

平成 12 年度

学士学位論文

# 適応等化器による通信品質の改善

The Improvement of the Communication Quality

Using Adaptive Equalizer

1010376 岡田 文宏

指導教員 福本 昌弘

2001 年 2 月 5 日

高知工科大学 情報システム工学科

# 要 旨

## 適応等化器による通信品質の改善

岡田 文宏

無線通信において、建物などで電波が反射することによって生じるマルチパス問題や、電波が非線形歪みを受けることによって生じるフェージング問題などがある。これらは、いずれも移動体通信をはじめとする無線通信では非常に大きな問題となっている。これらの問題を克服するために、大きく分けて 3 種類の方式が実用化されている。その中のダイバシティとアダプティブレイアンテナについては、受信アンテナを複数本必要とし、携帯型端末では実現するのが困難である。そこで、本研究では、携帯型端末でも実現可能な LMS アルゴリズムを応用した適応等化器による通信品質の改善法を示す。

キーワード マルチパス、フェージング、適応等化器、LMS アルゴリズム

# **Abstract**

## The Improvement of the Communication Quality Using Adaptive Equalizer

Fumihiro OKADA

In the wireless communication, there is the multi-pass problem which takes place by an electric wave's reflecting in the building etc, fading problem and so on that an electric wave takes place by receiving nonlinear distortion. All of these cause a very big problem with wireless communication including the mobile communication. It is greatly divided, and three kinds of forms are put to practical use to get over these problems. As for diversity of that and adaptive array antenna, a receiving antenna should be two or more necessary and difficult to be realized in the terminal of the portable type. So, the way that communication quality by the adaptive equalizer that even the terminal of the portable type can be realized improves is shown by this research.

*key words* multi-pass, fading, Adaptive Equalizer, LMS Algorithm

# 目次

<b>第 1 章</b>	<b>序論</b>	<b>1</b>
1.1	本研究の背景と目的	1
1.2	本論文の概要	2
<b>第 2 章</b>	<b>代表的なフェージング対策</b>	<b>3</b>
2.1	まえがき	3
2.2	ダイバシティ	3
2.3	アダプティブアレイアンテナ	5
<b>第 3 章</b>	<b>適応アルゴリズム</b>	<b>7</b>
3.1	まえがき	7
3.2	LMS アルゴリズム	8
3.3	学習同定法	13
3.4	RLS アルゴリズム	16
<b>第 4 章</b>	<b>適応等化</b>	<b>21</b>
4.1	まえがき	21
4.2	適応等化	21
4.2.1	ブラインド等化	21
4.2.2	自動等化	22
4.2.3	適応等化アルゴリズム	26
4.3	LMS アルゴリズムを適応した適応等化器	28
<b>第 5 章</b>	<b>結論</b>	<b>29</b>
5.1	本研究で得られた結果の概要	29

5.2	今後の課題と展望	29
	謝辞	31
	参考文献	32
	付録 A	33
A.1	フラットフェージング	33
A.2	マルチパス	33
A.3	トランスバーサルフィルタ	33

# 図目次

2.1	空間ダイバシティ	4
2.2	時間ダイバシティ	4
2.3	周波数ダイバシティ	4
2.4	アダプティブアレイアンテナ	5
3.1	$E[e^2(k)]$ の等高線	9
3.2	Wiener-Hoff の解を最急降下法で求める構成	10
3.3	LMS アルゴリズムの構成	12
3.4	解の集合	14
3.5	学習同定法で得られる解の幾何学的関係	15
4.1	ブラインド等化器の概念図	21
4.2	自動等化器の概念図	22
4.3	適応等化器の概念図	26
4.4	LMS アルゴリズムを応用した適応等化器の概念図	28
A.1	トランスバーサルフィルタ	33

# 第1章

## 序論

### 1.1 本研究の背景と目的

移動体通信をはじめとする無線通信においては、建物などで電波が反射することによって起こるマルチパス問題や、電波が歪みを受けることによって起こるフェージング問題がある。それらは携帯電話で通話中に音が悪くなったり、音の途切れの原因となっている。そこで、通信を行う場合には、このようなフェージングを抑える技術が重要となる。フェージングを抑える方式として、従来から大きく分けてダイバシティ、アダプティブアレイアンテナ、適応等化器の3種類の方式が実用化されている。

ダイバシティは、受信アンテナを複数本離れた場所に設置し、両方のアンテナに受信された信号の強度の大きい方を選ぶので、フラットフェージングに効果的という利点がある。また、アダプティブアレイアンテナは、指向性のアンテナで不要な反射波を除去できるという利点がある。しかし、これら的方式は受信アンテナを複数本必要とするので、携帯型端末での実現が難しい。適応等化器は1本のアンテナだけでフェージングを抑えられるので、携帯型端末でも実現可能になる。

適応等化器に応用される適応アルゴリズムについては、携帯型端末でも実現可能にするには、学習同定法とRLSアルゴリズムでは、ハードウェアが複雑になるので実現が難しい。そこで、演算量の少ないLMSアルゴリズムを応用する。本研究は、このような背景の下、通信品質の改善に重要な適応アルゴリズムを応用した適応等化器に関する研究とし、フェージングを抑えることを目的として行った。

