動法の難点である慣性力の問題が生じないという大きな利点を持っている。1自由度系としてモデル化する場合が fig-2-1-1 である。

送風中に振動する模型は非定常空気力により、系の振動状態が変化しようとするが、定常状態で振動するように制御を行う。

質点の運動は、質点の位置として、上バネの反力という形でロードセルが検知し、制御用 PC に伝わる。制御用 PC では質点の位置と速度を演算する。質点の位置 DATA をフィードバックし、正弦運動である目標値との位置差速度差を算出し、あらかじめ用意したゲイン値をそれに乗じて加えた値を移動量として振動系に与え、定常状態を保つようにする。

この時の制御により質点に与えた制御力から、あらかじめ計測された振動系の構造減衰から算出される減衰力を減じた力が、その時点での空気力となる。数式で表すと $F_{yI}\dot{y} + F_{yR}y - c\dot{y}$ である。これを制御系と同様に計測系を構築し、計測する。



2.2.1 自由度系に対する検討

2.1 で概説した制御を用いた非定常空気力測定法について、運動方程式、種々のパラメータをラプラス変換した入力関数、伝達関数、出力関数によりブロック線図を描き、制御の実際を明確に表し、かつその入力関数、伝達関数、出力関数により、空気力を求められるかどうかを検討する

2.2.1.1 モデル化

図のように、バネ支持されたシステムを任意の振幅、周波数で強制振動させているところに送風が行われた場合に生じる非定常空気力を制御を用いて測定できるかどうかを検討する。つまり、正弦的に強制振動させている下バネ下端に加えられている変位が空気力に相当する制御量分だけ変化するわけであるので、その制御量から空気力が求まるかどうか検討する。

- k_1 : 上バネ定数
- k_2 : 下バネ定数
- Δk : 送風によるバネ定数変化量
- c : 減衰係数
- Δc : 送風による減衰係数変化量
- m : 質量
- y : 模型変位
- u : 下バネ下端変位

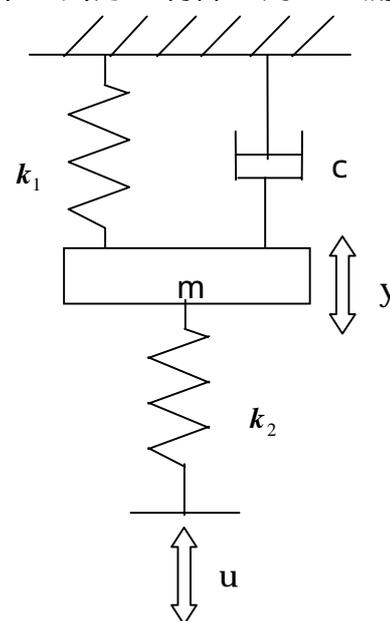


fig-2-2-1-1

1 自由度系モデル図

制御系としては、

正弦的に変化させる物体変位の目標値のラプラス変換を $R(s)$

物体変位の目標値と実際の物体変位の偏差のラプラス変換を $E(s)$

コントローラの伝達関数のラプラス変換を $G(s) = As + B$

コントローラからの出力(制御量)のラプラス変換を $\Delta U(s)$

無風時に物体変位の目標値： $R(s)$ を達成させるために下バネ下端に加える変位のラプラス変換を $U_0(s)$

トータルで下バネ下端に加えられる変位のラプラス変換を $U(s)$ バネマス系の伝達関数のラプラス変換を $F(s)$ 実際の物体変位のラプラス変換を $Y(s)$

とすると、ブロック線図は、fig2-2-1-2 のようになる。

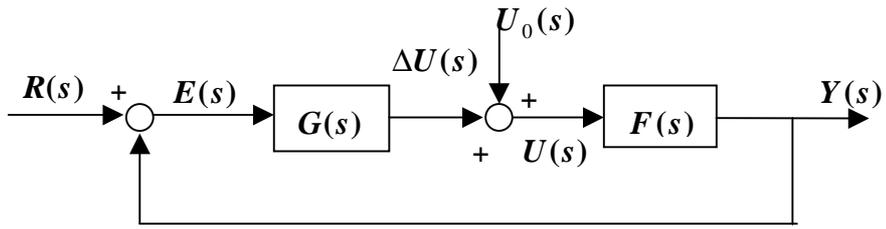


fig-2-2-1-2

2.2.2 . たわみ加振時のたわみについての検討

無風時のバネ マス系における運動方程式は

$$m\ddot{y} + c\dot{y} + (k_1 + k_2)y = k_2 u \quad (2-2-2-1)$$

ラプラス変換して

$$\{ms^2 + cs + (k_1 + k_2)\}Y(s) = k_2 U(s) \quad (2-2-2-2)$$

よって伝達関数 $F(s)$ は

$$F(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{k_2}{ms^2 + cs + (k_1 + k_2)} \quad (2-2-2-3)$$

また $U_0(s)$ を無風時のバネ マス系に入力した出力は $R(s)$ であるので

$$U_0(s) = \frac{R(s)}{F(s)} = \frac{ms^2 + cs + (k_1 + k_2)}{k_2} R(s) \quad (2-2-2-4)$$

無風時のバネ マス系に $R(s)$ なる出力をさせる $U_0(s)$ を前に持ってくる

$$\frac{U_0(s)}{G(s)}$$

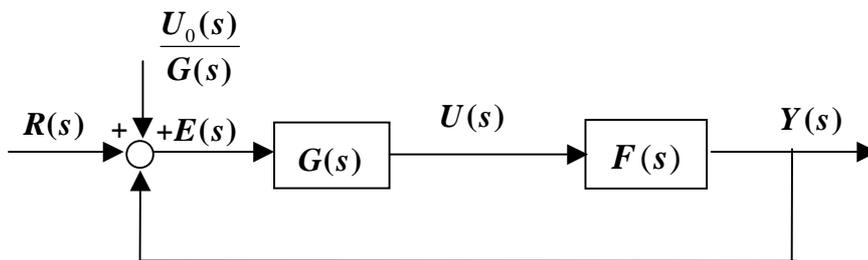


fig-2-2-2-1

ここで、一巡伝達関数： $H(s)$ を求める。つまり fig-2-2-2-2 のブロック線図におきかえることを意味する。

$$(R(s) + \frac{U_0(s)}{G(s)} - Y(s))G(s)F(s) = Y(s)$$

$$\therefore Y(s) = \frac{R(s) + \frac{U_0(s)}{G(s)}}{1 + G(s)F(s)} G(s)F(s)$$

$$\text{よって } H(s) = \frac{Y(s)}{R(s) + \frac{U_0(s)}{G(s)}} = \frac{\frac{R(s) + \frac{U_0(s)}{G(s)}}{1 + G(s)F(s)} G(s)F(s)}{R(s) + \frac{U_0(s)}{G(s)}} = \frac{G(s)F(s)}{1 + G(s)F(s)} \quad (2-2-2-5)$$

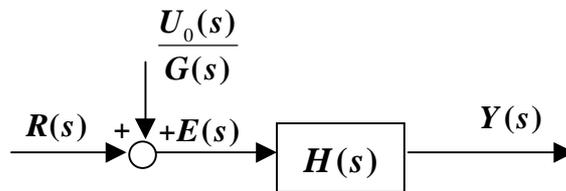


fig-2-2-2-2

$$\begin{aligned} H(s) &= \frac{G(s)F(s)}{1 + G(s)F(s)} = \frac{\frac{(As + B)k_2}{ms^2 + cs + (k_1 + k_2)}}{1 + \frac{(As + B)k_2}{ms^2 + cs + (k_1 + k_2)}} \\ &= \frac{\frac{(As + B)k_2}{ms^2 + cs + (k_1 + k_2)}}{\frac{ms^2 + cs + (k_1 + k_2) + (As + B)k_2}{ms^2 + cs + (k_1 + k_2)}} = \frac{(As + B)k_2}{ms^2 + cs + (k_1 + k_2) + (As + B)k_2} \end{aligned} \quad (2-2-2-6)$$

ここで、送風時のブロック線図を考える。

送風時の減衰率が c から $c + \Delta c$ へ、剛性が $k_1 + k_2$ から $k_1 + k_2 + \Delta k$ に変化したとし、バネ マス系の伝達関数を $\bar{F}(s)$ とすると、

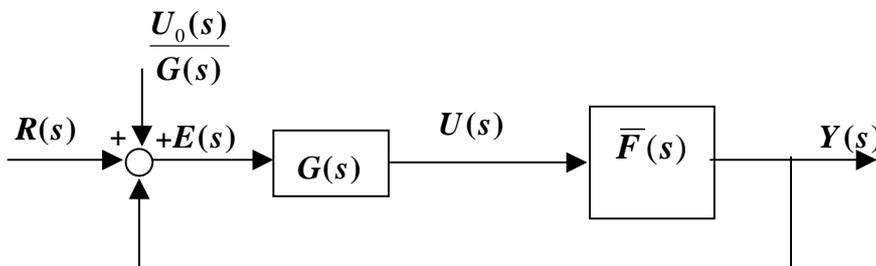


fig-2-2-2-3

この時の運動方程式は

$$m\ddot{y} + (c + \Delta c)\dot{y} + (k_1 + k_2 + \Delta k)y = k_2 u \quad (2-2-2-7)$$

(2-2-2-7)をラプラス変換して

$$\{ms^2 + (c + \Delta c)s + (k_1 + k_2 + \Delta k)\}Y(s) = k_2 U(s) \quad (2-2-2-8)$$

送風時のバネ マス系の伝達関数を $\bar{F}(s)$ とすると(2-2-2-8)より

$$\bar{F}(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{k_2}{ms^2 + (c + \Delta c)s + (k_1 + k_2 + \Delta k)} \quad (2-2-2-9)$$

ここで、一巡伝達関数： $\bar{H}(s)$ を求める。

$$(R(s) + \frac{U_0(s)}{G(s)} - Y(s))G(s)\bar{F}(s) = Y(s)$$

$$\therefore Y(s) = \frac{R(s) + \frac{U_0(s)}{G(s)}}{1 + G(s)\bar{F}(s)} G(s)\bar{F}(s)$$

$$\text{よって } \bar{H}(s) = \frac{Y(s)}{R(s) + \frac{U_0(s)}{G(s)}} = \frac{\frac{R(s) + \frac{U_0(s)}{G(s)}}{1 + G(s)\bar{F}(s)} G(s)\bar{F}(s)}{R(s) + \frac{U_0(s)}{G(s)}} = \frac{G(s)\bar{F}(s)}{1 + G(s)\bar{F}(s)} \quad (2-2-2-10)$$

つまり fig-2-2-2-4 のブロック線図におきかえることを意味する。

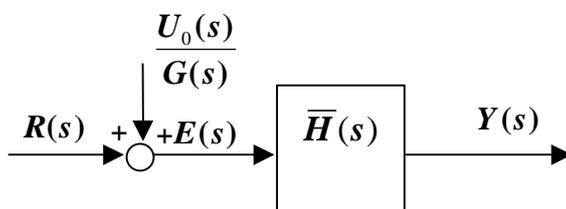


fig-2-2-2-4

(2-2-2-10) を諸量を表すパラメータを用いて書き直すと

$$\bar{H}(s) = \frac{G(s)\bar{F}(s)}{1 + G(s)\bar{F}(s)} = \frac{(As + B)k_2}{1 + \frac{ms^2 + (c + \Delta c)s + (k_1 + k_2 + \Delta k)}{(As + B)k_2}}$$

$$= \frac{(As + B)k_2}{ms^2 + (c + \Delta c)s + (k_1 + k_2 + \Delta k) + (As + B)k_2}$$

$$= \frac{(As + B)k_2}{ms^2 + (c + \Delta c)s + (k_1 + k_2 + \Delta k) + (As + B)k_2} \quad (2-2-2-11)$$

同様に出力 $Y(s)$ は(2-2-2-11)により

$$\begin{aligned} Y(s) &= \left(R(s) + \frac{U_0(s)}{G(s)} \right) \bar{H}(s) = \left(R(s) + \frac{R(s)}{F(s)G(s)} \right) \frac{G(s)\bar{F}(s)}{1 + G(s)\bar{F}(s)} \\ &= R(s) \left(1 + \frac{1}{F(s)G(s)} \right) \frac{G(s)\bar{F}(s)}{1 + G(s)\bar{F}(s)} = \frac{F(s)G(s) + 1}{F(s)G(s)} \frac{G(s)\bar{F}(s)}{1 + G(s)\bar{F}(s)} R(s) = \frac{\bar{H}(s)}{H(s)} R(s) \\ &= \frac{ms^2 + cs + (k_1 + k_2) + (As + B)k_2}{ms^2 + (c + \Delta c)s + (k_1 + k_2 + \Delta k) + (As + B)k_2} R(s) \end{aligned} \quad (2-2-2-12)$$

コントロ ラ の出力は(2-2-2-12)により

$$\begin{aligned} \Delta U(s) &= G(s)(R(s) - Y(s)) = (As + B) \left(1 - \frac{ms^2 + cs + (k_1 + k_2) + (As + B)k_2}{ms^2 + (c + \Delta c)s + (k_1 + k_2 + \Delta k) + (As + B)k_2} \right) R(s) \\ &= (As + B) \left(\frac{ms^2 + (c + \Delta c)s + (k_1 + k_2 + \Delta k) + (As + B)k_2 - ms^2 - cs - (k_1 + k_2) - (As + B)k_2}{ms^2 + (c + \Delta c)s + (k_1 + k_2 + \Delta k) + (As + B)k_2} \right) R(s) \\ &= (As + B) \left(\frac{\Delta cs + \Delta k}{ms^2 + (c + \Delta c)s + (k_1 + k_2 + \Delta k) + (As + B)k_2} \right) R(s) \\ &= \frac{\Delta cs + \Delta k}{\frac{ms^2 + (c + \Delta c)s + (k_1 + k_2 + \Delta k)}{As + B} + k_2} R(s) \end{aligned} \quad (2-2-2-13)$$

ここで、コントロ ラ のゲイン値が十分大きいとすると

$$\Delta U = \frac{\Delta cs + \Delta k}{k_2} R(s) \quad (2-2-2-14)$$

(2-2-2-14)より、 $\frac{\Delta U}{R(s)} \times k_2$ を計算すれば非定常空気力のある任意の時刻における

総和が求まる。

また、

$$\Delta c = \text{imag} \left(\Delta U \times \frac{k_2}{R(s)s} \right) \quad (2-2-2-15)$$

$$\Delta k = \text{real} \left(\Delta U \times \frac{k_2}{R(s)} \right) \quad (2-2-2-16)$$

として、減衰係数の変化分と周波数変化をもたらす見かけのバネ定数変化分とに分け、運動方程式から、物体の変位速度に比例する成分と、物体の変位に比例する成分とに分けて求めることもできる。

2.3 2自由度系の実際の装置化に対する検討

1 自由度系の検討によって、基本的には制御を用いた方法によって、原理的には、非定常空気力を測定できることが予測される。そこで、次にたわみ、ねじれの2自由度系に対して、考え方が拡張できるかどうかを検討する。図のように、バネ支持されたシステムを任意の振幅、周波数で強制振動させているところに送風を行う。生じる非定常空気力によるたわみ、ねじれに伴う模型の姿勢変化を上流、下流それぞれの下バネ変位によって制御する。この制御量によって非定常空気力を測定できるかどうかを検討する。また、空気力を表現するパラメーターとしては、一般的な8個の無次元係数を用いるものとする。

2.3.1 . モデル化

k_1 : 上バネ定数

k_2 : 下バネ定数

c_1, c_2 : 減衰係数

m : 質量

y : 模型鉛直方向変位

u_1, u_2 : 下バネ端変位

a : バネ間隔の半分

b : 半弦長

ρ : 空気密度

W : 風速

L : 模型長

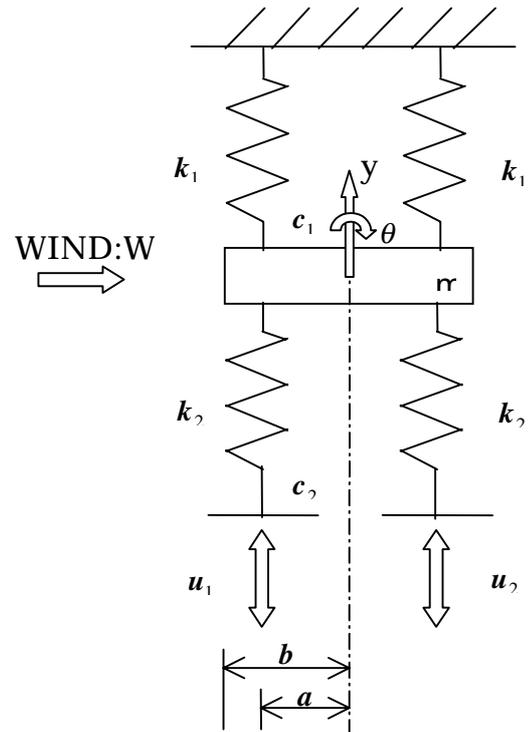


fig-2-3-1-1

2 自由度系モデル図

$$Lift = \pi \rho b^2 L \omega^2 \left(C_{LYR} y + C_{LYI} \frac{\dot{y}}{\omega} + C_{L\theta R} b \theta + C_{L\theta I} \frac{b \dot{\theta}}{\omega} \right) \quad (2-3-1-1)$$

$$Moment = \pi \rho b^3 L \omega^2 \left(C_{MYR} y + C_{MYI} \frac{\dot{y}}{\omega} + C_{M\theta R} b \theta + C_{M\theta I} \frac{b \dot{\theta}}{\omega} \right) \quad (2-3-1-2)$$

ここで $\frac{W}{fb} = \text{const}$ より $\frac{2\pi W}{\omega b} = \text{const}$

ここで無次元振動数を用いて $\frac{\omega b}{W} = K$ とすると $\omega = \frac{WK}{b}$ (2-3-1-3)