## 1.2 本論文の概要

本論文の概要は以下の通りである。

まず第2章では、フェージング対策として従来より実用化されている方式である、ダイバシティ、アダプティブアレイアンテナについて述べ、それらの欠点を指摘する。

次に第3章では、適応アルゴリズムについて述べる。代表的なアルゴリズムとして、LMSアルゴリズム、学習同定法、RLSアルゴリズムについて説明する。

第4章では、適応等化器について述べ、ダイバシティ、アダプティブアレイアンテナと比較してその方式の有効性を示す。

最後に、本研究より得られた符号間干渉を抑えるシステムを結論として第5章に示した。

# 第 2 章

## 代表的なフェージング対策

### 2.1 まえがき

通信路で生じる歪みの代表例として、前後の信号からの影響が原因で起こる符号間干渉がある。符号間干渉がある場合には、受信信号をそのまま逆変換しても、送信信号を復元することはできない。例えば、電話機では電気信号に変換された音声信号が通信路を通して伝送されるが、通信路の符号間干渉が無視できないときには、受信機で得られた受信信号をそのまま復元しても良質な音声信号を得ることはできない。そこで、送信信号を復元するために、通常は受信側に等化器と呼ばれる一種の復元フィルタを挿入することになる [1]。

無線通信では、建物などで電波が反射することによって生じるマルチパス問題や、電波が非線形ひずみを受けることによって生じるフェージング問題などがある。これらは、いずれも移動通信などの無線通信では非常に大きな問題となっている [1]。

これらの問題を克服するために、従来より大きく分けて 3 種類程度の方式が実用化されている。以下では、まずこの内の 2 つの方式について述べる。

### 2.2 ダイバシティ

まず 1 つ目は、ダイバシティである。ダイバシティは受信側において、様々な異なる条件で同一の信号を受信し、条件のいい方を選択する方式の総称である [2]。一般的に広く用いられている方式は受信アンテナを複数本離れた場所に設置し、両方のアンテナに受信された信号の強度の大きい方を選ぶ空間ダイバシティで、フラットフェージングに効果的な方式と

して用いられている [2].

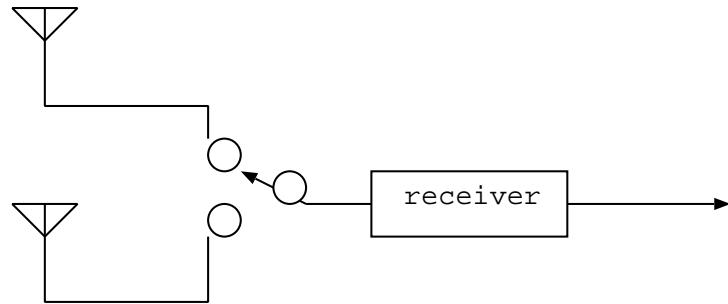


図 2.1 空間ダイバシティ

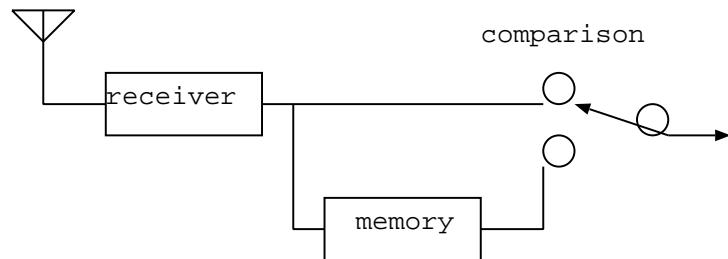


図 2.2 時間ダイバシティ

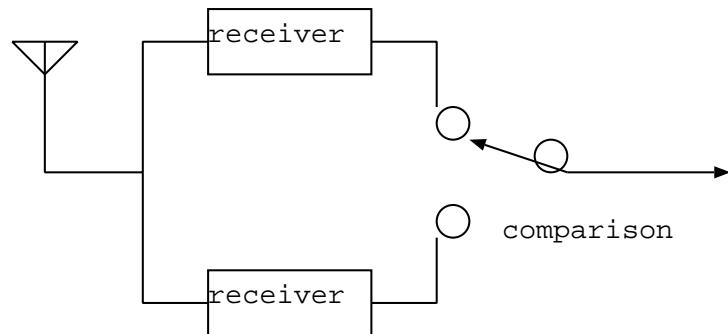


図 2.3 周波数ダイバシティ

## 2.3 アダプティブアレイアンテナ

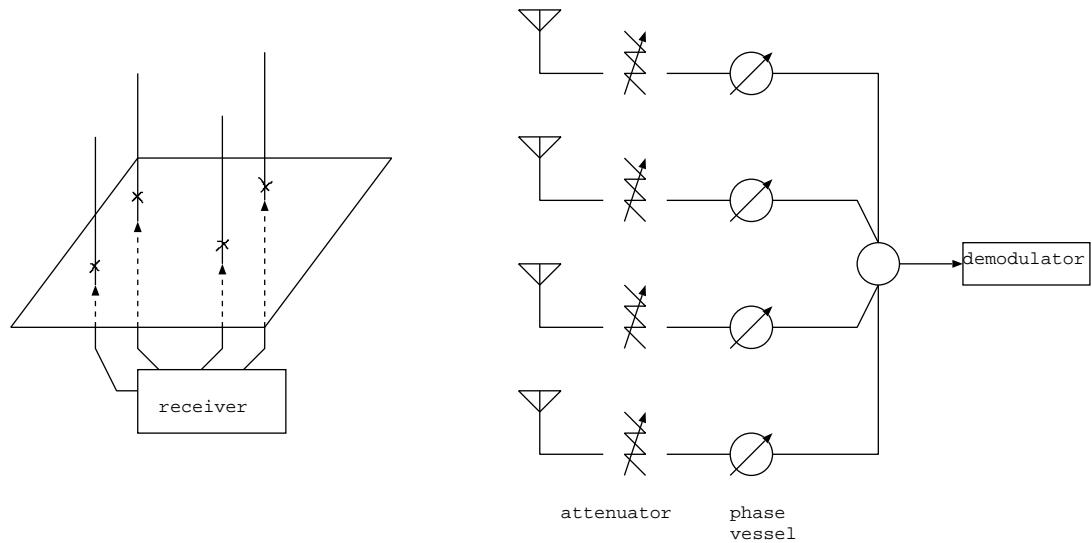


図 2.4 アダプティブアレイアンテナ

次に 2 つ目は、アダプティブアレイアンテナである。アダプティブアレイは一種の可変指向性アンテナで、任意の方向に指向性を持たない点（指向性のヌル点）を作ることができる [2]。

フェージングはもともとマルチパス現象が観測されるために起こるので、この指向性アンテナで不要な反射波（遅延波）を除去してしまえばマルチパスそのものがなくなり、フェージングが発生しない [2]。

移動体通信では、機械的に指向性アンテナを振りまわせないので、電気的に指向性が変化できるアダプティブアレイアンテナが有効な方式である [2]。

しかし、これら的方式には次のような欠点がある。ダイバシティの場合、周波数選択性フェージングに対しては、どのアンテナ入力にも波形歪みが起こり、どれを選んでも歪んでいることに変わりがないため周波数選択性フェージングには効果が薄い [2]。

また、アダプティブアレイアンテナの場合、効果は最も期待できる方法であるが大きなア

## 2.3 アダプティブアレイアンテナ

ンテナスペースが必要になるとこと、コストがかかることから実現が難しい。

他にもこれら的方式は、受信アンテナを複数本必要とするので、大きなアンテナスペースが必要となり、携帯型端末では実現が難しいという欠点もある。

そこで、3つ目として適応等化という方式が出てくる。適応等化は、先の2つの方式と異なって1本のアンテナだけでフェージングに対抗できる。この適応等化については第4章で述べる。

# 第3章

## 適応アルゴリズム

### 3.1 まえがき

信号処理は、入力信号、出力信号(所望信号)、フィルタを用いて実現される。入力信号の情報が完全に既知でない場合には、信号処理の過程で信号処理システムをある基準のもとで最適となるように逐次修正する機能を持ったシステムが必要となる。信号処理過程で必要に応じてシステムの特性を変化させる機能を持った信号処理を、適応信号処理と呼び、システムを適応フィルタと呼ぶ。また、システムの特性を変化させる方法を適応アルゴリズムと呼ぶ[7]。

このアルゴリズムは、適応等化器にも応用されている。そこで、以下では代表的な適応アルゴリズムについて述べる。

まず、1960年、WidrowとHoffが適応スイッチング回路の研究において、Widrow-HoffのLMSアルゴリズムと呼ばれる適応アルゴリズムを開発した[7]。このアルゴリズムは、広い意味で、2乗平均誤差を最急降下法に基づいて最小にする一方式で、演算量が少ないという利点から現在でも代表的な適応アルゴリズムとしての地位を占めている。

また、1967年には、野田と南雲が学習同定法を発表した[7]。学習同定法は、先に述べたLMSアルゴリズムに比べやや複雑だが、高速な収束特性を有しており、実用的にも優れた適応アルゴリズムということができる[7]。

これらのアルゴリズムは、与えられた信号の統計的性質が未知の場合でも、この信号の統計量をもとに生成されるWiener-Hoffの方程式を解くことのできる繰り返し算法とみることができる[7]。また、推定すべきパラメータの変化にある程度追従できる特徴がある。し

かし、これらのアルゴリズムは入力信号が有色の場合、収束速度が著しく劣化するという欠点もある [7].

一方 1960 年、Kalman により離散時間カルマンフィルタが提案された [7]. カルマンフィルタにおいて、状態変数を推定すべき未知パラメータとし、このパラメータが時間的に変動しないと仮定すると、このカルマンフィルタはよく知られた逐次最小 2 乗 (RLS) アルゴリズムと一致する [7]. RLS アルゴリズムは、推定すべきパラメータの個数を  $N$  とすると、1 サンプルあたり  $N^2$  に比例する回数の乗算を必要とし、そのハードウェア化はかなり困難といえるが、先に述べた仮定が成立している場合、非常に良好な収束特性を示す [7].

この章では、これらの適応アルゴリズムについて詳しく述べる.