(2-3-1-3)を(2-3-1-1), (2-3-1-2)に代入すると

$$\begin{aligned} \text{Lift} &= \pi\rho bL \frac{W^2 K^2}{b^2} \left(C_{LYR}y + C_{LYI} \frac{b}{WK} \dot{y} + C_{L\theta R}b\theta + C_{L\theta I} \frac{b}{WK} b\dot{\theta} \right) \\ &= \pi\rho LW^2 K^2 \left(C_{LYR}y + C_{LYI} \frac{b}{WK} \dot{y} + C_{L\theta R}b\theta + C_{L\theta I} \frac{b}{WK} b\dot{\theta} \right) \end{aligned} \quad (2-3-1-4)$$

$$\begin{aligned} \text{Moment} &= \pi\rho b^3 L \frac{W^2 K^2}{b^2} \left(C_{MYR}y + C_{MYI} \frac{b}{WK} \dot{y} + C_{M\theta R}b\theta + C_{M\theta I} \frac{b}{WK} b\dot{\theta} \right) \\ &= \pi\rho bLW^2 K^2 \left(C_{MYR}y + C_{MYI} \frac{b}{WK} \dot{y} + C_{M\theta R}b\theta + C_{M\theta I} \frac{b}{WK} b\dot{\theta} \right) \end{aligned} \quad (2-3-1-5)$$

制御をかける前の2自由度振動系の送風時の運動方程式は

$$m\ddot{y} + 2(c_1 + c_2)\dot{y} + 2(k_1 + k_2)y = \pi\rho LW^2 K^2 \left(C_{LYR}y + C_{LYI} \frac{b}{WK} \dot{y} + C_{L\theta R}b\theta + C_{L\theta I} \frac{b}{WK} b\dot{\theta} \right) + k_2 u_1 + k_2 u_2 \quad (2-3-1-6)$$

$$I\ddot{\theta} + 2(c_1 + c_2)a\dot{\theta} + 2(k_1 + k_2)a\theta = \pi\rho bLW^2 K^2 \left(C_{MYR}y + C_{MYI} \frac{b}{WK} \dot{y} + C_{M\theta R}b\theta + C_{M\theta I} \frac{b}{WK} b\dot{\theta} \right) + k_2 a u_1 - k_2 a u_2 \quad (2-3-1-7)$$

ここで加振変位を $u = \frac{u_1 + u_2}{2}$ 、 $v = \frac{u_1 - u_2}{2a}$ で表すと(2-3-1-6), (2-3-1-7)は

$$\begin{aligned} m\ddot{y} + 2(c_1 + c_2)\dot{y} + 2(k_1 + k_2)y \\ = \pi\rho LW^2 K^2 \left(C_{LYR}y + C_{LYI} \frac{b}{WK} \dot{y} + C_{L\theta R}b\theta + C_{L\theta I} \frac{b}{WK} b\dot{\theta} \right) + 2k_2 u \end{aligned} \quad (2-3-1-8)$$

$$\begin{aligned} I\ddot{\theta} + 2(c_1 + c_2)a\dot{\theta} + 2(k_1 + k_2)a\theta \\ = \pi\rho bLW^2 K^2 \left(C_{MYR}y + C_{MYI} \frac{b}{WK} \dot{y} + C_{M\theta R}b\theta + C_{M\theta I} \frac{b}{WK} b\dot{\theta} \right) + 2k_2 a^2 v \end{aligned} \quad (2-3-1-9)$$

ここで

模型鉛直方向変位のラプラス変換を $Y(s)$

模型回転角度のラプラス変換を $\Theta(s)$

下バネ下端に加えられる変位のラプラス変換を $U(s)$

下バネ下端に加えられる角度変位のラプラス変換を $V(s)$

とすると

(2-3-1-8),(2-3-1-9)は、ラプラス変換した形で

$$\begin{aligned} & \{ms^2 + 2(c_1 + c_2)s + 2(k_1 + k_2)\}Y(s) \\ &= \pi\rho LW^2 K^2 \left\{ \left(C_{LYR} + C_{LYI} \frac{b}{WK} s \right) Y(s) + b \left(C_{L\theta R} + C_{L\theta I} \frac{b}{WK} s \right) \Theta(s) \right\} + 2k_2 U(s) \end{aligned} \quad (2-3-1-10)$$

$$\begin{aligned} & \{Is^2 + 2(c_1 + c_2)s + 2(k_1 + k_2)\}\Theta(s) \\ &= \pi\rho LW^2 K^2 \left\{ \left(C_{MYR} + C_{MYI} \frac{b}{WK} s \right) Y(s) + b \left(C_{M\theta R} + C_{M\theta I} \frac{b}{WK} s \right) \Theta(s) \right\} + 2k_2 a^2 V(s) \end{aligned} \quad (2-3-1-11)$$

伝達関数を求めるために、(2-3-1-10),(2-3-1-11)を入力、出力でまとめると

$$\begin{aligned} & \{ms^2 + \{2(c_1 + c_2) - \pi\rho b LW K C_{LYI}\}s + \{2(k_1 + k_2) - \pi\rho LW^2 K^2 C_{LYR}\}\} Y(s) \\ &= \pi\rho b LW^2 K^2 \left(C_{L\theta R} + C_{L\theta I} \frac{b}{WK} s \right) \Theta(s) + 2k_2 U(s) \end{aligned} \quad (2-3-1-12)$$

$$\begin{aligned} & \left[Is^2 + \{2a^2(c_1 + c_2) - \pi\rho b^3 LW K C_{M\theta I}\}s + \{2a^2(k_1 + k_2) - \pi\rho b^2 LW^2 K^2 C_{M\theta R}\} \right] \Theta(s) \\ &= \pi\rho b^2 LW^2 K^2 \left(C_{MYI} \frac{b}{WK} s + C_{MYR} \right) Y(s) + 2a^2 k_2 V(s) \end{aligned} \quad (2-3-1-13)$$

(2-3-1-12),(2-3-1-13)を簡単に図化すると

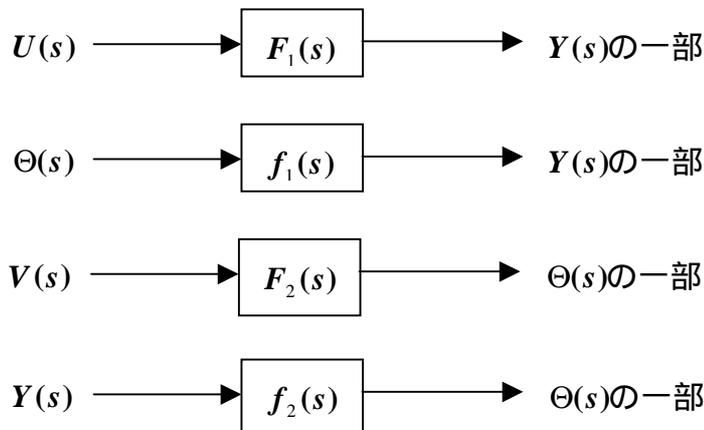


fig-2-3-1-1

fig-2-3-1-1 を式で表すと

$$Y(s) = F_1(s)U(s) + f_1(s)\Theta(s) \quad (2-3-1-14)$$

$$\Theta(s) = F_2(s)V(s) + f_2(s)Y(s) \quad (2-3-1-15)$$

ここで

$$F_1(s) = \frac{2k_2}{ms^2 + \{2(c_1 + c_2) - \pi\rho bLWK C_{LYI}\}s + \{2(k_1 + k_2) - \pi\rho LW^2 K^2 C_{LYR}\}} \quad (2-3-1-16)$$

$$f_1(s) = \frac{\pi\rho bLW^2 K^2 \left(C_{L\theta R} + C_{L\theta I} \frac{b}{WK} s \right)}{ms^2 + \{2(c_1 + c_2) - \pi\rho bLWK C_{LYI}\}s + \{2(k_1 + k_2) - \pi\rho LW^2 K^2 C_{LYR}\}} \quad (2-3-1-17)$$

$$F_2(s) = \frac{2a^2 k_2}{Is^2 + \{2a^2(c_1 + c_2) - \pi\rho b^3 LWK C_{M\theta I}\}s + \{2a^2(k_1 + k_2) - \pi\rho b^2 LW^2 K^2 C_{M\theta R}\}} \quad (2-3-1-18)$$

$$f_2(s) = \frac{\pi\rho b^2 LW^2 K^2 \left(C_{MYI} \frac{b}{WK} s + C_{MYR} \right)}{Is^2 + \{2a^2(c_1 + c_2) - \pi\rho b^3 LWK C_{M\theta I}\}s + \{2a^2(k_1 + k_2) - \pi\rho b^2 LW^2 K^2 C_{M\theta R}\}} \quad (2-3-1-19)$$

(2-3-1-14), (2-3-1-15)をブロック線図で表すと

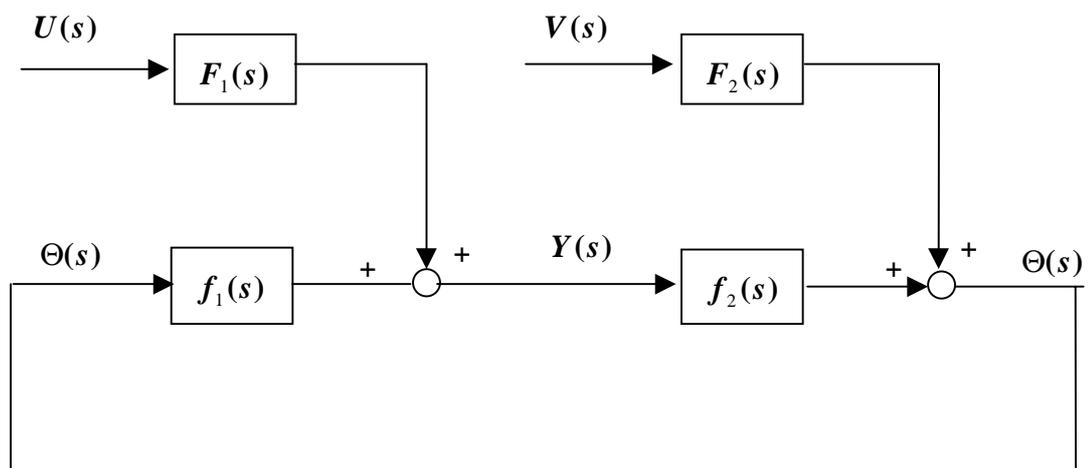


fig-2-3-1-2

2.3.2 . たわみ加振時のたわみについての検討

たわみ加振状態において空気力を求めることが出来るかどうかを検討する。
 無風時に $R(s)$ なる応答を生じさせる下バネ下端変位のラプラス変換を $U_0(s)$
 たわみ変位を制御するコントローラーの伝達関数のラプラス変換を
 $G_1(s) = A_1s + B_1$
 ねじれ変位を制御するコントローラーの伝達関数のラプラス変換を
 $G_2(s) = A_2s + B_2$ とする。

制御のためのブロック線図は以下のようなになる。

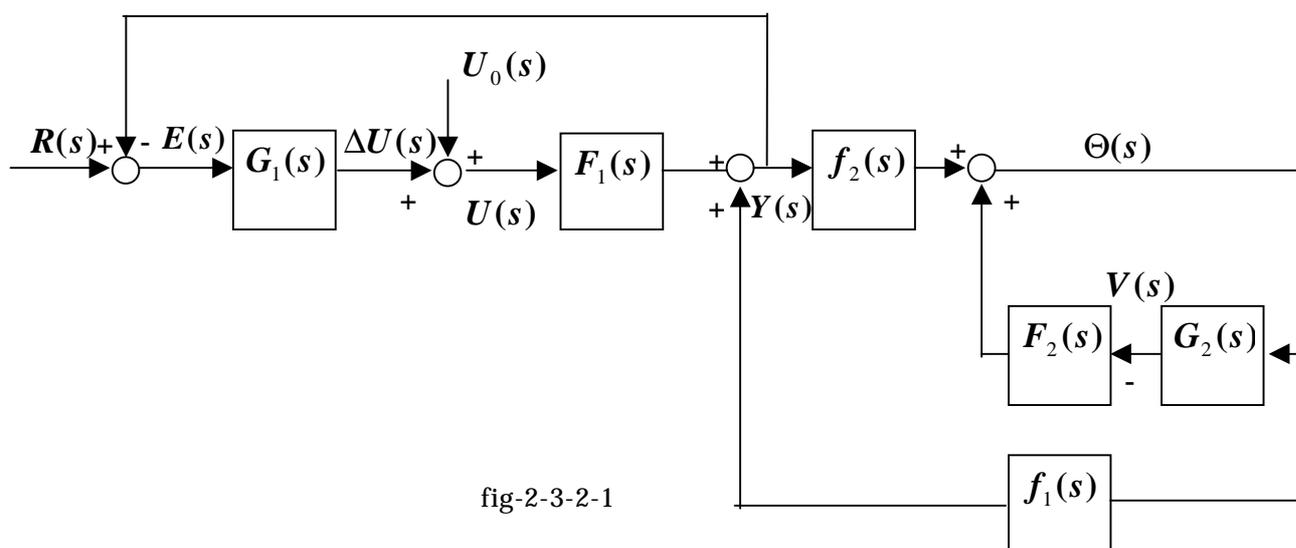


fig-2-3-2-1

以下、ブロック線図を簡単化していく。

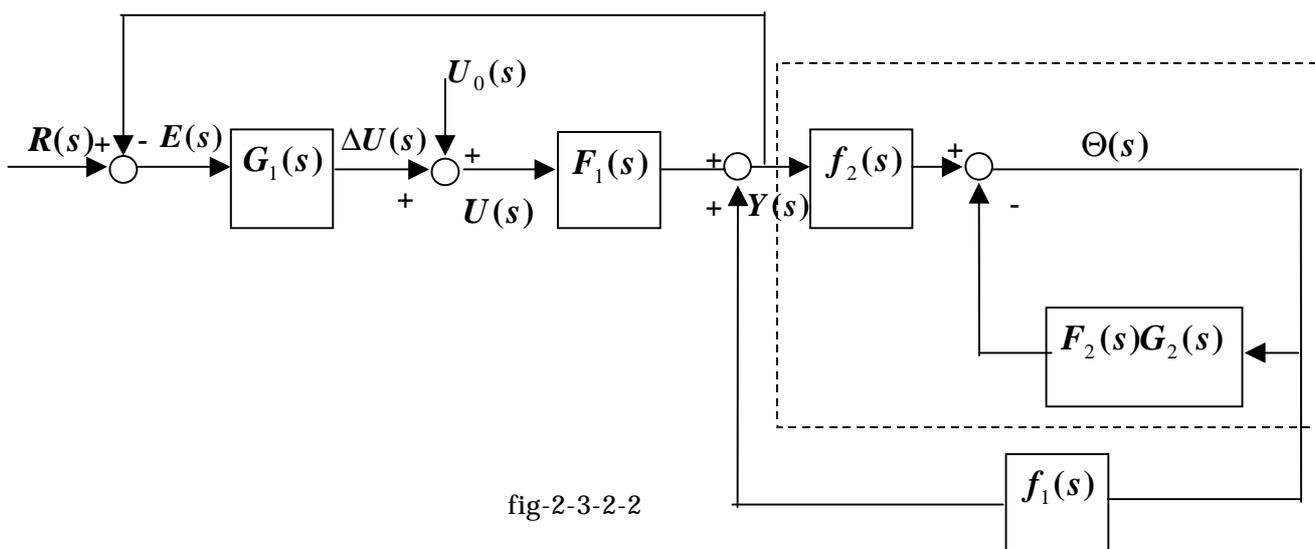


fig-2-3-2-2

fig-2-2-2-2 の [] の部分を簡単化する。

$$Y(s)f_2(s) - \Theta(s)G_2(s)F_2(s) = \Theta(s)$$

$$Y(s)f_2(s) = \Theta(s)(1 + G_2(s)F_2(s))$$

$$\frac{\Theta(s)}{Y(s)} = \frac{f_2(s)}{1 + G_2(s)F_2(s)} \quad (2-3-2-1)$$

無風時のバネ - マス系に $R(s)$ なる出力をさせる $U_0(s)$ を前に持ってくる

$$\frac{U_0(s)}{G_1(s)}$$

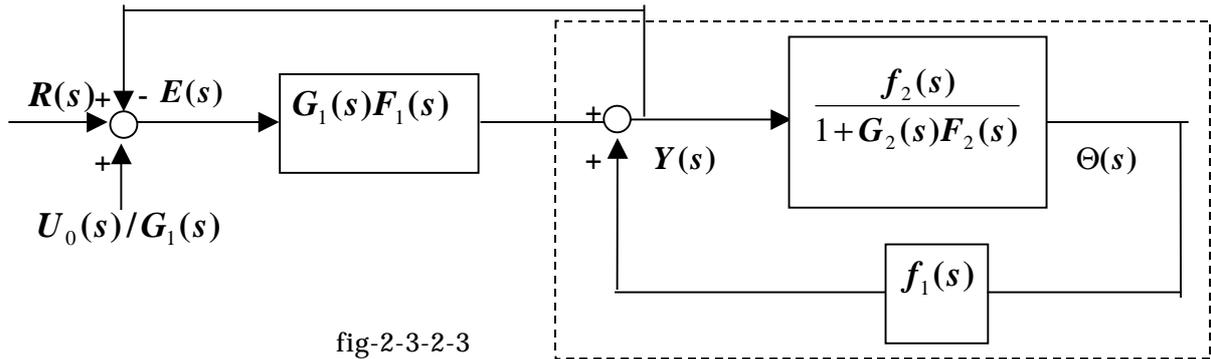


fig-2-3-2-3

fig-2-3-2-3 の の部分を簡単化する。

$$U(s) + Y(s) \frac{f_2(s)}{1 + G_2(s)F_2(s)} f_1(s) = Y(s)$$

$$U(s) = Y(s) \left\{ 1 - \frac{f_1(s)f_2(s)}{1 + G_2(s)F_2(s)} \right\}$$

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{1}{1 - \frac{f_1(s)f_2(s)}{1 + G_2(s)F_2(s)}} = \frac{1 + G_2(s)F_2(s)}{1 + G_2(s)F_2(s) - f_1(s)f_2(s)} \quad (2-3-2-2)$$