## 3.2 LMS アルゴリズム

ここでは、最小平均 2 乗 (Least Mean Square, LMS) アルゴリズムとその基礎となる最急降下法を示す。まず最急降下法について示す。

任意の  $h_N$  における勾配ベクトル  $G_N(h_N)$  を

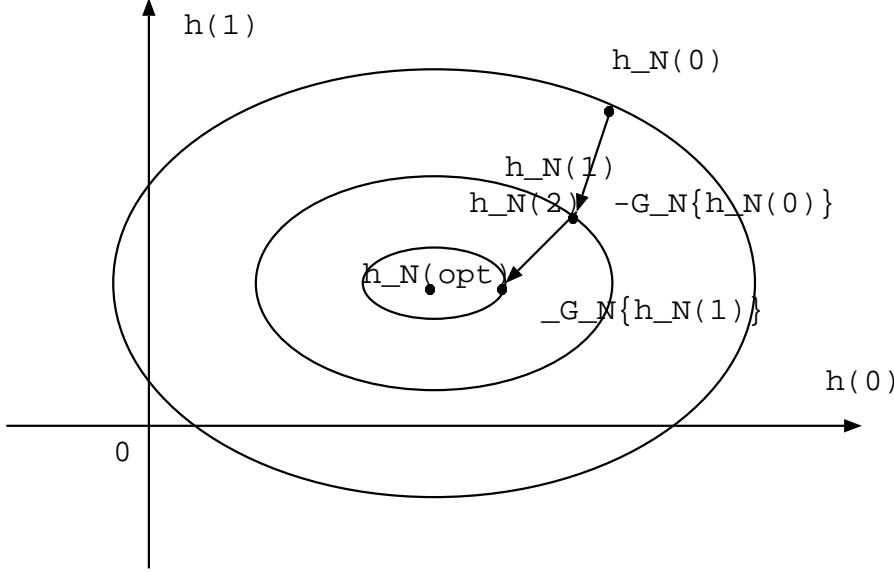
$$G_N(h_N) = 2A_{N,N}h_N - 2v_N \quad (3.1)$$

と定義する。

$$J = h_N^T A_{N,N}(k)h_N - 2h_N^T v_N(k) + E[z^2(k)] \quad (3.2)$$

式 (3.2) はパラメータ  $h_N$  の 2 次形式となっており、評価量  $J$  を最小にする  $h_N$  はただ一つ存在する。3.1 はこの様子を  $N = 2$  の場合について説明したものである。

図 3.1 に示した曲線は、係数  $h(0), h(1)$  の変化に対し  $J$  の値の等しい集合である。また、 $G_N(h_N)$  は任意の係数  $h_N$  における勾配に等しく、等高線上の法線方向に一致している。したがって、任意の点  $h_N(0)$  を初期値とし、 $h_N(0)$  を  $-G_N(h_N(0))$  方向に適当に移動することにより  $h_N(1)$  における  $J$  を  $h_N(0)$  における  $J$  よりも小さくすることができる。ただし、 $h_N(j)$  は  $h_N$  の  $j$  番目の修正値である。これを繰り返せば、 $h_N(j)$  は  $h_N(opt)$

図 3.1  $E[e^2(k)]$  の等高線

に限りなく近づく [7]. 以下のアルゴリズムをまとめると

$$h_N(j) = h_N(j-1) - 0.5\alpha(j)G_N\{h_N(j-1)\}; j = 1, 2, \dots \quad (3.3)$$

となる. 式 (3.3) は最急降下法,  $\alpha(j)$  はステップゲインと呼ばれる. この構造を図 3.2 に示す.

次に, 式 (3.3) に従って  $h_N$  を修正した場合の  $h_N(opt)$  と  $h_N(j)$  の距離の変化について述べる. このために, 誤差ベクトルを

$$E_N(j) = h_N(j) - h_N(opt) \quad (3.4)$$

と定義する.