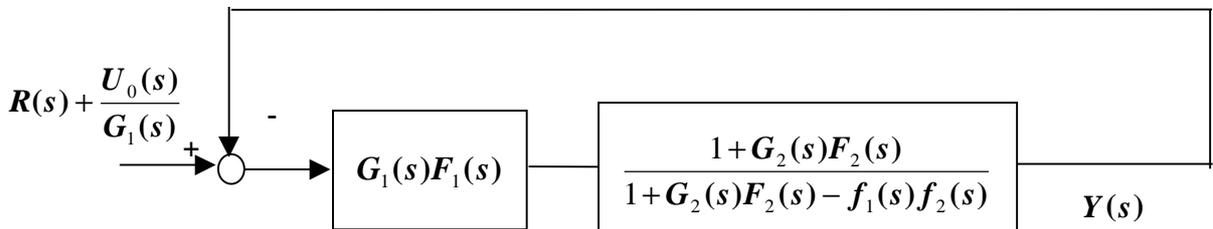


fig-2-3-2-4

伝達関数 2 個の積は

$$G_1(s)F_1(s) \frac{1}{1 - \frac{f_1(s)f_2(s)}{1+G_2(s)F_2(s)}} = \frac{G_1(s)F_1(s)}{1+G_2(s)F_2(s) - f_1(s)f_2(s)} = \frac{G_1(s)F_1(s)(1+G_2(s)F_2(s))}{1+G_2(s)F_2(s) - f_1(s)f_2(s)}$$

(2-3-2-3)

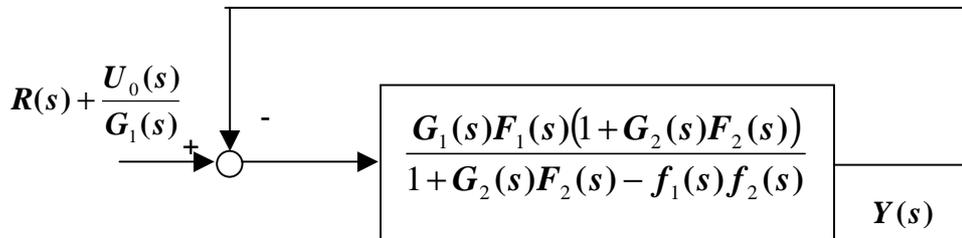


fig-2-3-2-5

最終的にフィードバックを無くし前向き伝達関数： $H(s)$ のみとする。

$R(s) + \frac{U_0(s)}{G_1(s)}$ を入力とし、 $Y(s)$ を出力とする。

ここで $T(s) = \frac{G_1(s)F_1(s)(1+G_2(s)F_2(s))}{1+G_2(s)F_2(s) - f_1(s)f_2(s)}$, $P(s) = R(s) + \frac{U_0(s)}{G_1(s)}$ とおく。

$$(P(s) - Y(s))T(s) = Y(s)$$

$$P(s)T(s) = Y(s)(1+T(s))$$

$$H(s) = \frac{Y(s)}{P(s)} = \frac{T(s)}{1+T(s)} = \frac{\frac{G_1(s)F_1(s)(1+G_2(s)F_2(s))}{1+G_2(s)F_2(s) - f_1(s)f_2(s)}}{1 + \frac{G_1(s)F_1(s)(1+G_2(s)F_2(s))}{1+G_2(s)F_2(s) - f_1(s)f_2(s)}}$$

(2-3-2-4)

$$= \frac{G_1(s)F_1(s)(1+G_2(s)F_2(s))}{1+G_2(s)F_2(s) - f_1(s)f_2(s) + G_1(s)F_1(s)(1+G_2(s)F_2(s))}$$

ブロック線図は

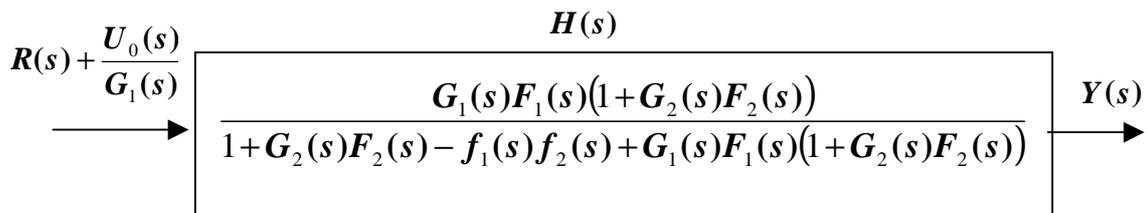


fig-2-3-2-6

(2-2-2-4)をコントローラーのゲインの積 $G_1(s)G_2(s)$ で分母分子を割って

$$H(s) = \frac{\frac{F_1(s)}{G_2(s)} + F_1(s)F_2(s)}{\frac{1}{G_1(s)G_2(s)} + \frac{F_2(s)}{G_1(s)} - \frac{f_1(s)f_2(s)}{G_1(s)G_2(s)} + \frac{F_1(s)}{G_2(s)} + F_1(s)F_2(s)} \quad (2-3-2-5)$$

ここで、コントローラーのゲインが十分大きい場合は

$$H(s) \cong \frac{F_1(s)F_2(s)}{F_1(s)F_2(s)} \cong 1 \quad (2-3-2-6)$$

無風時の $U(s)$ から $Y(s)$ への伝達関数を $\bar{F}_1(s)$ とすると $U_0(s) = \frac{R(s)}{\bar{F}_1(s)}$

$$\begin{aligned} \Delta U(s) &= G_1(s)(R(s) - Y(s)) \\ &= G_1(s) \left\{ R(s) - \left(R(s) + \frac{U_0(s)}{G_1(s)} \right) \frac{G_1(s)F_1(s)(1+G_2(s)F_2(s))}{1+G_2(s)F_2(s) - f_1(s)f_2(s) + G_1(s)F_1(s)(1+G_2(s)F_2(s))} \right\} \\ &= G_1(s) \left\{ R(s) - \left(R(s) + \frac{R(s)/\bar{F}_1(s)}{G_1(s)} \right) \frac{G_1(s)F_1(s)(1+G_2(s)F_2(s))}{1+G_2(s)F_2(s) - f_1(s)f_2(s) + G_1(s)F_1(s)(1+G_2(s)F_2(s))} \right\} \\ &= G_1(s) \left\{ R(s) - \left(R(s) - \frac{R(s)(G_1(s)\bar{F}_1(s)+1)}{G_1(s)\bar{F}_1(s)} \right) \frac{G_1(s)F_1(s)(1+G_2(s)F_2(s))}{1+G_2(s)F_2(s) - f_1(s)f_2(s) + G_1(s)F_1(s)(1+G_2(s)F_2(s))} \right\} \\ &= G_1(s) \left(1 - \frac{G_1(s)\bar{F}_1(s)+1}{G_1(s)\bar{F}_1(s)} \frac{G_1(s)F_1(s)(1+G_2(s)F_2(s))}{1+G_2(s)F_2(s) - f_1(s)f_2(s) + G_1(s)F_1(s)(1+G_2(s)F_2(s))} \right) R(s) \\ &= G_1(s) \frac{G_1(s)(\bar{F}_1(s) - F_1(s)) + G_1(s)G_2(s)F_2(s)(\bar{F}_1(s) - F_1(s)) - G_1(s)\bar{F}_1(s)f_1(s)f_2(s)}{G_1(s)\bar{F}_1(s) + G_1(s)G_2(s)\bar{F}_1(s)F_2(s) - G_1(s)\bar{F}_1(s)f_1(s)f_2(s) + G_1^2(s)\bar{F}_1(s)F_1(s)(1+G_2(s)F_2(s))} R(s) \\ &= \frac{G_1(s)(\bar{F}_1(s) - F_1(s)) + G_1(s)G_2(s)F_2(s)(\bar{F}_1(s) - F_1(s)) - G_1(s)\bar{F}_1(s)f_1(s)f_2(s)}{\bar{F}_1(s) + G_2(s)\bar{F}_1(s)F_2(s) - \bar{F}_1(s)f_1(s)f_2(s) + G_1(s)\bar{F}_1(s)F_1(s)(1+G_2(s)F_2(s))} R(s) \\ &= \frac{\frac{(\bar{F}_1(s) - F_1(s))}{G_2(s)} + F_2(s)(\bar{F}_1(s) - F_1(s)) - \frac{\bar{F}_1(s)f_1(s)f_2(s)}{G_2(s)}}{\frac{\bar{F}_1(s)}{G_2(s)G_2(s)} + \frac{\bar{F}_1(s)F_2(s)}{G_1(s)} - \frac{\bar{F}_1(s)F_1(s)}{G_2(s)} + \bar{F}_1(s)F_1(s)F_2(s)} R(s) \quad (2-3-2-7) \end{aligned}$$

コントローラーのゲインが大きい、つまり $G_1(s), G_2(s)$ が十分大きいならば

(2-3-2-7)は

$$\Delta U(s) = \frac{F_2(\bar{F}_1(s) - F_1(s))}{\bar{F}_1(s)F_1(s)F_2(s)} R(s) = \frac{\bar{F}_1(s) - F_1(s)}{\bar{F}_1(s)F_1(s)} R(s) \quad (2-3-2-8)$$

ここで、 $F_1(s)$ は送風時、 $\bar{F}_1(s)$ は無風時の伝達関数で、以下のように表される。

$$F_1(s) = \frac{2k_2}{ms^2 + \{2(c_1 + c_2) - \pi\rho bLWK C_{LYI}\}s + \{2(k_1 + k_2)\} - \pi\rho LW^2 K^2 C_{LYR}} \quad (2-3-2-9)$$

$$\bar{F}_1(s) = \frac{2k_2}{ms^2 + 2(c_1 + c_2)s + 2(k_1 + k_2)} \quad (2-3-2-10)$$

$F_1(s)$ の分母を A , $\bar{F}_1(s)$ の分母を \bar{A} とすると、(2-3-2-8)は

$$\Delta U(s) = \frac{\frac{2k_2}{\bar{A}} - \frac{2k_2}{A}}{\frac{2k_2}{\bar{A}} \frac{2k_2}{A}} R(s) = \frac{\frac{1}{\bar{A}} - \frac{1}{A}}{\frac{2k_2}{\bar{A}A}} R(s) = \frac{\bar{A}A \left(\frac{1}{\bar{A}} - \frac{1}{A} \right)}{2k_2} R(s) = \frac{A - \bar{A}}{2k_2} R(s) \quad (2-3-2-11)$$

$$= \frac{\pi\rho bLWK C_{LYI} s - \pi\rho LW^2 K^2 C_{LYR}}{2k_2} R(s)$$

(2-3-2-11)から

$$C_{LYI} = \text{imag} \left(\Delta U(s) \times \frac{2k_2}{\pi\rho bLWKs R(s)} \right) \quad (2-3-2-12)$$

$$C_{LYR} = \text{real} \left(\Delta U(s) \times \frac{2k_2}{-\pi\rho LW^2 K^2 R(s)} \right) \quad (2-3-2-13)$$

によって、空力係数が求まり、空気を求めることができる。

2.3.3 . たわみ加振時のねじれについての検討

同様に、たわみ加振時のねじれについて検討する。

無風時に $R(s)$ なる応答を生じさせる下パネ下端変位のラプラス変換を $V_0(s)$

たわみ変位を制御するコントローラーの伝達関数のラプラス変換を

$$G_1(s) = A_1s + B_1$$

ねじれ変位を制御するコントローラーの伝達関数のラプラス変換を

$$G_2(s) = A_2s + B_2$$

とする。

制御のためのブロック線図は以下のようになる。

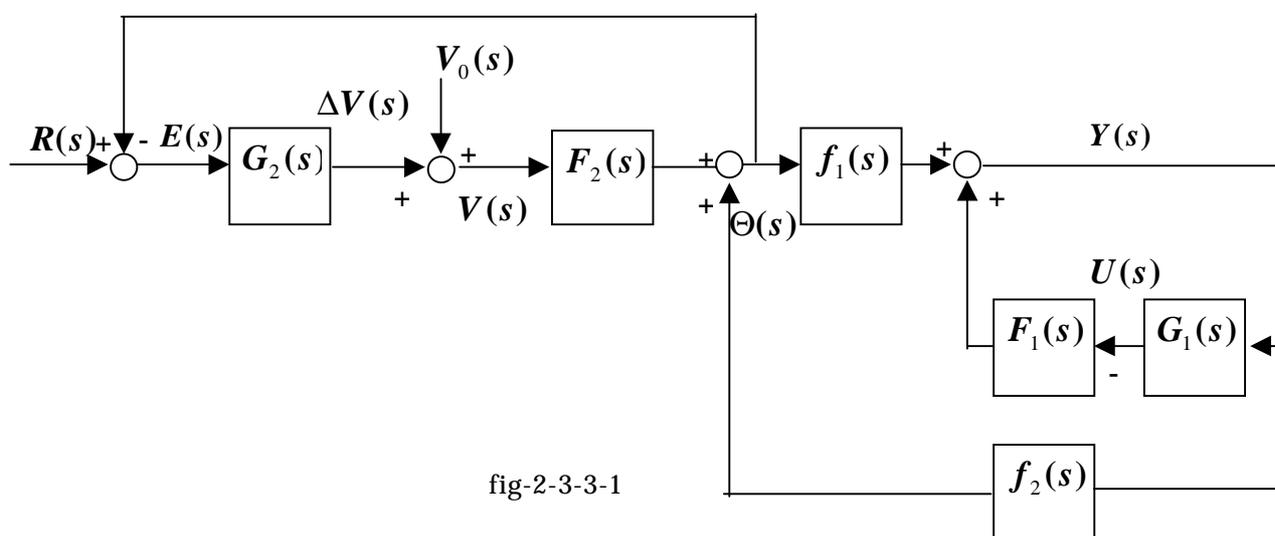


fig-2-3-3-1

以下、ブロック線図を簡単化していく。

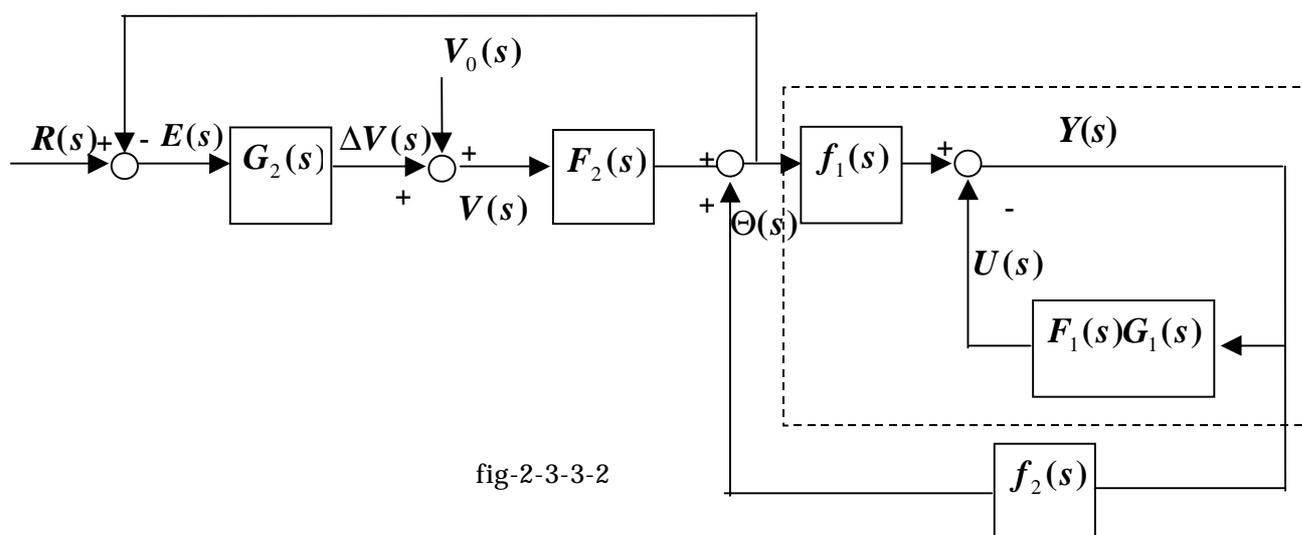


fig-2-3-3-2

fig-2-3-3-2 の の部分を簡単化する。

また、無風時のバネ - マス系に $R(s)$ なる出力をさせる $V_0(s)$ を前に持ってくる

$$\frac{V_0(s)}{G_2(s)}$$

$$\Theta(s)f_1(s) - Y(s)G_1(s)F_1(s) = Y(s)$$

$$\Theta(s)f_1(s) = Y(s)(1 + G_1(s)F_1(s))$$

$$\frac{Y(s)}{\Theta(s)} = \frac{f_1(s)}{1 + G_1(s)F_1(s)} \quad (2-3-3-1)$$

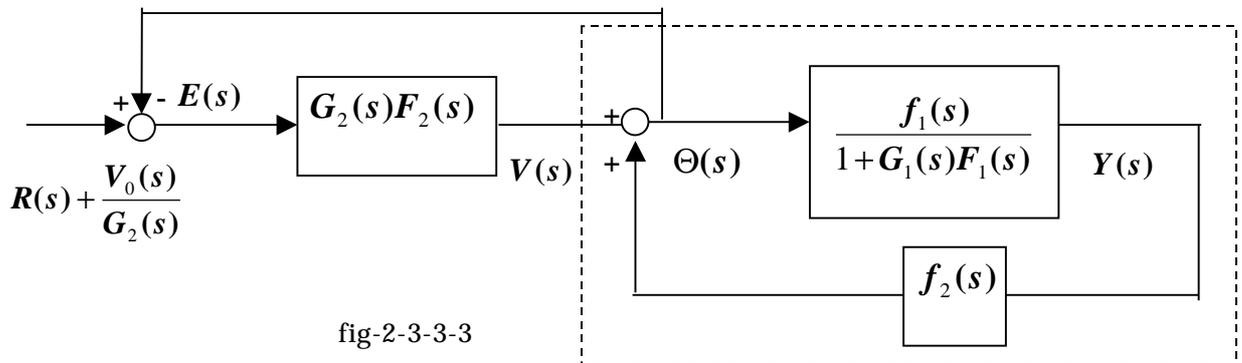


fig-2-3-3-3

fig-2-3-3-3 の の部分を簡単化する。

$$V(s) + \Theta(s) \frac{f_1(s)}{1 + G_1(s)F_1(s)} f_2(s) = \Theta(s)$$

$$V(s) = \Theta(s) \left\{ 1 - \frac{f_1(s)f_2(s)}{1 + G_1(s)F_1(s)} \right\}$$

$$\frac{\Theta(s)}{V(s)} = \frac{1}{1 - \frac{f_1(s)f_2(s)}{1 + G_1(s)F_1(s)}} = \frac{1 + G_1(s)F_1(s)}{1 + G_1(s)F_1(s) - f_1(s)f_2(s)} \quad (2-3-3-2)$$

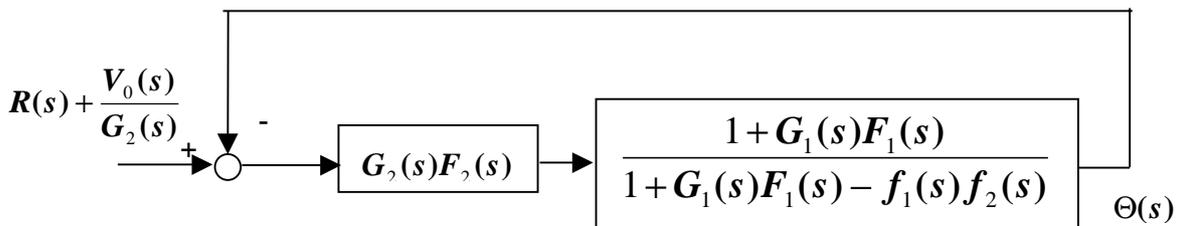


fig-2-3-3-4

最終的にフィードバックを無くし前向き伝達関数： $H(s)$ のみとする。

$R(s) + \frac{V_0(s)}{G_2(s)}$ を入力とし、 $\Theta(s)$ を出力とする。

ここで $T(s) = \frac{G_2(s)F_2(s)(1+G_1(s)F_1(s))}{1+G_1(s)F_1(s)-f_1(s)f_2(s)}$, $P(s) = R(s) + \frac{V_0(s)}{G_2(s)}$ とおく。

$$(P(s) - \Theta(s))T(s) = \Theta(s)$$

$$P(s)T(s) = \Theta(s)(1+T(s))$$

$$H(s) = \frac{\Theta(s)}{P(s)} = \frac{T(s)}{1+T(s)} = \frac{\frac{G_2(s)F_2(s)(1+G_1(s)F_1(s))}{1+G_1(s)F_1(s)-f_1(s)f_2(s)}}{1 + \frac{G_2(s)F_2(s)(1+G_1(s)F_1(s))}{1+G_1(s)F_1(s)-f_1(s)f_2(s)}}$$

(2-3-3-3)

$$= \frac{G_2(s)F_2(s)(1+G_1(s)F_1(s))}{1+G_1(s)F_1(s)-f_1(s)f_2(s)+G_2(s)F_2(s)(1+G_1(s)F_1(s))}$$

ブロック線図は

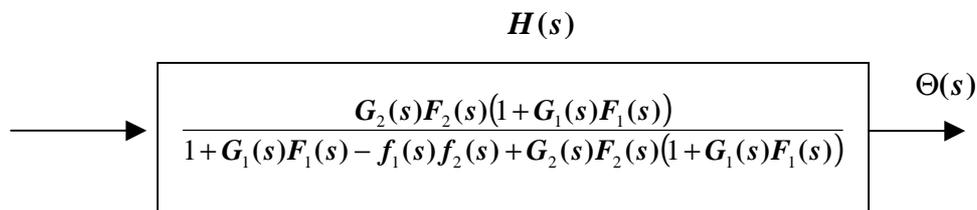


fig-2-3-3-5

(2-3-3-3)をコントローラーのゲインの積 $G_1(s)G_2(s)$ で分母分子を割って

$$H(s) = \frac{\frac{F_2(s)}{G_1(s)} + F_1(s)F_2(s)}{\frac{1}{G_1(s)G_2(s)} + \frac{F_2(s)}{G_1(s)} - \frac{f_1(s)f_2(s)}{G_1(s)G_2(s)} + \frac{F_1(s)}{G_2(s)} + F_1(s)F_2(s)}$$

(2-3-3-4)

ここで、コントローラーのゲインが十分大きい場合は $H(s) \cong \frac{F_1(s)F_2(s)}{F_1(s)F_2(s)} \cong 1$

(2-3-3-5)

無風時の $V(s)$ から $\Theta(s)$ への伝達関数を $\bar{F}_2(s)$ とすると $V_0(s) = \frac{R(s)}{\bar{F}_2(s)}$

$$\begin{aligned}
\Delta V(s) &= G_2(s)(R(s) - \Theta(s)) \\
&= G_2(s) \left\{ R(s) - \left(R(s) + \frac{V_0(s)}{G_2(s)} \right) \frac{G_2(s)F_2(s)(1+G_1(s)F_1(s))}{1+G_1(s)F_1(s) - f_1(s)f_2(s) + G_2(s)F_2(s)(1+G_1(s)F_1(s))} \right\} \\
&= G_2(s) \left\{ R(s) - \left(R(s) + \frac{R(s)/\bar{F}_2(s)}{G_2(s)} \right) \frac{G_2(s)F_2(s)(1+G_1(s)F_1(s))}{1+G_1(s)F_1(s) - f_1(s)f_2(s) + G_2(s)F_2(s)(1+G_1(s)F_1(s))} \right\} \\
&= G_2(s) \left\{ R(s) - R(s) \frac{G_2(s)\bar{F}_2(s)+1}{G_2(s)\bar{F}_2(s)} \frac{G_2(s)F_2(s)(1+G_1(s)F_1(s))}{1+G_1(s)F_1(s) - f_1(s)f_2(s) + G_2(s)F_2(s)(1+G_1(s)F_1(s))} \right\} \\
&= G_2(s) \left\{ 1 - \frac{G_2(s)\bar{F}_2(s)+1}{G_2(s)\bar{F}_2(s)} \frac{G_2(s)F_2(s)(1+G_1(s)F_1(s))}{1+G_1(s)F_1(s) - f_1(s)f_2(s) + G_2(s)F_2(s)(1+G_1(s)F_1(s))} \right\} R(s) \\
&= \frac{G_2(s)\bar{F}_2(s) + G_1(s)G_2(s)F_1(s)\bar{F}_2(s) - G_2(s)\bar{F}_2(s)f_1(s)f_2(s) - G_2(s)F_2(s) - G_1(s)G_2(s)F_1(s)F_2(s)}{G_2(s)\bar{F}_2(s)F_2(s) + G_1(s)G_2(s)F_1(s)F_2(s)\bar{F}_2(s) + \bar{F}_2(s) + G_1(s)F_1(s)\bar{F}_2(s) - f_1(s)f_2(s)\bar{F}_2(s)} R(s)
\end{aligned}$$

コントローラーのゲインの積 $G_1(s)G_2(s)$ で分母分子を割って

$$\begin{aligned}
&= \frac{\frac{\bar{F}_2(s)}{G_1(s)} + F_1(s)\bar{F}_2(s) - \frac{f_1(s)f_2(s)\bar{F}_2(s)}{G_1(s)} + \frac{F_2(s)}{G_1(s)} - F_1(s)F_2(s)}{\frac{\bar{F}_2(s)F_2(s)}{G_1(s)} + F_1(s)F_2(s)\bar{F}_2(s) + \frac{\bar{F}_2(s)}{G_1(s)G_2(s)} + \frac{F_1(s)\bar{F}_2(s)}{G_2(s)} - \frac{f_1(s)f_2(s)\bar{F}_2(s)}{G_1(s)G_2(s)}} R(s) \\
&\hspace{20em} (2-3-3-6)
\end{aligned}$$

コントローラーのゲインが大きい、つまり $G_1(s), G_2(s)$ が十分大きいならば

(2-2-3-6)は

$$\Delta V(s) = \frac{F_1(s)\bar{F}_2(s) - F_1(s)F_2(s)}{F_1(s)F_2(s)\bar{F}_2(s)} R(s) = \frac{\bar{F}_2(s) - F_2(s)}{F_2(s)\bar{F}_2(s)} R(s) \quad (2-3-3-7)$$

ここで、 $F_2(s)$ は送風時、 $\bar{F}_2(s)$ は無風時の伝達関数で、以下のように表される。

$$F_2(s) = \frac{2a^2k_2}{Is^2 + \{2a^2(c_1 + c_2) - \pi\rho b^3 LWKC_{M\theta}\}s + \{2a^2(k_1 + k_2) - \pi\rho b^2 LW^2 K^2 C_{M\theta R}\}} \quad (2-3-3-8)$$

$$\bar{F}_2(s) = \frac{2a^2k_2}{Is^2 + 2a^2(c_1 + c_2)s + 2a^2(k_1 + k_2)} \quad (2-3-3-9)$$

$F_2(s)$ の分母を B , $\bar{F}_2(s)$ の分母を \bar{B} とする。

$$\Delta V(s) = \frac{\frac{2a^2 k_2}{\bar{B}} - \frac{2a^2 k_2}{B}}{\frac{2a^2 k_2}{\bar{B}} \frac{2a^2 k_2}{B}} R(s) = \frac{\bar{B}B \left(\frac{1}{\bar{B}} - \frac{1}{B} \right)}{2a^2 k_2} R(s) = \frac{B - \bar{B}}{2a^2 k_2} R(s)$$

$$= \frac{\pi \rho b^3 LWK C_{M\theta I} s - \pi \rho b^2 LW^2 K^2 C_{M\theta R}}{2a^2 k_2} R(s) \quad (2-3-3-10)$$

(2-2-3-10)から

$$C_{M\theta I} = \text{imag} \left(\Delta V(s) \times \frac{2a^2 k_2}{\pi \rho b^3 LWK s R(s)} \right) \quad (2-3-3-11)$$

$$C_{M\theta R} = \text{real} \left(\Delta V(s) \times \frac{2a^2 k_2}{-\pi \rho b^2 LW^2 K^2 R(s)} \right) \quad (2-3-3-12)$$

によって、空力係数が求まり、空気力を求めることができる。

2.3.4 . ねじれ加振時のねじれについての検討

たわみ加振時と同様に、ねじれ加振状態を検討する。

無風時に $R(s)$ なる応答を生じさせる下パネ下端変位のラプラス変換を $V_0(s)$

たわみ変位を制御するコントローラーの伝達関数のラプラス変換を

$$G_1(s) = A_1s + B_1$$

ねじれ変位を制御するコントローラーの伝達関数のラプラス変換を

$$G_2(s) = A_2s + B_2$$

とする。

制御のためのブロック線図は以下のようなになる。

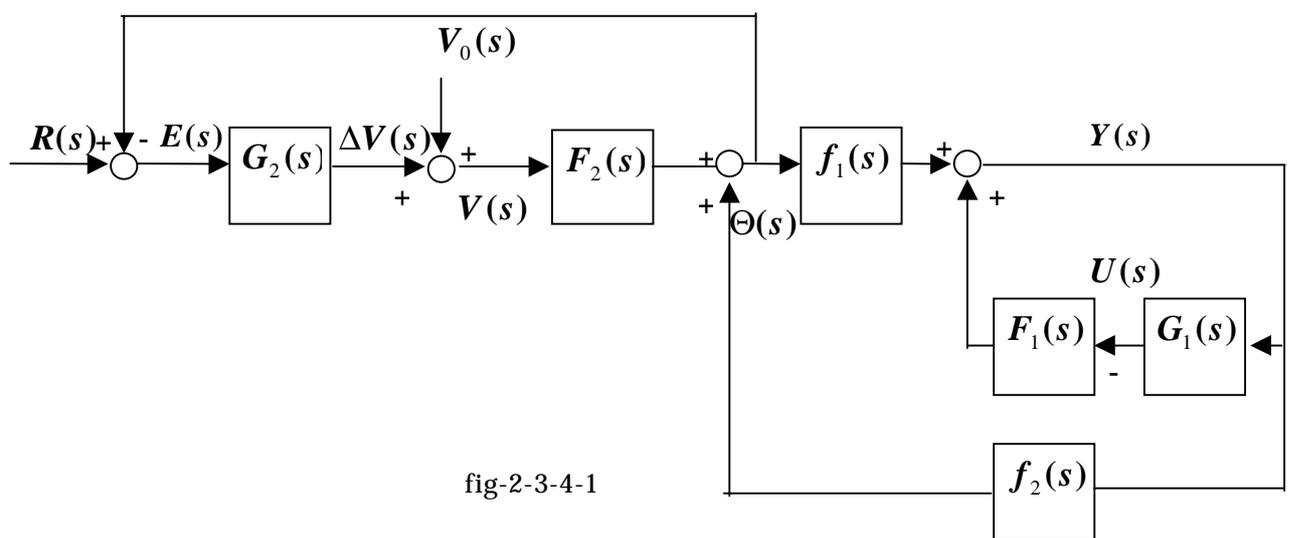


fig-2-3-4-1

以下、ブロック線図を簡単化していく。

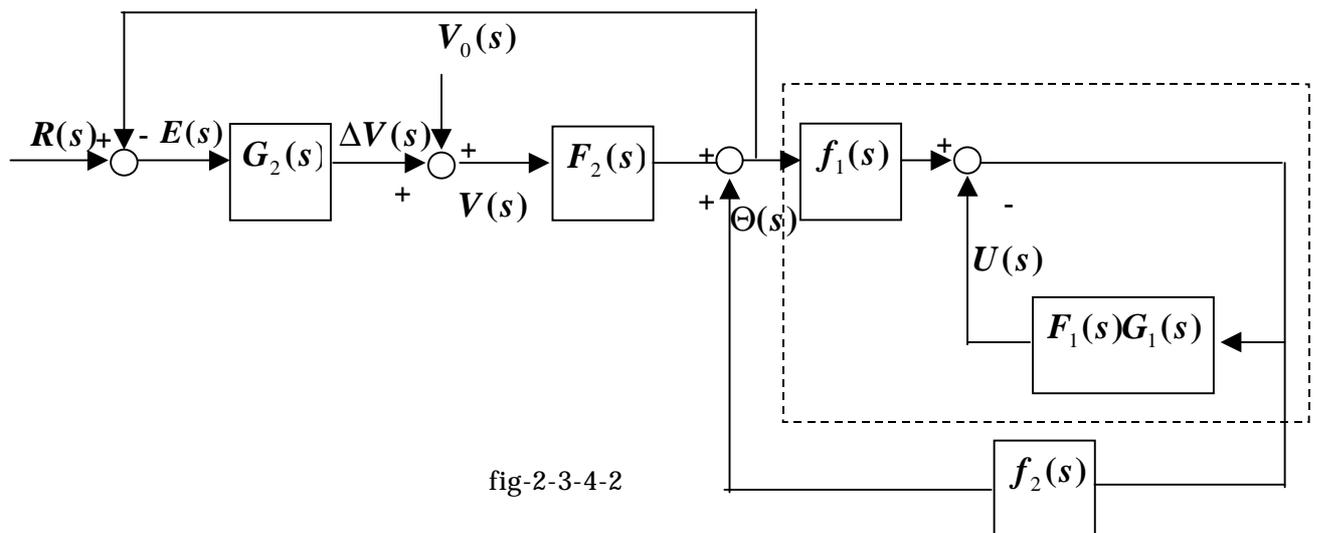


fig-2-3-4-2

無風時のバネ - マス系に $R(s)$ なる出力をさせる $V_0(s)$ を前に持ってくる

$$\frac{V_0(s)}{G_2(s)}$$

fig-2-3-4-2 の の部分を簡単化する。

$$\Theta(s)f_1(s) - Y(s)G_1(s)F_1(s) = Y(s)$$

$$\Theta(s)f_1(s) = Y(s)(1 + G_1(s)F_1(s))$$

$$\frac{Y(s)}{\Theta(s)} = \frac{f_1(s)}{1 + G_1(s)F_1(s)} \quad (2-3-4-1)$$

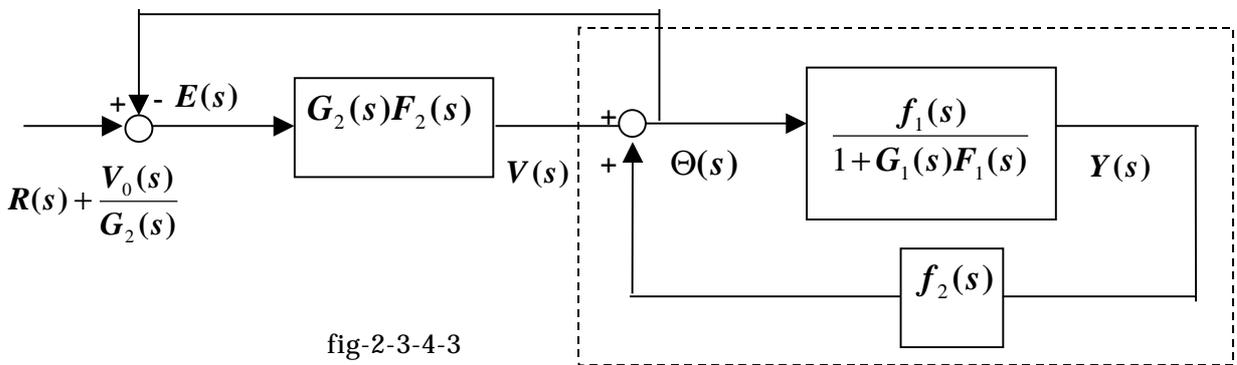


fig-2-3-4-3

fig-2-3-4-3 の の部分を簡単化する。

$$V(s) + \Theta(s) \frac{f_1(s)}{1 + G_1(s)F_1(s)} f_2(s) = \Theta(s)$$

$$V(s) = \Theta(s) \left\{ 1 - \frac{f_1(s)f_2(s)}{1 + G_1(s)F_1(s)} \right\}$$

$$\frac{\Theta(s)}{V(s)} = \frac{1}{1 - \frac{f_1(s)f_2(s)}{1 + G_1(s)F_1(s)}} = \frac{1 + G_1(s)F_1(s)}{1 + G_1(s)F_1(s) - f_1(s)f_2(s)} \quad (2-3-4-2)$$