$$h_N(opt, k) = A_{N,N}^{-1}(k)v_N(k) \quad (3.5)$$

式 (3.4) は, 式 (3.1), 式 (3.3), 式 (3.5) から

$$E_N(j) = [h_N(j-1) - 0.5\alpha(j)G_N\{h_N(j-1)\}] - h_N(opt)$$

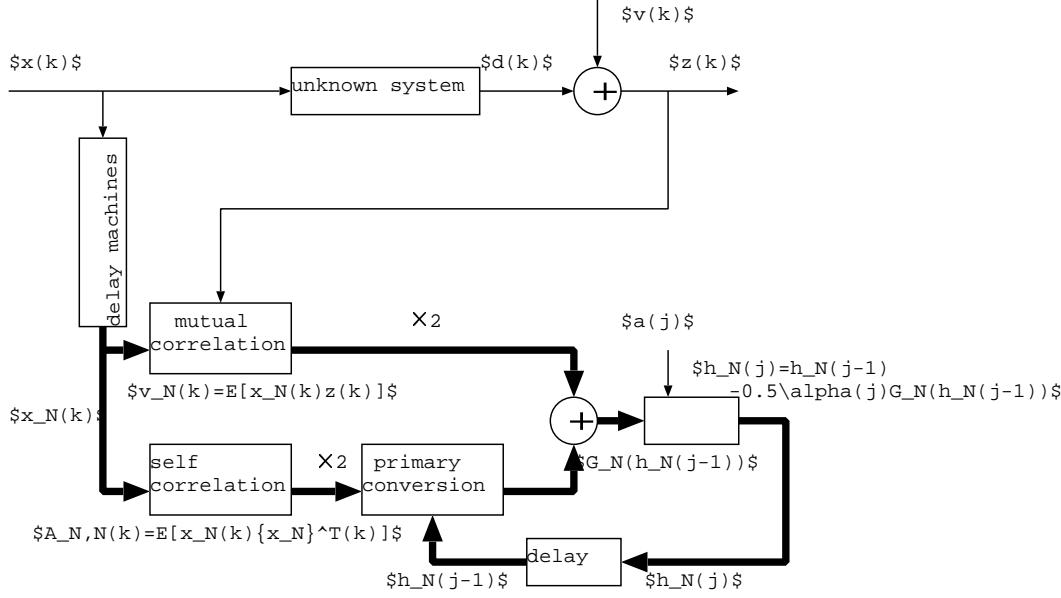


図 3.2 Wiener-Hoff の解を最急降下法で求める構成

$$\begin{aligned}
 &= \{h_N(j-1) - h_N(opt)\} - 0.5\alpha(j)G_N\{h_N(j-1)\} \\
 &= E_N(j-1) - 0.5\alpha(j)\{2A_{N,N}h_N(j-1) - 2v_N\} \\
 &= E_N(j-1) - \alpha(j)A_{N,N}\{h_N(j-1) - A_{N,N}^{-1}v_N\} \\
 &= \{I_{N,N} - \alpha(n)A_{N,N}\}E_N(j-1); j = 1, 2, 3, \dots
 \end{aligned} \tag{3.6}$$

と変形できる。したがって、誤差ベクトル  $E_N(j)$  の変化は、

$$E_N(j) = \prod_{n=1}^j \{I_{N,N} - \alpha(n)A_{N,N}\}E_N(0) \tag{3.7}$$

で与えられる。 $E_N(j)$  の大きさが  $j$  の増加に対し小さくなるかどうかは、ステップゲイン  $\alpha(j)$ 、および  $A_{N,N}$  (入力信号の性質) に依存していることがわかる [7]。このような性質をより明らかにするために  $A_{N,N}$  を

$$A_{N,N} = Q_{N,N}D_{N,N}Q_{N,N}^T \tag{3.8}$$

と変形する。ただし、 $Q_{N,N}$  は  $A_{N,N}$  の固有ベクトルを列ベクトルに持つ直交行列

$$Q_{N,N}^T = Q_{N,N}^{-1} \tag{3.9}$$

である。また、 $D_{N,N}$  は  $AN, N$  の固有値を対角要素とする対角行列

$$D_{N,N} = \text{Diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_N); \lambda_1 \leq \lambda_2 \leq \dots \leq \lambda_N \quad (3.10)$$

である。したがって、

$$I_{N,N} - \alpha(j)A_{N,N} = Q_{N,N}\{I_{N,N} - \alpha(n)D_{N,N}\}Q_{N,N}^T E_N(0) \quad (3.11)$$

を得る。ここで、各修正ごとに  $\alpha(j)$  の値を  $A_{N,N}$  の固有値  $\lambda_j$  の逆数に選べば、

$$\begin{aligned} \prod_{n=1}^j (I_{N,N} - \alpha(n)D_{N,N}) &= \prod_{n=1}^j (I_{N,N} - \lambda_n^{-1} D_{N,N}) \\ &= \text{Diag}(0, 1 - \lambda_1^{-1} \lambda_2, \dots, 1 - \lambda_1^{-1} \lambda_N) \\ &\quad \times \text{Diag}(1 - \lambda_2^{-1} \lambda_1, 0, 1 - \lambda_2^{-1} \lambda_3, \dots, 1 - \lambda_2^{-1} \lambda_N) \\ &\quad \vdots \\ &\quad \times \text{Diag}(1 - \lambda_N^{-1} \lambda_1, \dots, 1 - \lambda_N^{-1} \lambda_{N-1}, 0) \\ &= 0_{N,N} \end{aligned} \quad (3.12)$$

となり、 $N$  回以下の修正で  $h_N(j)$  は  $h_N(opt)$  に一致する。たとえば、適当な大きさの白色信号を入力信号とすれば、 $A_{N,N}$  は単位行列となる [7]。したがって、

$$\alpha(j) = 1; j = 1, 2, \dots \quad (3.13)$$

とすれば 1 回の修正で最適解が得られることがわかる。ステップゲインを毎回変化させず固定する場合には、 $A_{N,N}$  の固有値の大きさが一様なほど最適解に速く近づくことがわかる。一方、音声信号などのような有色信号では最大固有値と最小固有値の比は非常に大きくなり、ステップゲインを固定した場合には収束速度はかなり劣化する [7]。

以上述べたことは、パラメータ推定を行うのに必要な統計量がわかっている場合の説明であった。しかし実際の応用では、これら統計量を計算するだけの時間を許されない場合も多い [7]。次に、Windrow と Hoff により提案された LMS アルゴリズムについて説明する。