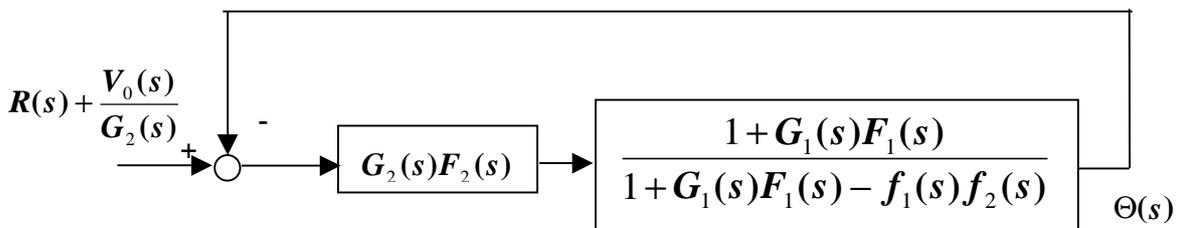


fig-2-3-4-4

最終的にフィードバックを無くし前向き伝達関数： $H(s)$ のみとする。

$R(s) + \frac{V_0(s)}{G_2(s)}$ を入力とし、 $\Theta(s)$ を出力とする。

ここで $T(s) = \frac{G_2(s)F_2(s)(1+G_1(s)F_1(s))}{1+G_1(s)F_1(s)-f_1(s)f_2(s)}$, $P(s) = R(s) + \frac{V_0(s)}{G_2(s)}$ とおく。

$$(P(s) - \Theta(s))T(s) = \Theta(s)$$

$$P(s)T(s) = \Theta(s)(1+T(s))$$

$$H(s) = \frac{\Theta(s)}{P(s)} = \frac{T(s)}{1+T(s)} = \frac{\frac{G_2(s)F_2(s)(1+G_1(s)F_1(s))}{1+G_1(s)F_1(s)-f_1(s)f_2(s)}}{1 + \frac{G_2(s)F_2(s)(1+G_1(s)F_1(s))}{1+G_1(s)F_1(s)-f_1(s)f_2(s)}}$$

(2-3-4-3)

$$= \frac{G_2(s)F_2(s)(1+G_1(s)F_1(s))}{1+G_1(s)F_1(s)-f_1(s)f_2(s)+G_2(s)F_2(s)(1+G_1(s)F_1(s))}$$

ブロック線図は

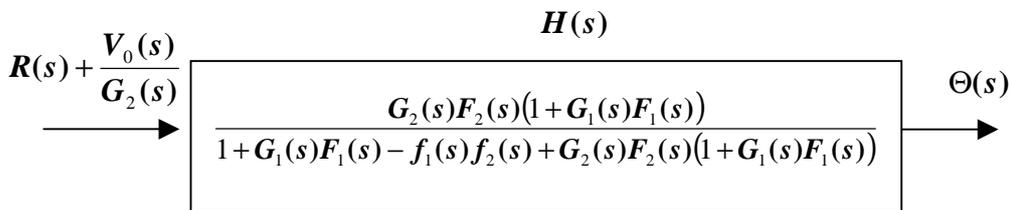


fig-2-3-4-5

(2-3-4-3) の分母分子をコントローラーのゲインの積 $G_1(s)G_2(s)$ で割って

$$H(s) = \frac{\frac{F_2(s)}{G_1(s)} + F_1(s)F_2(s)}{\frac{1}{G_1(s)G_2(s)} + \frac{F_2(s)}{G_1(s)} - \frac{f_1(s)f_2(s)}{G_1(s)G_2(s)} + \frac{F_1(s)}{G_2(s)} + F_1(s)F_2(s)}$$

(2-3-4-4)

ここで、コントローラーのゲインが十分大きい場合は $H(s) \cong \frac{F_1(s)F_2(s)}{F_1(s)F_2(s)} \cong 1$ となる。

(2-3-4-5)

無風時の $V(s)$ から $\Theta(s)$ への伝達関数を $\bar{F}_2(s)$ とすると $V_0(s) = \frac{R(s)}{\bar{F}_2(s)}$

$$\begin{aligned}
\Delta V(s) &= G_2(s)(R(s) - \Theta(s)) \\
&= G_2(s) \left\{ R(s) - \left(R(s) + \frac{V_0(s)}{G_2(s)} \right) \frac{G_2(s)F_2(s)(1+G_1(s)F_1(s))}{1+G_1(s)F_1(s) - f_1(s)f_2(s) + G_2(s)F_2(s)(1+G_1(s)F_1(s))} \right\} \\
&= G_2(s) \left\{ R(s) - \left(R(s) + \frac{R(s)/\bar{F}_2(s)}{G_2(s)} \right) \frac{G_2(s)F_2(s)(1+G_1(s)F_1(s))}{1+G_1(s)F_1(s) - f_1(s)f_2(s) + G_2(s)F_2(s)(1+G_1(s)F_1(s))} \right\} \\
&= G_2(s) \left\{ R(s) - R(s) \frac{G_2(s)\bar{F}_2(s) + 1}{G_2(s)\bar{F}_2(s)} \frac{G_2(s)F_2(s)(1+G_1(s)F_1(s))}{1+G_1(s)F_1(s) - f_1(s)f_2(s) + G_2(s)F_2(s)(1+G_1(s)F_1(s))} \right\} \\
&= G_2(s) \left\{ 1 - \frac{G_2(s)\bar{F}_2(s) + 1}{G_2(s)\bar{F}_2(s)} \frac{G_2(s)F_2(s)(1+G_1(s)F_1(s))}{1+G_1(s)F_1(s) - f_1(s)f_2(s) + G_2(s)F_2(s)(1+G_1(s)F_1(s))} \right\} R(s) \\
&= \frac{G_2(s)\bar{F}_2(s) + G_1(s)G_2(s)F_1(s)\bar{F}_2(s) - G_2(s)\bar{F}_2(s)f_1(s)f_2(s) - G_2(s)F_2(s) - G_1(s)G_2(s)F_1(s)F_2(s)}{G_2(s)\bar{F}_2(s)F_2(s) + G_1(s)G_2(s)F_1(s)F_2(s)\bar{F}_2(s) + \bar{F}_2(s) + G_1(s)F_1(s)\bar{F}_2(s) - f_1(s)f_2(s)\bar{F}_2(s)} R(s)
\end{aligned} \tag{2-3-4-6}$$

(2-3-4-6)の分母分子をコントローラーのゲインの積 $G_1(s)G_2(s)$ で割って

$$\begin{aligned}
&= \frac{\frac{\bar{F}_2(s)}{G_1(s)} + F_1(s)\bar{F}_2(s) - \frac{f_1(s)f_2(s)\bar{F}_2(s)}{G_1(s)} + \frac{F_2(s)}{G_1(s)} - F_1(s)F_2(s)}{\frac{\bar{F}_2(s)F_2(s)}{G_1(s)} + F_1(s)F_2(s)\bar{F}_2(s) + \frac{\bar{F}_2(s)}{G_1(s)G_2(s)} + \frac{F_1(s)\bar{F}_2(s)}{G_2(s)} - \frac{f_1(s)f_2(s)\bar{F}_2(s)}{G_1(s)G_2(s)}} R(s)
\end{aligned} \tag{2-3-4-7}$$

コントローラーのゲインが大きい、つまり $G_1(s), G_2(s)$ が十分大きいならば

$$\Delta V(s) = \frac{F_1(s)\bar{F}_2(s) - F_1(s)F_2(s)}{F_1(s)F_2(s)\bar{F}_2(s)} R(s) = \frac{\bar{F}_2(s) - F_2(s)}{F_2(s)\bar{F}_2(s)} R(s) \tag{2-3-4-8}$$

ここで、 $F_2(s)$ は送風時、 $\bar{F}_2(s)$ は無風時の伝達関数で、以下のように表される。

$$F_2(s) = \frac{2a^2k_2}{Is^2 + \{2a^2(c_1 + c_2) - \pi\rho b^3 LWKC_{M\theta}\}s + \{2a^2(k_1 + k_2) - \pi\rho b^2 LW^2 K^2 C_{M\theta R}\}} \tag{2-3-4-9}$$

$$\bar{F}_2(s) = \frac{2a^2k_2}{Is^2 + 2a^2(c_1 + c_2)s + 2a^2(k_1 + k_2)} \tag{2-3-4-10}$$

$F_2(s)$ の分母を B , $\bar{F}_2(s)$ の分母を \bar{B} とする。

(2-3-4-8)は(2-3-4-9) , (2-3-4-10)を代入して

$$\Delta V(s) = \frac{\frac{2a^2 k_2}{\bar{B}} - \frac{2a^2 k_2}{B}}{\frac{2a^2 k_2}{\bar{B}} \frac{2a^2 k_2}{B}} R(s) = \frac{\bar{B}B \left(\frac{1}{\bar{B}} - \frac{1}{B} \right)}{2a^2 k_2} R(s) = \frac{B - \bar{B}}{2a^2 k_2} R(s)$$

$$= \frac{\pi \rho b^3 LWK C_{M\theta I} s - \pi \rho b^2 LW^2 K^2 C_{M\theta R}}{2a^2 k_2} R(s) \quad (2-3-4-11)$$

(2-3-4-11)から

$$C_{M\theta I} = \text{imag} \left(\Delta V(s) \times \frac{2a^2 k_2}{\pi \rho b^3 LWK s R(s)} \right) \quad (2-3-4-12)$$

$$C_{M\theta R} = \text{real} \left(\Delta V(s) \times \frac{2a^2 k_2}{-\pi \rho b^2 LW^2 K^2 R(s)} \right) \quad (2-3-4-13)$$

によって、空力係数が求まり、空気力を求めることができる。

2.3.5 . ねじれ加振時のたわみについての検討

ねじれ加振時のたわみに関するコントローラーの出力によって、空気力測定が可能かどうかを検討する。

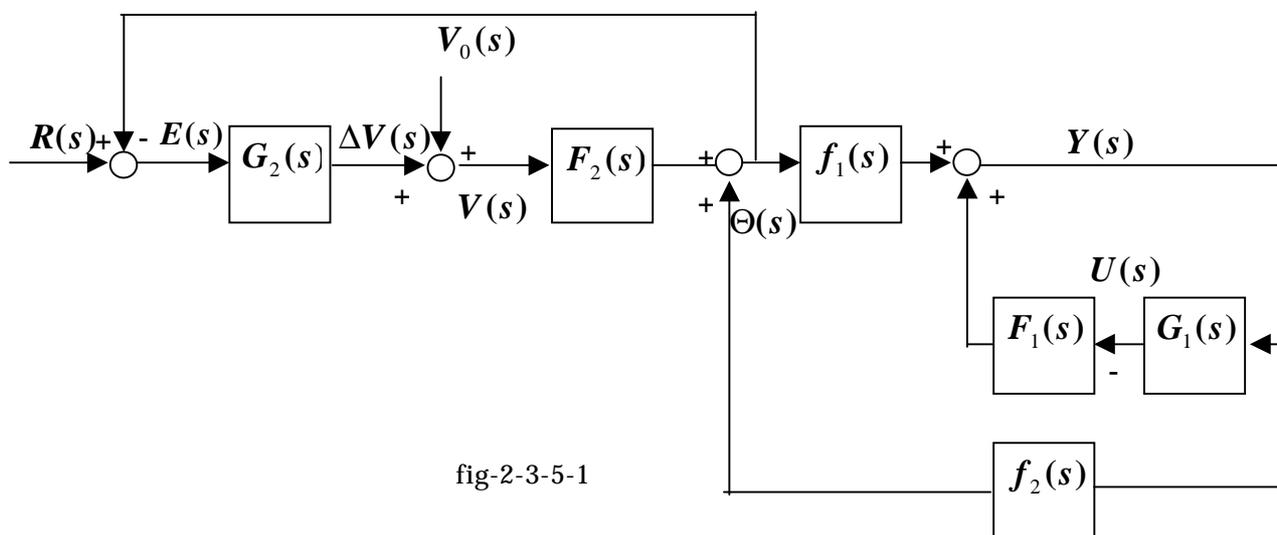


fig-2-3-5-1

$$\Theta(s)f_1(s) - Y(s)G_1(s)F_1(s) = Y(s)$$

$$\Theta(s)f_1(s) = Y(s)(1 + G_1(s)F_1(s))$$

$$Y(s) = \frac{\Theta(s)f_1(s)}{1 + G_1(s)F_1(s)} \quad (2-3-5-1)$$

ここにねじれ加振時のたわみに関するループのコントローラー出力は $\Delta U(s) = Y(s)G_1(s)$ となる。

$$\begin{aligned} \Delta U(s) &= Y(s)G_1(s) = G_1(s) \frac{f_1(s)}{1 + G_1(s)F_1(s)} \Theta(s) \\ &= G_1(s) \frac{f_1(s)}{1 + G_1(s)F_1(s)} \left(R(s) + \frac{R(s)}{G_2(s)\bar{F}_2(s)} \right) \frac{G_2(s)F_2(s)(1 + G_1(s)F_1(s))}{G_2(s)F_2(s)(1 + G_1(s)F_1(s)) + 1 + G_1(s)F_1(s) - f_1(s)f_2(s)} \\ &= G_1(s) \frac{f_1(s)}{1 + G_1(s)F_1(s)} \frac{G_2(s)\bar{F}_2(s) + 1}{G_2(s)\bar{F}_2(s)} \frac{G_2(s)F_2(s)(1 + G_1(s)F_1(s))}{G_2(s)F_2(s)(1 + G_1(s)F_1(s)) + 1 + G_1(s)F_1(s) - f_1(s)f_2(s)} R(s) \end{aligned} \quad (2-3-5-2)$$

(2-3-5-2) の分母分子をコントローラーのゲインの積 $G_1(s)G_2(s)$ で割って

$$= \frac{f_1(s)}{\frac{1}{G_1(s)} + F_1(s)} \frac{\bar{F}_2(s) + \frac{1}{G_2(s)}}{\bar{F}_2(s)} \frac{\frac{F_2(s)}{G_1(s)} + F_1(s)F_2(s)}{\frac{F_2(s)}{G_1(s)} + F_1(s)F_2(s) + \frac{1}{G_1(s)G_2(s)} + \frac{F_1(s)}{G_2(s)} - \frac{f_1(s)f_2(s)}{G_1(s)G_2(s)}} R(s)$$

コントローラーのゲインが十分大きいとすると

$$= \frac{f_1(s)}{F_1(s)} R(s) \quad (2-3-5-3)$$

ここで、 $f_1(s)$ 、 $F_1(s)$ は以下の伝達関数である。

$$F_1(s) = \frac{2k_2}{ms^2 + \{2(c_1 + c_2) - \pi\rho bLWK C_{LYI}\}s + \{2(k_1 + k_2)\} - \pi\rho LW^2 K^2 C_{LYR}} \quad (2-3-5-4)$$

$$f_1(s) = \frac{\pi\rho bLW^2 K^2 \left(C_{L\theta R} + C_{L\theta I} \frac{b}{WK} s \right)}{ms^2 + \{2(c_1 + c_2) - \pi\rho bLWK C_{LYI}\}s + \{2(k_1 + k_2)\} - \pi\rho LW^2 K^2 C_{LYR}} \quad (2-3-5-5)$$

よって、ねじり加振時におけるたわみ制御部のコントローラーの出力は

(2-3-5-3)に(2-3-5-4)、(2-3-5-5)を代入して

$$\begin{aligned} \Delta U &= \frac{f_1(s)}{F_1(s)} R(s) \\ &= \frac{\pi\rho bLW^2 K^2 \left(C_{L\theta R} + C_{L\theta I} \frac{b}{WK} s \right)}{\frac{ms^2 + \{2(c_1 + c_2) - \pi\rho bLWK C_{LYI}\}s + \{2(k_1 + k_2)\} - \pi\rho LW^2 K^2 C_{LYR}}{2k_2}} R(s) \\ &= \frac{\pi\rho bLW^2 K^2 \left(C_{L\theta R} + C_{L\theta I} \frac{b}{WK} s \right)}{2k_2} R(s) \end{aligned} \quad (2-3-5-6)$$

(2-3-5-6)から

$$C_{L\theta I} = \text{imag} \left(\Delta U(s) \times \frac{2k_2}{\pi\rho b^2 LWKs R(s)} \right) \quad (2-3-5-7)$$

$$C_{L\theta R} = \text{real} \left(\Delta U(s) \times \frac{2k_2}{\pi\rho bLW^2 K^2 R(s)} \right) \quad (2-3-5-8)$$

によって、空力係数が求まり、空気力を求めることができる。

3．システム化のための基礎的実験

3.1 システム化に向けての問題点

新測定法を実現するためには、いくつかの疑問点の解決とシステム構築のための技術の取得が必要である。

3.1.1．制御力伝達方法

まず第1点は、如何に制御力を振動系に伝えるかという問題である。振動系の構築は上バネのみでも十分であり、下バネを有する必要性は無いが、下バネも設けて、その下バネを介して制御力を伝える方法が最もシンプルな振動系、伝達系となる。そこで、下バネに制御力を伝えることの有用性を確認するための実験が必要となる。