式 (3.3) から平均操作を省略すると、式 (3.3) は、

$$h_N(j) = h_N(j-1) - 0.5\alpha(j) \times \{2x_N(k)x_N^T(k)h_N(j-1) - 2x_N(k)z(k)\} \quad (3.14)$$

と変形できる。LMS アルゴリズムは、式 (3.14) において  $j = k+1$  および  $\alpha(j) = \alpha$  とすれば得られる。すなわち、

$$\begin{aligned} h_N(k+1) &= h_N(k) - \alpha\{y(k) - z(k)\}x_N(k) \\ &= h_N(k) + \alpha e(k)x_N(k) \end{aligned} \quad (3.15)$$

である。このように、時刻  $k$  におけるデータから次の時刻に使用する推定ベクトル  $h_N$  が繰り返し得られる。また、ステップゲイン  $\alpha$  の選択は、入力信号の統計的性質により決定される [7]。次の  $\alpha$  の範囲

$$0 < \alpha < 2 / \sum_{k=1}^N \lambda_k \quad (3.16)$$

において、評価量  $J = E[e^2(k)]$  は零に近づくことが知られている。ただし、 $\lambda_N$  は  $A_{N,N}$  の最大固有値である。また初期値  $h_N(0)$  は任意の点である。この構成を図 3.3 に示す。

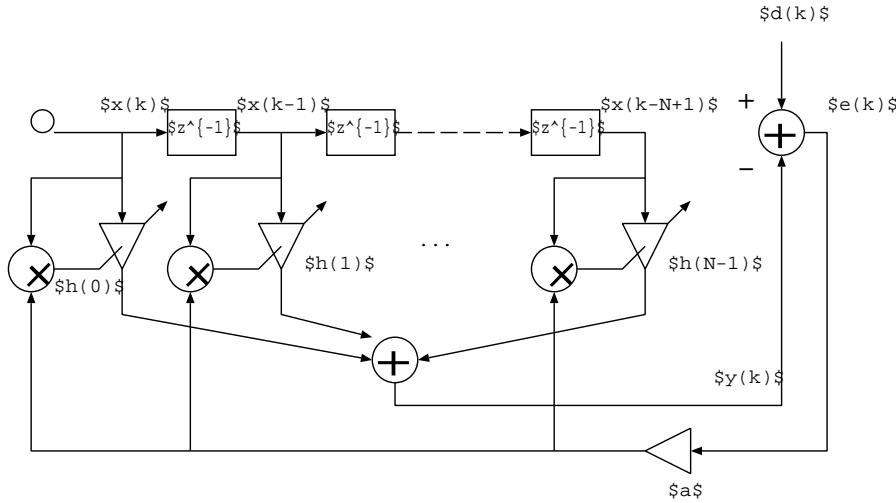


図 3.3 LMS アルゴリズムの構成

### 3.3 学習同定法

ここでは南雲と野田により提案された学習同定法について説明する。以下では未知システムと既知システムの次数は等しく ( $M = N$ )、観測雑音  $v(t)$  は存在しない ( $v(t) = 0$ ) と仮定して説明する。いま、時刻  $k$  でアダプティブフィルタの出力  $y(k)$  が未知システムの出力  $d(k)$  に等しいと考える。すなわち、

$$d(k) = (x(k), x(k-1), \dots, x(k-N+1)) \begin{pmatrix} h(0) \\ h(1) \\ \vdots \\ h(N-1) \end{pmatrix} \quad (3.17)$$

である。未知システムのパラメータ  $W_N$  (真値ベクトル) は式 (3.17) を満たす。しかし、アダプティブフィルタのパラメータ  $h_N$  (推定ベクトル) は  $W_N$  に等しいとは限らない。すべての入力信号に対し式 (3.17) が成立するときに限り  $h_N = W_N$  となる。このように、式 (3.17) を満たす  $h_N$  は真値ベクトルを含む解集合となる [7]。そこで、式 (3.17) を満たす  $h_N$  の代表ベクトル  $h_N(k+1)$  を図 3.4 に示したように、適当に定めた任意の点から解集合に下ろした垂線の足と考える。解集合は、式 (3.17) からわかるように状態ベクトル  $x_N(k)$  に直交している。さらに、 $W_N$  はこの解集合に含まれるので、 $h_N(k+1)$  はある点から  $x_N(k)$  方向に係数を修正したとき最も  $W_N$  に近い点である [7]。

さて、このようなことを繰り返して  $h_N(k+1)$  を  $W_N$  に接近させるためには、適当に定めたある点よりも  $W_N$  により近い  $h_N(k)$  を次の係数修正の初期値とすればいい。この様子を図 3.5 に示す。図 3.5において  $\Pi(k-1), \Pi(k)$  はそれぞれ時刻  $k-1, k$  における解集合である。別のいい方をすると、時刻  $k-1, k$  にそれぞれ所望信号  $d(k-1), d(k)$  と等しくなるアダプティブフィルタ係数の集合である。また、解ベクトル  $W_N$  は、すべての状態ベクトル  $[x_N(k); -\infty < k < \infty]$  に対し所望の信号  $d(k)$  となる点だから、すべての解集合  $[\Pi(k), -\infty < k < \infty]$  の交点に位置している [7]。

以上のことまとめると

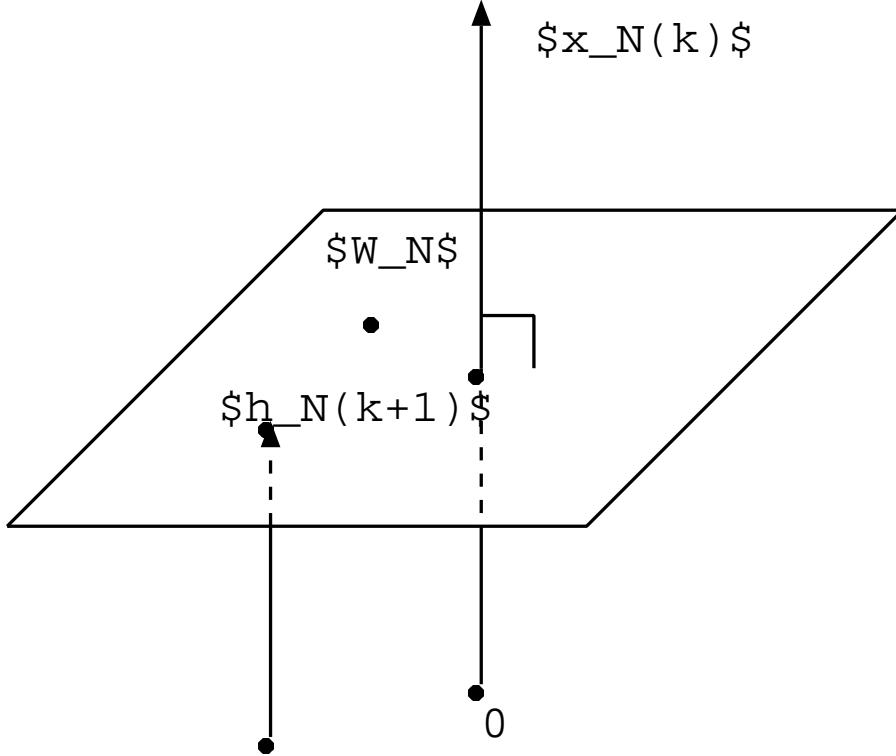


図 3.4 解の集合

$$\begin{aligned}
 h_N(k+1) &= h_N(k) + \{h_N(k+1) - h_N(k)\} \\
 &= h_N(k) + \frac{\{W_N - h_N(k)\}^T [h_N\{(k+1) - h_N(k)\}]}{\|h_N(k+1) - h_N(k)\|} \\
 &\quad \times \frac{h_N(k+1) - h_N(k)}{\|h_N(k+1) - h_N(k)\|}
 \end{aligned} \tag{3.18}$$

となる。ただし、 $\|\cdot\|$  はベクトルのユークリッドノルムを表し、要素の 2 乗和の平方根と定義する。ここで、

$$\frac{h_N(k+1) - h_N(k)}{\|h_N(k+1) - h_N(k)\|} = \frac{x_N(k)}{\|x_N(k)\|} \tag{3.19}$$