3.1.2．非定常空気力定式化の妥当性

第2点は、非定常空気力の定式化の確認である。非定常空気力は物体の変位速度と変位に比例した成分として一般的に定式化されているが、物理的に考えると、物体上面における圧力積分と、下面のそれとの差により生じる力が非定常空気力となるはずである。上面と下面の圧力差は物体が運動することによって初めて生じるわけで、物体の変位速度と変位に比例した成分だけでなく、加速度に比例した成分も生じるはずである。事実、船舶の動揺を論ずる時は、船の質量だけでなく、船と伴って動く水の質量を Added Mass と称して考慮に入れており、加速度に比例した成分も考慮している。空気は水の密度の約 1/800 ということもあり、その他の項に比して無視できるのかもしれないし、また、空気力は正弦的に生じるものと考えると、加速度と変位の項は同位相となり、物体の変位速度と変位に比例した成分のみを考えれば良いのかもしれない。新測定法は、模型の変位速度と変位の値より計算した移動量により制御（PD 制御）を行い、振動系を定常状態に保ち、非定常空気力を測定しようとしている。そのため、非定常空気力が物体の変位速度と変位に比例した成分として一般的に定式化される事の妥当性の確認、つまり制御（PD 制御）により、空気力をキャンセルできるかどうかを確認するための実験が必要となる。

3.1.3 . 制御システムの安定

新測定法においては、振動系はつねに $R(s)$ なる正弦的運動に追随しなければならず、測定値の精度の面からも安定性は重要となる。1 自由度系の場合を考えると、非定常空気力測定中の閉ループの伝達関数は(2-2-2-13)で表されており、その分母を 0 である $ms^2 + (c + \Delta c)s + (k_1 + k_2 + \Delta k) + (As + B)k_2 = 0$ と考える特性方程式の特性根の実部が負であることを確かめなければ安定とは言えないし、その分子 $As + B = 0$ を 0 であるとした時の解である零点により、逆ぶれの有無なども検討しなければならない。しかし、それぞれのパラメーターを仮定して実際に入力しなければその検討は出来ない。これについては、藤澤によりある例について、安定であることが報告されている。²⁾ よって、今回は詳細な検討は行わず、実際の装置化の際に詳細な検討を行うこととする。

3.2 制御力伝達法検証のための任意減衰率付与実験

3.2.1 . 実験の目的

下バネに制御力を伝えることの有用性を確認する

バネ支持実験における任意構造減衰率付与を実現する。

橋梁等の耐風安定性検証のための風洞実験には、バネ支持実験、非定常空気力測定実験などの種類があるが、これらの実施にあたっては各々専用の試験装置を用いるため、設備費や装置設営の時間などの問題がある。そこで、制御を用いて、1つのセッティングにより、これらの実験をカバーしようとする考え方が提唱されている。その途中段階として、バネ支持実験において、振動系の持つ構造減衰率を任意の値に調節できる制御のシステム化、装置化を試みる。

3.2.2 . 実験理論と装置の概要

風洞内で橋梁のバネ支持実験を行う場合、対象の構造減衰率と適合させるために、一般的に fig-3-2-2-1 にモデル化されるように、減衰係数： C なる減衰器が用いられる。運動方程式で考えると、減衰項 $c\dot{x}$ を何らかの方法で与えれば良いわけで、それには様々な方法が考えられる。その中で今回は、制御の容易性・適応性、他実験法への同一装置による拡張性等を考慮し、リニアモーターを用いてバネ支点到に制御変位を与えることにより、所定の減衰率を実現する装置を試作した。
(参照 photo-3-2-2-1)

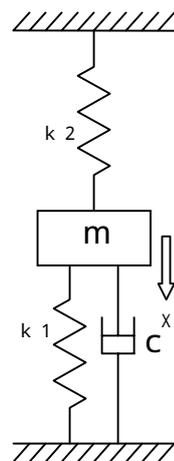


fig-3-2-2-1
振動系モデル図

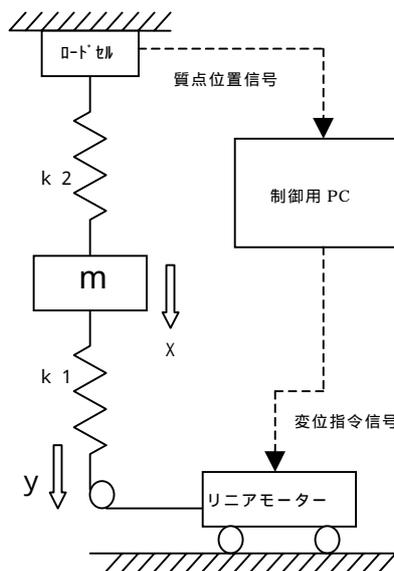


fig-3-2-2-2
制御を用いた振動系モデル図

fig-3-2-2-1の系の運動方程式は、 $m\ddot{x} = -k_1x - k_2x - c\dot{x}$ となる。一方減衰器を用いず、リニアモーターにより下バネ下端に制御変位： y を与える fig-3-2-2-2の系の運動方程式は、 $m\ddot{x} = -k_2x + k_1(y - x)$ となる。この2状態が等価と考えられるものとする

$-k_1x - k_2x - c\dot{x} = -k_2x + k_1(y - x)$ となる。以上より、制御変位: y は $y = -\frac{c}{k_1}\dot{x}$

となる。つまり、上式の制御変位を実現できる制御系であれば、減衰係数: C なる減衰器を持つ振動系と等価であるということになる。そこで、fig-3-2-2-2 のようなシステムを作り、質点の運動を制御することとした。上下をバネ支持された 1 自由度の質点の位置は、上バネの反力から求め、電気信号を A/D 変換して制御用 PC に取り込む。制御用 PC 内で位置: x を数値微分し、

$y = -\frac{c}{k_1}\dot{x}$ により所定減衰値の場合の制御変位を求める。制御用 PC からはパルス

信号を送出し、移動距離をモーターに伝える。

3.2.3 . 実験上の問題点および解決方法

第 1 の問題点は、この制御においては、上下のバネ定数決定に注意が必要であるということである。バネ定数は振動系の特性を決定すると同時に、モーターの制御変位を決定する。振動系の特性、実験装置の分解能、モーターの速度・変位を考え、今回は table-3-2-3-1 に示す組み合わせで実験を行った。

table-3-2-3-1

実験状態諸量

質点質量	0.242	(kg)
上バネ定数	148.450	(N/m)
下バネ定数	29.830	(N/m)
固有振動数	4.320	(Hz)

また、第 2 の問題点は位相遅れである。当初特別な対策を施さなかった結果、モーターの動きに遅れが見られ、所定の減衰制御を行うことができなかった。そこで、質点の変位を 3 次関数近似によって Δt 先まで予測し、所定の制御を実現することができた。記録用紙に示すように、モーターの変位は質点の速度と同相の動きとなっている。

質点変位
モーター変位

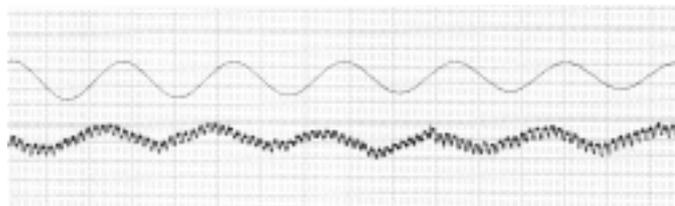


fig-3-2-3-1

変位波形

3.2.4 . 実験結果

今回の実験は通常、橋梁の風洞実験において要求される対数減衰率： $\gamma = 0.03, 0.04, 0.05$ を中心に行った。以下にその実験データを示す。fig-3-2-4-1 を見ても指数関数的な曲線が得られており、制御による減衰が実現できていることがよくわかる。

また、個々の目標対数減衰率に対する実質達成値は、table-3-2-4-1 から明らかかなように十分達成されていることがわかる。ここで注意しなければならないことは、今回適用した制御は、あくまで減衰率： C なる減衰器と等価であるということである。それゆえ制御による減衰率には、当然、構造減衰率は含まれていないこととなる。そこで、制御も全くかけない状態で自由振動実験を行い、それから得られた値を構造減衰率： B とし、各測定値： A から B を減じた値を、設定対数減衰率に対する実験値： $A - B$ と考えている。

さらに、負の減衰を与えることも可能である。負の減衰とは発散と言うことになるが、実際、静止している状態で負の減衰率を入力して実験を行ったところ、徐々に振動状態となり、発散状態へと向かった。この特性は、実験しようとする系の持つ構造減衰率が目標の減衰率を上回っている場合などには有効となるであろう。

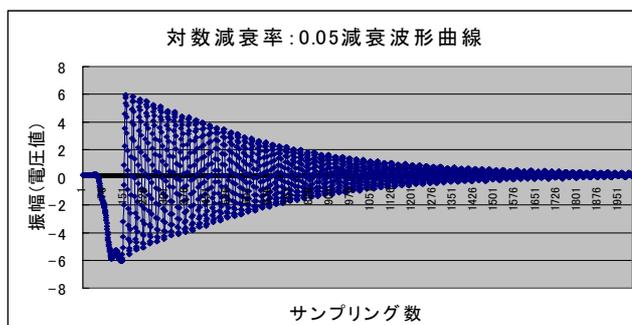


fig-3-2-4-1

$\gamma = 0.05$ 減衰波形曲線

table-3-2-4-2

任意減衰率付与実験結果

設定対数減衰率	測定値:A	構造減衰率:B	A-B	目標偏差(%)
0.03	0.0336	0.0034	0.0301	0.49
0.04	0.0436	0.0034	0.0402	0.44
0.05	0.0554	0.0034	0.0520	3.99
0.10	0.0980	0.0034	0.0945	-5.45

3.2.5 . 実験考察およびまとめ

今回、風洞内での実験方法改良の途中段階として減衰振動実現を試み、システムの構築のために必要なデジタル処理の基礎技術を確立した。得られた減衰率の誤差は、本四連絡橋公団の風洞試験要領に定められた減衰率許容誤差 0.005 に対して、格段に小さなものとなっており、その制御方式を含めたシステムの構築は成功であると考えている。よって、下バネを介して制御力を与えるという方法の有用性が確認されたこととなる。

3.3 . 非定常空気力定式化妥当性検証実験

3.3.1 . 実験の目的

制御により、振動系の固有円振動数を変化させる。

3.2 . 制御力伝達法検証のための任意構造減衰率付与実験により、微分制御によって、振動系の減衰率を変化させうることが確認された。これは運動方程式であらわすと、自由振動する $m\ddot{y} + c\dot{y} + ky = 0$ の振動系に微分制御により微分項を加え、 $m\ddot{y} + c\dot{y} + ky = a\dot{y}$ とすることができたことになる。さらに、比例制御により比例項を加え、 $m\ddot{y} + c\dot{y} + ky = by$ とすることができることを確認する。つまり、比例制御を加えたときに振動系の固有円振動数が変化することを確認する。

非定常空気力の定式化を確認する。

3.2 . 制御力伝達法検証のための任意構造減衰率付与実験により、微分制御によって振動系の減衰率を変化させうることが確認され、3.3.1. 制御による固有円振動数変化実験により、制御により、振動系の固有円振動数を変化させうることが確認されたならば、これを運動方程式であらわすと、自由振動する $m\ddot{y} + c\dot{y} + ky = 0$ の振動系に微分制御、比例制御により、 $m\ddot{y} + c\dot{y} + ky = a\dot{y} + by$ とすることができたこととなる。非定常空気力は物体の変位速度と変位に比例した成分として一般的に定式化されているが、それを制御によりキャンセルすることができるかどうかを確認し、定式化の妥当性の確認をする。

3.3.2 . 実験理論と装置の概要

今回の実験では左右対称の運動のみを考え、また、風下へ流される運動に対しては索支持により、考慮するほどの値は生じないものとする。この様に考えると、風洞内に置かれた平板の模型は、たわみとねじれの2つの自由度のみを考えれば良いこととなる。2自由度の連成に対する非定常空気力をキャンセルする事を考えるのは、実験的に困難が考えられるので、どちらか一方の自由度のみを考えるものとした。たわみ運動のみを実現するのは、実験装置上複雑になるので、今回は、ねじれの1自由度のみに対して実験を行うように fig-3-3-2-1 に示す実験装置を作成した。(photo-3-3-2-1, photo-3-3-2-2 参照)

k_2 : 上バネ定数

k_1 : 下バネ定数

c : 模型のねじれ運動に対する減衰係数

y : ねじれを生じさせる Q 点での変位

x : パルスモーターが下バネ下端に伝える変位

I : P 点を回転中心とする模型の極慣性モーメント

θ : P 点を回転中心とする模型のねじれ変位を角度であらわしたもの

この場合、模型が無風時に自由振動する際の運動方程式は θ が小さく

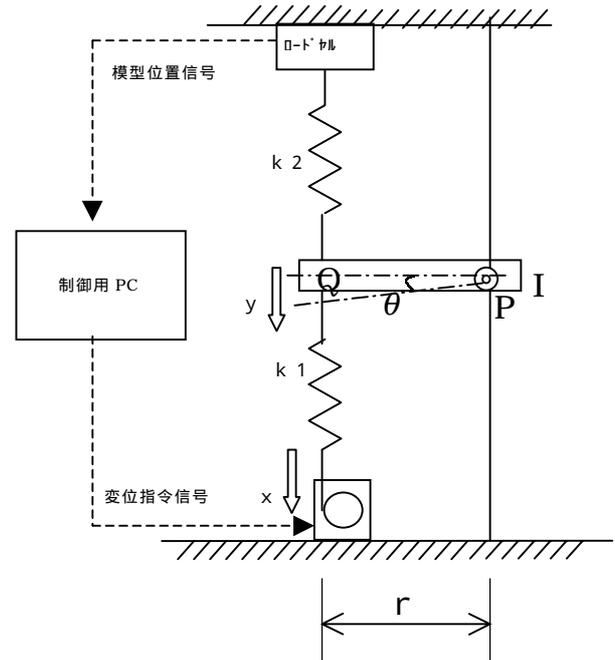
$\theta = \frac{y}{r}$ で表されると仮定すると

$I\ddot{\theta} + c\dot{\theta} + (k_1 + k_2)r\theta = 0$ となる。ここに送風し自由振動させると、振動に対して非定常空気力が生じ、その運動方程式は

$I\ddot{\theta} + c\dot{\theta} + (k_1 + k_2)r\theta = f\dot{\theta} + h\theta$ となる。

また、

$I\ddot{\theta} + c\dot{\theta} + (k_1 + k_2)r\theta = f\frac{\dot{y}}{r} + h\frac{y}{r}$ となる。



一方、模型のねじれ運動による回転角： θ は Q 点における模型の上下変位として、上バネの反力という形でロードセルにより模型位置信号として、制御用コンピュータに送られる。制御用コンピュータ内では、模型位置信号から、模型の変位： y 、変位速度： \dot{y} を計算し、事前にチャートから予測して入力された a と b の値とにより、モーターへ与える変位指令信号を $x = ay + by$ として計算し、モーターに変位指令信号が送られる。モーターは $x = ay + by$ の変位を下バネ下端に与え、下バネを介して k_1x なる力が模型に与えられる。これは、 P 点回りのモーメントとしては $rk_1x = rk_1(ay + by)$ となる。

以上より、送風時に自由振動する振動系に対して制御を加えると、その運動

方程式は、 $I\ddot{\theta} + c\dot{\theta} + (k_1 + k_2)r\theta = f\frac{\dot{y}}{r} + h\frac{y}{r} + rk_1(ay + by)$ となる。制御力によるモーメントが非定常空気力によるモーメントと等価で、符号が逆のモーメントで

あるとするならば、右辺は0となり、無風時と同じ自由振動をすることとなる。

よって、無風時に自由振動する場合の減衰係数、固有円振動数を計測し、送風時に制御をかけながら自由振動させた時のそれと比較し、同じ振動状態とすることができるならば、非定常空気力によるモーメントの定式化が確認されることとなる。つまり、非定常空気力によるモーメントは $f\theta + h\dot{\theta}$ の形で表されることとなる。

3.3.3 . 実験上の問題点および解決方法

第1の問題点は、システム全体としての時間（位相）遅れである。制御系のループ周期、振動系の固有円振動数に関係なく、定量的に約 20ms の遅れが見られた。これに対しては、今回は予測などの特別な処置は行わず、振動系の固有周波数を実験の目的を失わない範囲で下げることとし、定量的な遅れの位相ずれを率的に小さなものとするように振動系を製作した。上下バネ定数、模型および模型直結の系の極慣性モーメントを大きくし、その結果、table-3-3-3-1 に示す振動系とした。

table-3-3-3-1

実験条件 1

上バネ定数	0.0490	(N/mm)
下バネ定数	0.0245	(N/mm)
モーメント半径	100	(mm)
極慣性モーメント	1.93E+04	(kg*mm ²)
固有円振動数	6.16	(rad/s)
固有周波数	0.981	(Hz)

第2の問題点は、使用した PULSE MOTOR の分解能の低さに起因する、制御ループ周期とのマッチングの問題である。使用した PULSE MOTOR の仕様は最大自起動周波数は約 1100(Hz)、1 PULSE=1/200 回転であり、ループ周期を短くすると伝達可能 PULSE 数が小さくなり、切捨てが起こり続ける可能性があり、また逆にループ周期を長くするとループ時間内に PULSE MOTOR が回りきらないという事態が起こってしまう。そこで table-3-3-3-2 の状態で実験を行った。第1の留意点により模型の固有周波数を低くしたことは、分解能に対しても好条件を与えた。当初片振幅 10mm の運動を想定し、横軸の時間軸に対して 50 分割、縦軸の変位を 50 分割程度の分解能となるように考えて

table-3-3-3-2

実験条件 2

固有周波数	0.981	(Hz)
制御ループ周期	20	(ms)
1周期分割数	51	
1周分割	200	(PULSE)
プーリー直径	24	(mm)
1PULSE移動距離	0.377	(mm)
20mmPP分割数	53	

いたが、固有周波数を約 1Hz としたことにより、ループ周期 20ms を採用した。また、PULSE MOTOR から下バネ下端に制御距離を伝えるためにワイヤを用いたが、PULSE MOTOR で巻き取るプーリーの直径をワイヤの可能巻き取り曲率から 24mm とした。この結果、縦軸の変位方向も約 50 分割とすることが出来た。

3.3.4 . 実験方法、解析方法および実験結果

振動系に対して、PULSE 発生数を考慮した上で適当な GAIN 値 (A 値、B 値) を入力し、微分制御、比例制御を行った。そして、GAIN 値ベースに対数減衰率変化、周波数変化のグラフを作成した。(参照 fig-3-3-4-1,fig-3-3-4-2,fig-3-3-4-3,fig3-3-4-4)

3-3-1- の比例制御における周波数変化確認実験は、グラフから明らかなように、比例制御により周波数が変化する事が確認された。

fig-3-3-4-1,fig-3-3-4-2,fig-3-3-4-3,fig3-3-4-4 のグラフの傾きから GAIN 値ベースに対数減衰率変化量、周波数変化量を求める関数を作製した。無風時自由振動と送風時自由振動との対数減衰率変化量、周波数変化量をキャンセルするために作成した関数から逆算し、送風時に振動系に与える PD 制御の GAIN 値を推定し、実験を行った。

結果的には、推定 GAIN 値とはズレがあるものの、table-3-3-4-1 のように制御により非定常空気力を打ち消し、送風時の自由振動を無風時の自由振動の対数減衰率、固有周波数に戻すことが出来ている。

table-3-3-4-1

非定常空気力定式化検証実験結果

実験状態	風速(m/s)	周波数(HZ)	対数減衰率
無風時自由振動	0	0.98	0.053
送風時自由振動	7.34	1.03	0.089
送風時自由振動+制御	7.34	0.98	0.050

fig-3-3-4-5,fig-3-3-4-6,fig-3-3-4-7 はそれぞれ、無風時自由振動、送風時自由振動、送風時自由振動+制御の振動波形である。

3.3.5 . 実験考察およびまとめ

送風時自由振動を制御により無風時自由振動と等価にすることが出来たことは、非定常空気力を物体の変位速度と変位に比例した成分として定式化することの妥当性が証明されたこととなる。つまり、気流中で自由振動する物体の運動方程式は、 $m\ddot{y} + c\dot{y} + ky = F_{yI}\dot{y} + F_{yR}y$ となることが確認されたこととなる。

そこで、非定常空気力をキャンセルするばかりでなく、1自由度振動系任意減衰率付与実験の結果も考慮して減衰項もキャンセルすべく、気流中で自由振動する物体の運動方程式を $m\ddot{y} + c\dot{y} + ky = F_{yI}\dot{y} + F_{yR}y - (A - c)\dot{y} - By$ ここで、 $A = F_{yI}$ 、 $B = F_{yR}$ となるように PD 制御を行えば、減衰も起こらず、振動数も変化しない。このようにすれば、振幅、振動数が明らかであるという強制振動法の利点を活かしながらも、強制振動法の難点である慣性力は生じない。

4 . 結論

本研究は、非定常空気力を制御を用いて計測するという命題についての理論的展開ならびにシステム化についての基礎的実験を行った。その結果以下のことが検証された。

理論的に制御力により空気力の測定が可能である。

下バネに制御力を伝えることは有用である。

PD 制御により非定常空気力の定式化が確認された。

謝辞

本研究にあたり、小生の浅学なるゆえに、また経験不足なるゆえに、多くの方々から教えを受け、また実際に御足労を頂いたことに、ここに感謝の意を表します。

本研究は、高知工科大学社会システム工学科『風工房』の修士論文第 1 号であり、また、実験システムを自作したため、多くの方々にご協力をいただきました。知能機械システム工学科岡研究室からは、計測器類の貸し出しをしていただきました。同じく知能機械システム工学科楠川研究室では、旋盤などの工作機械、器具を使用させていただきました。社会システム工学科高木研究室からは、移動距離測定のためにトランシットを貸していただきました。社会システム工学科上野勝先生には、実験計測法、実験器具製作にお力を貸していただきました。高知東工業高校、吉本伸君、垣内和彦君には実験器具部品の製作と一緒にさせていただきました。大学院情報工学専攻コース井上富幸君には電気回路についての知識を授けてもらいました。社会基盤工学専攻コース Thammanoon Denpongpan 君、Krit Kangvanpanich 君、Jung Jong Hyuck 君には計測の面で大いに協力をいただきました。

皆様方、本当にありがとうございます。

この論文をもちまして、小生の 2 年にわたる高知県教育委員会から高知工科大学への国内留学は幕を閉じるわけではありますが、この留学に際しスムーズな入学に導いていただいた島弘教授、快くお受けいただき熱心に指導していただいた藤澤伸光教授、保証人にまでなっていたいただいた高知東工業高校 常光泰郎 校長先生、入学願書提出前からお世話いただいた高知県教育委員会 中山雅需 人事第二班長に感謝の意を表します。

参考分献

1) 田中洋 他

非相似なモード形状を有する橋梁に関する多重フラッター解析と2次元および3次元風洞実験

土木学会論文集、No.471/ -24 1993.7

2) 藤澤伸光

制御を利用した非定常空気力測定システムに関する基本検討

土木学会 第54回年次学術講演会後援概要集

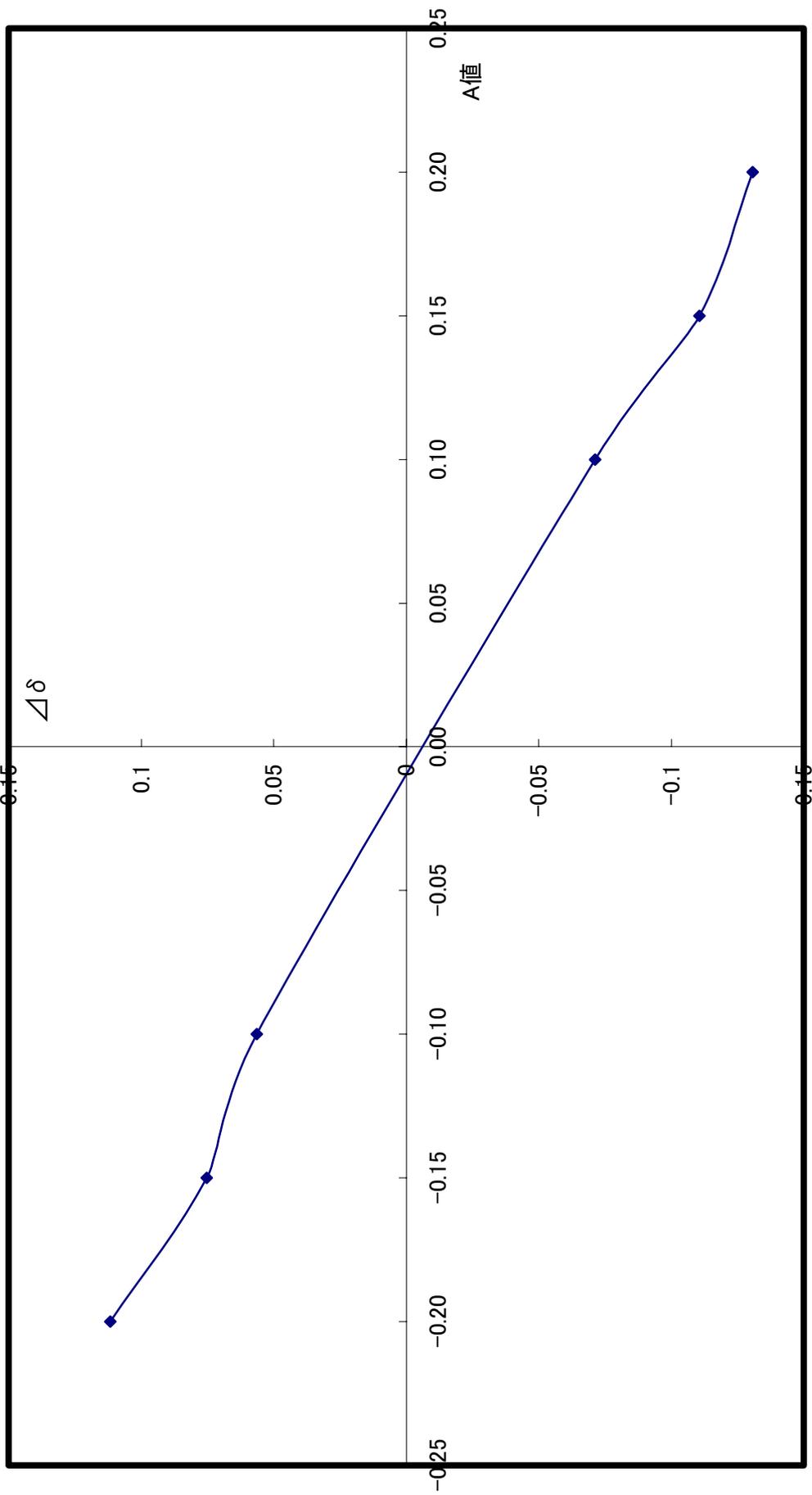


fig-3-3-4-1

A値(微分制御)による対数減衰率変化

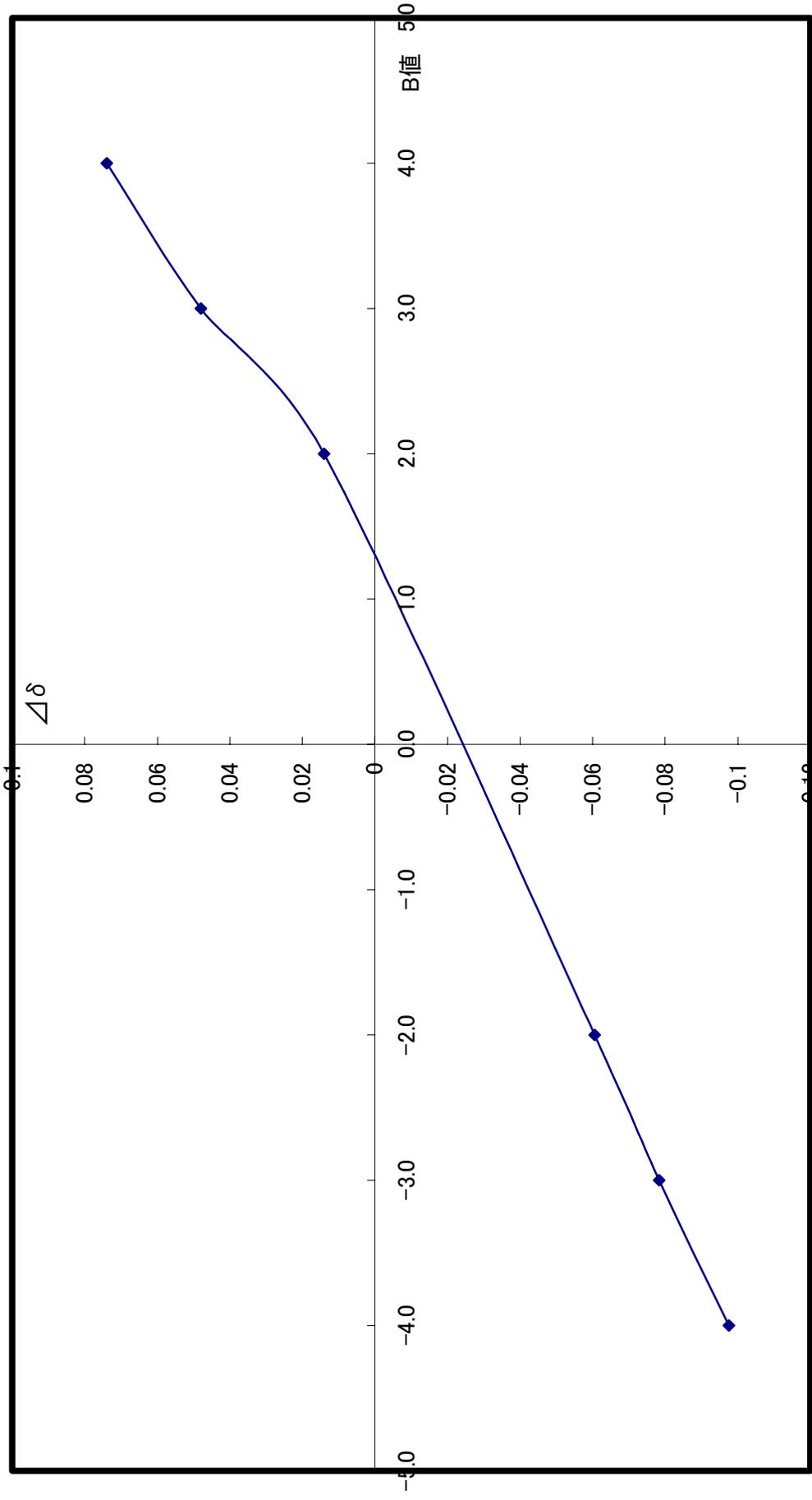


fig-3-3-4-2

B値(比例制御)による対数減衰率変化

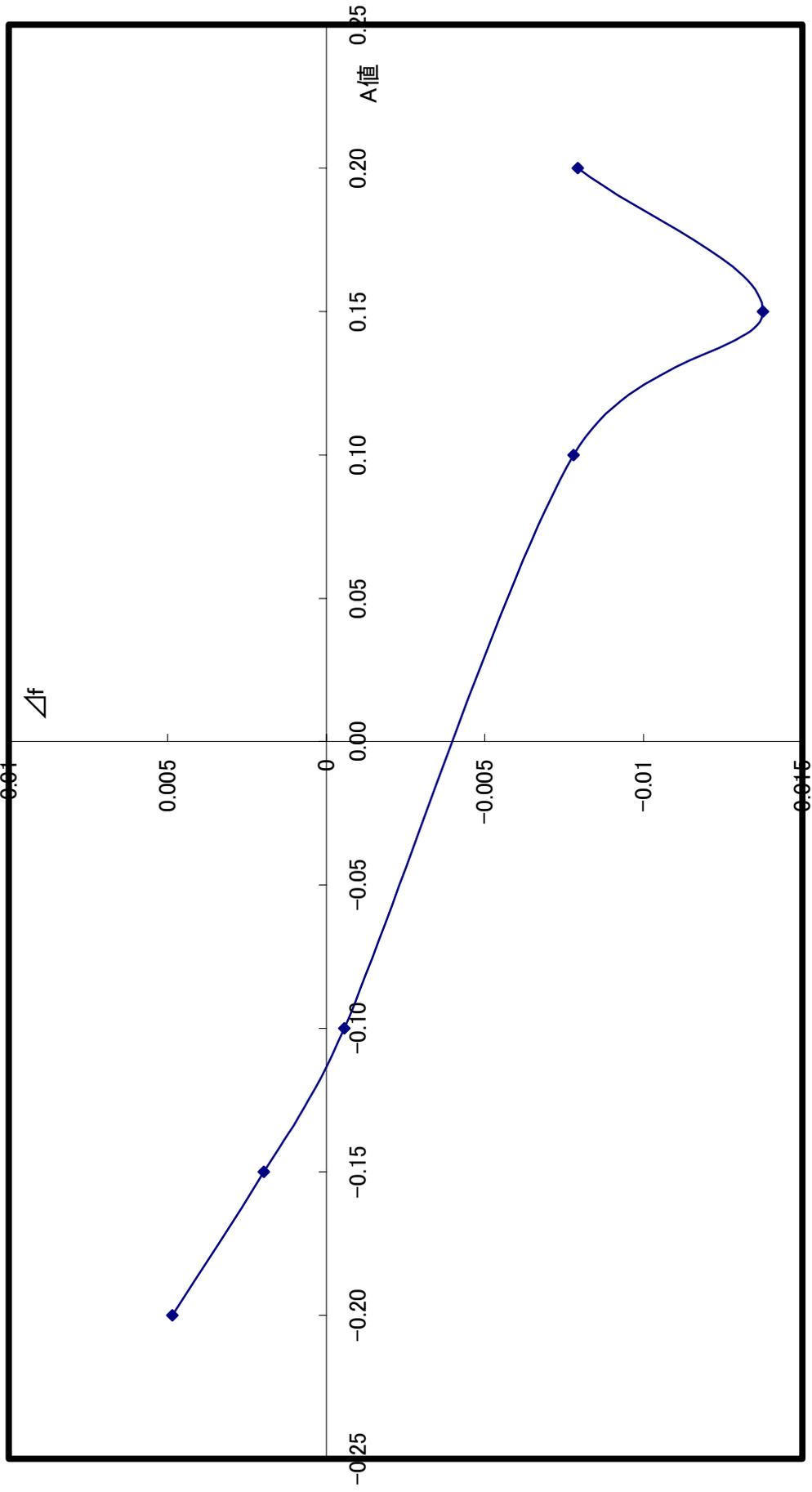


fig-3-3-4-3

A値(微分制御)による周波数変化

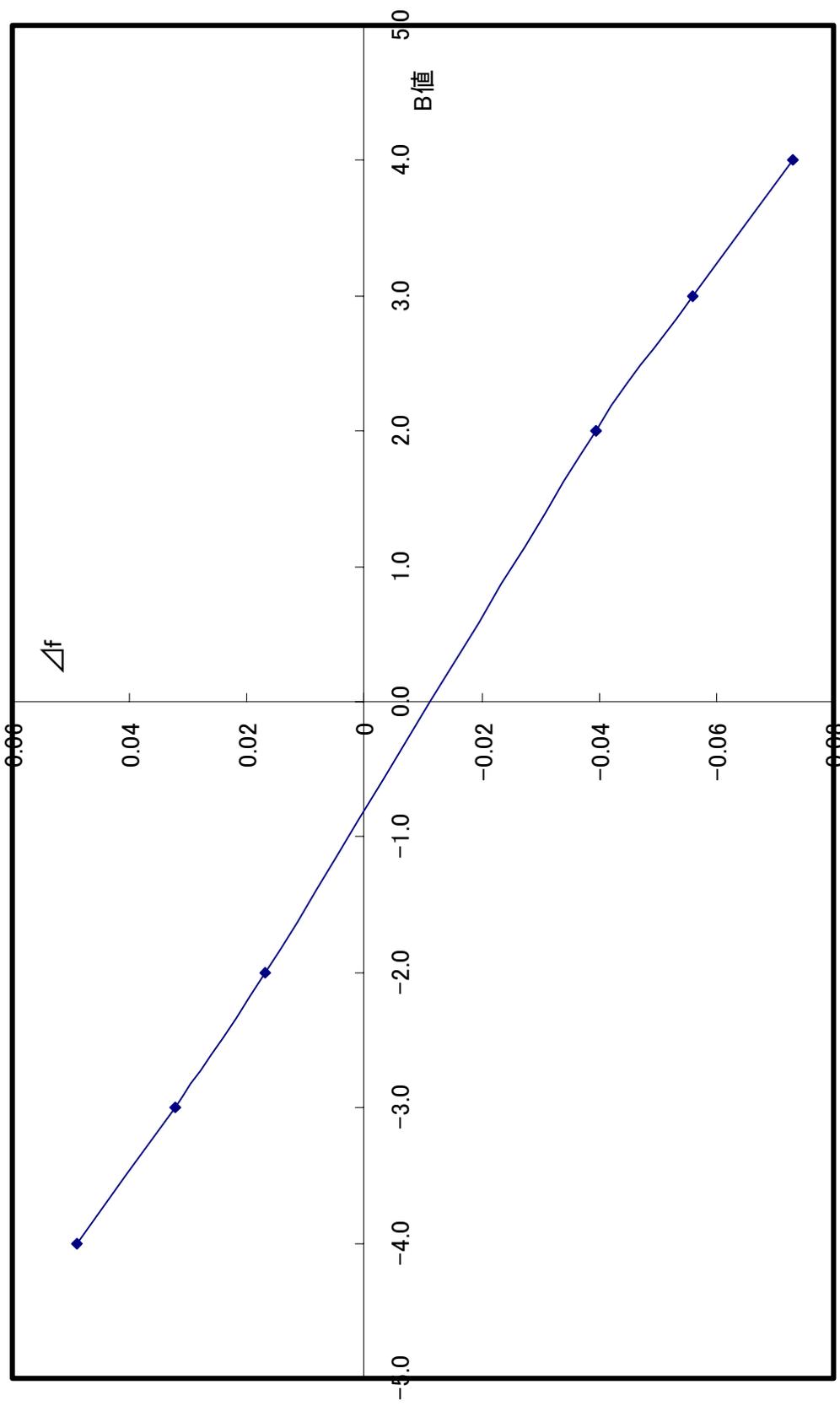


fig-3-3-4-4

B値(比例制御)による周波数変化

free 20

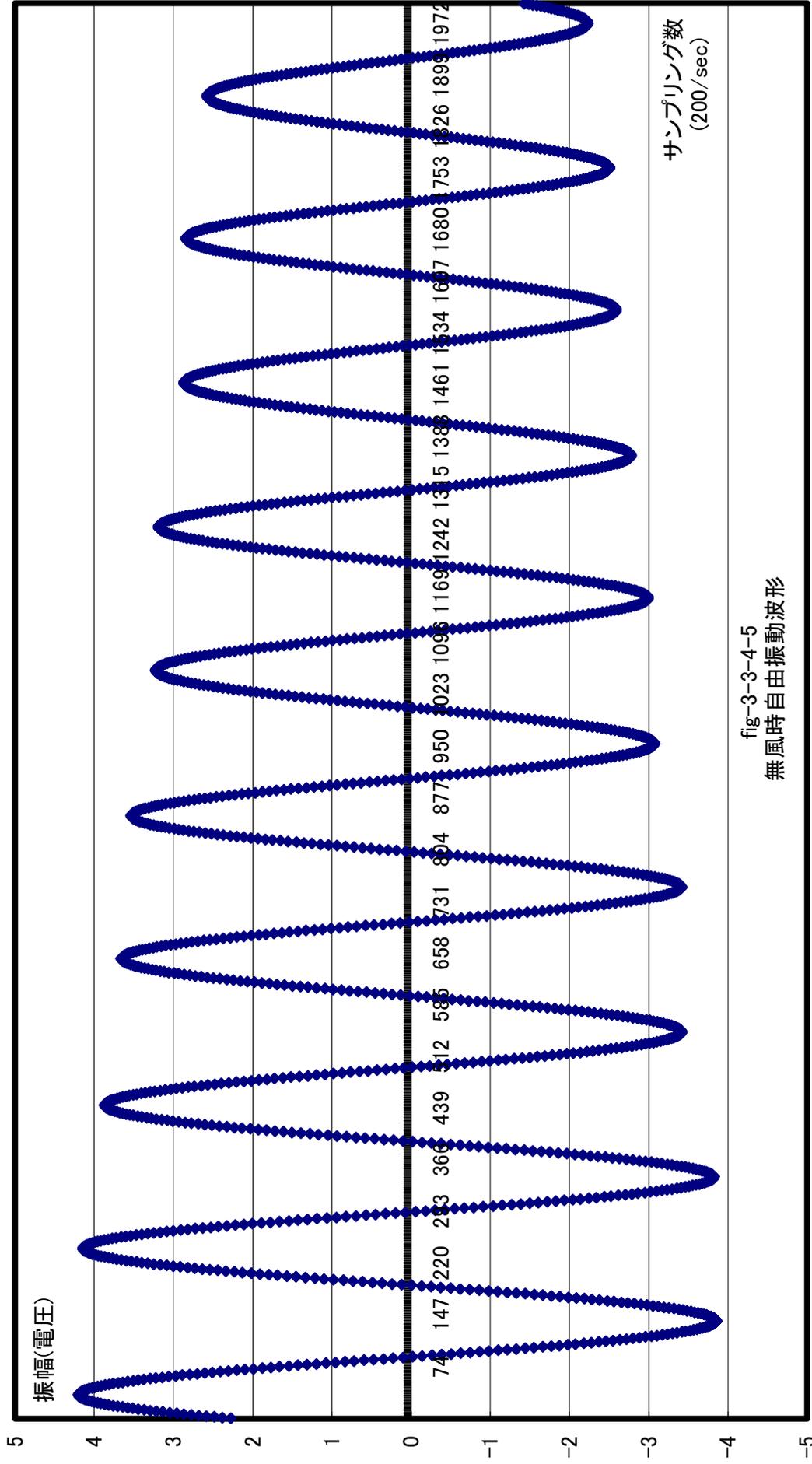


fig-3-3-4-5
無風時自由振動波形

wind 700 free 1

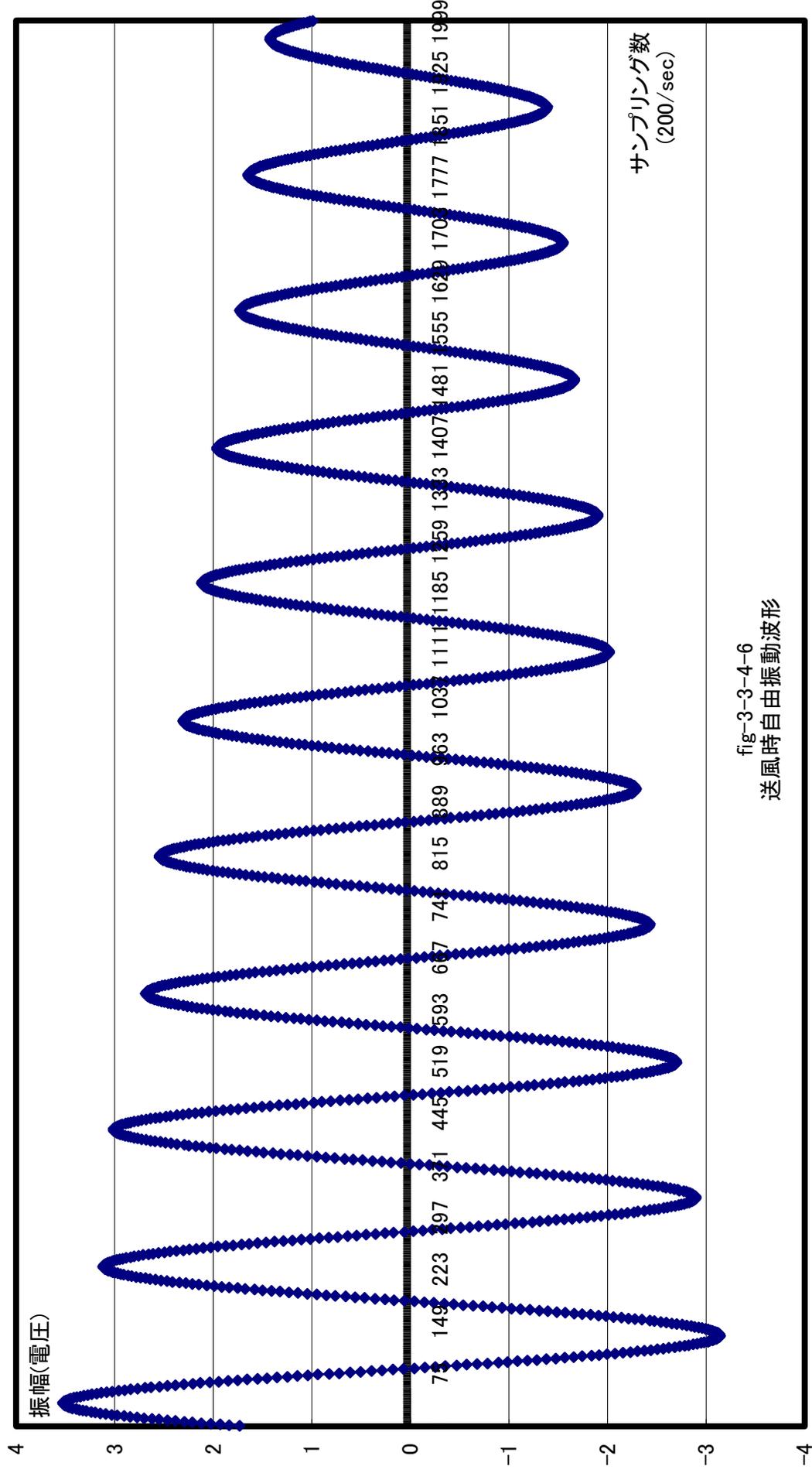


fig-3-3-4-6
送風時自由振動波形

wind 700 control a065 b360

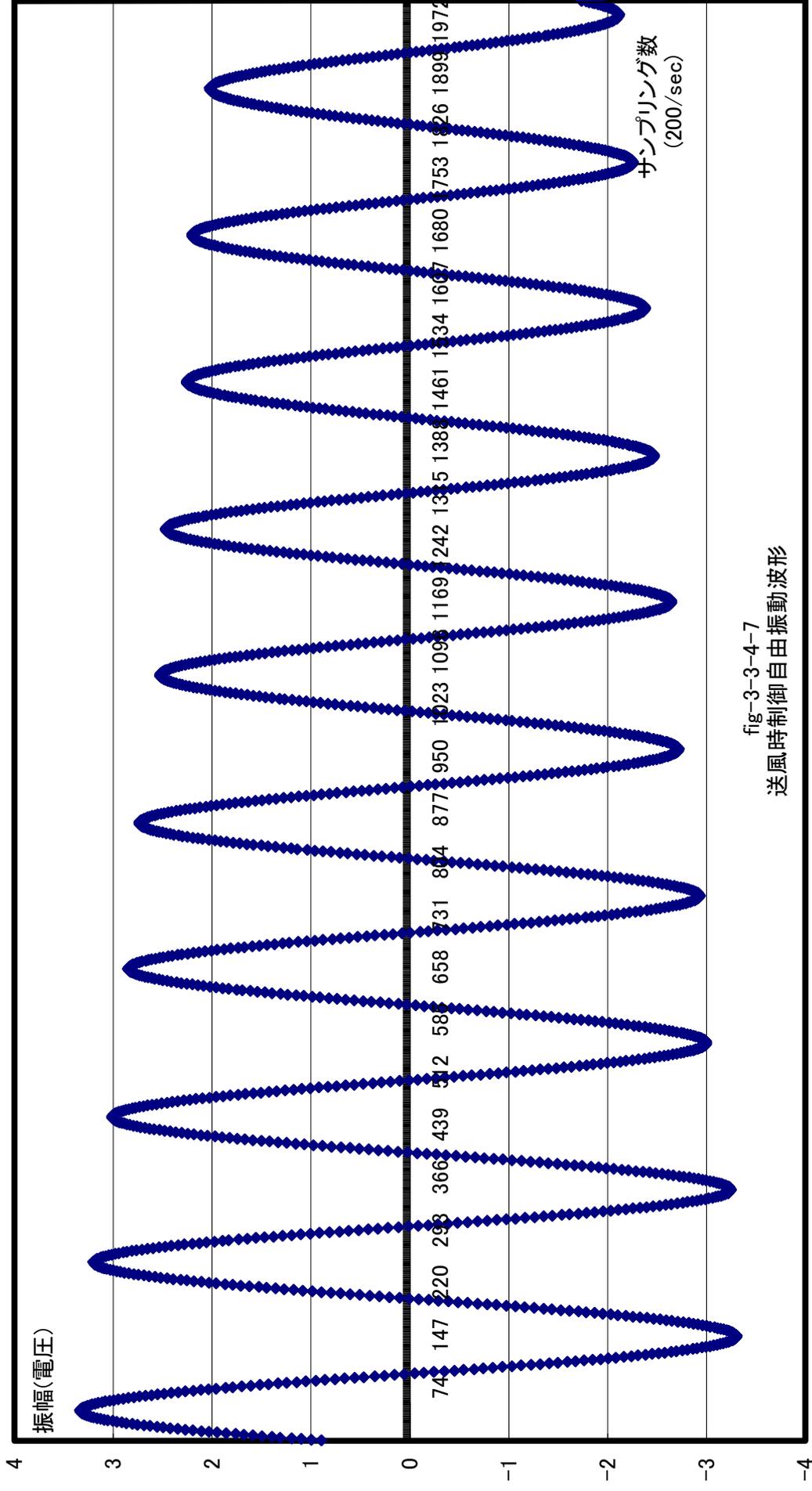


fig-3-3-4-7
送風時制御自由振動波形



photo-3-2-2-1

制御力伝達方法検証および任意減衰付与実験



photo-3-3-2-1

非定常空気力定式化検証実験装置

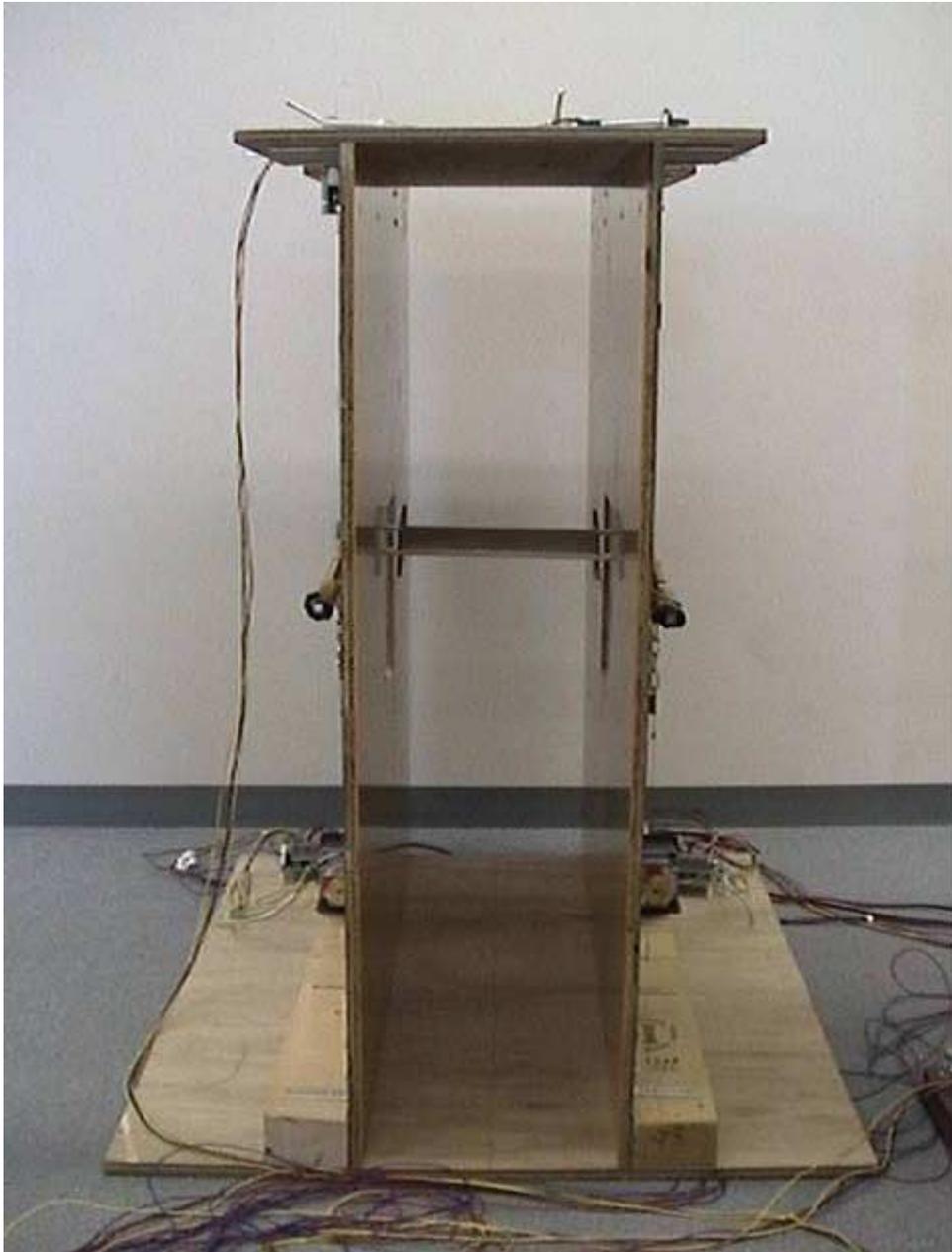


photo-3-3-2-2

非定常空気力定式化検証実験装置