$$\{W_N - h_N(k)\}^T x_N(k) = d(k) - y(k) = e(k) \tag{3.20}$$

が成立するので、式 (3.18) は

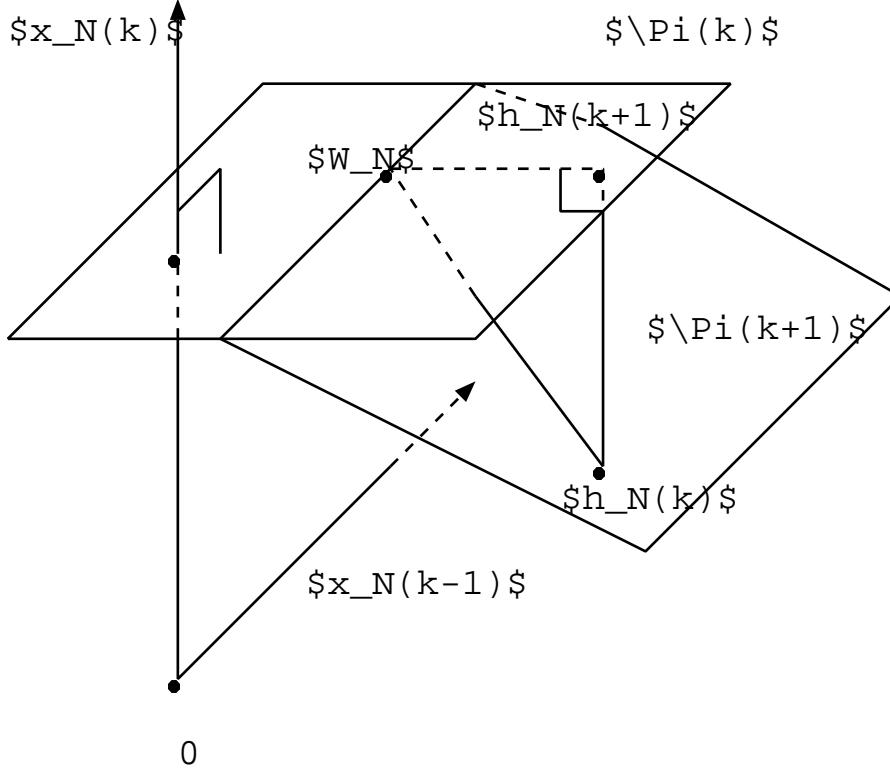


図 3.5 学習同定法で得られる解の幾何学的関係

$$h_N(k+1) = h_N(k) + \frac{x_N(k)}{\|x_N(k)\|^2} e(k) \quad (3.21)$$

のように変形できる。学習同定法は、式 3.21 の修正ベクトルにステップゲインを掛け

$$h_N(k+1) = h_N(k) + \alpha \frac{x_N(k)}{\|x_N(k)\|^2} e(k) \quad (3.22)$$

で与えられる。前で述べた仮定 ( $M = N, v(k) = 0$  が成立していれば、式 (3.21) により更新されたアダプティブフィルタ係数  $h_N(k+1)$  は、初期値によらずその更新に要した状態ベクトル  $x_N(k)$  に対し、所望の信号を与えるという特徴を持っている。また、未知システムのパラメータが変動した場合も時刻  $k$  に限定すればこの特徴は保存される [7].

### 3.4 RLS アルゴリズム

ここでは、逐次最小2乗(Recursive Least Squares, RLS)アルゴリズムの導出について説明する。RLSアルゴリズムは、式(2.20)を一度に解くのではなく  $A_{N,N}$  や  $v_N$  を逐次的に求めながら  $h_N(opt)$  を解く方法である。したがって、推定ベクトル  $h_N$  は1サンプルごとに更新され、徐々に  $h_N(opt)$  に近づく[7]。

さて、信号の定常性とエルゴード性を仮定し

$$X_{k-N+2,N}(k) = \begin{pmatrix} x(k) & x(k-1) & \cdots & x(k-N+1) \\ x(k-1) & x(k-2) & \cdots & x(k-N) \\ \vdots & & & \vdots \\ x(N-1) & x(N-2) & \cdots & x(0) \end{pmatrix} \quad (3.23)$$

なる量を定義すれば、時刻  $k$  における  $A_{N,N}$ 、 $v_N$  の推定値  $\hat{A}_{N,N}$ 、 $\hat{v}_N$  はそれぞれ

$$\hat{A}_{N,N}(k) = \frac{1}{k} X_{k-N+2,N}^T(k) X_{k-N+2,N}(k) \quad (3.24)$$

$$\hat{v}_N(k) = \frac{1}{k} X_{k-N+2,N}^T(k) z_{k-N+2}(k) \quad (3.25)$$

となる。ただし、

$$z_{k-N+2}(k) = (z(k), z(k-1), \dots, z(N-1))^T \quad (3.26)$$

である。ここで、

$$A_{N,N} = \hat{A}_{N,N}(k) \quad (k \rightarrow \infty) \quad (3.27)$$

$$v_N = \hat{v}_N(k) \quad (k \rightarrow \infty) \quad (3.28)$$

であるから、式(2.20)より

$$h_N(opt) = \{X_{k-N+2,N}^T(k) X_{k-N+2,N}(k)\}^{-1}$$

$$\times X_{k-N+2,N}^T(k)z_{k-N+2}(k) \quad (k \rightarrow \infty) \quad (3.29)$$

を得る。したがって、時刻  $k$  までに得られたデータを使った  $h_N$  の推定ベクトルを  $h_N(k+1)$  とし

$$\begin{aligned} h_N(k+1) &= \{X_{k-N+2,N}^T(k)X_{k-N+2,N}(k)\}^{-1} \\ &\quad \times X_{k-N+2,N}^T(k)z_{k-N+2}(k) \end{aligned} \quad (3.30)$$

と置くことができる。式 (3.30) は  $k \rightarrow \infty$  において  $h_N(opt)$  と一致する。

次は、式 (3.30) の右辺をこれまでに得られたデータを有効に利用しつつ、新たなデータをつけ加えながら計算する逐次計算表現に変形する。このために、

$$P_{N,N}(k) = \{X_{k-N+2,N}^T(k)X_{k-N+2,N}(k)\}^{-1} \quad (3.31)$$

なる量を定義する。式 (3.30) は

$$\begin{aligned} h_N(k+1) &= \{X_{k-N+1,N}^T(k-1)X_{k-N+1,N}(k-1) + x_N^T(k)x_N(k)\}^{-1} \\ &\quad \times \{X_{k-N+1,N}^T(k-1)z_{k-N+1}(k-1) + x_N(k)z(k)\} \end{aligned} \quad (3.32)$$

と変形できるので、よく知られた逆行列の公式

$$(A + BC)^{-1} = A^{-1} - A^{-1}B(I + CA^{-1}B)^{-1}CA^{-1} \quad (3.33)$$

と式 (3.31) からその第 1 項は、

$$\begin{aligned} &\{X_{k-N+1,N}^T(k-1)X_{k-N+1,N}(k-1) + x_N^T(k)x_N(k)\}^{-1} \\ &= P_{N,N}(k-1) - \frac{P_{N,N}(k-1)x_N(k)}{1 + x_N^T(k)P_{N,N}(k-1)x_N(k)}x_N^T(k)P_{N,N}(k-1) \\ &= P_{N,N}(k-1) - k_N(k)x_N^T(k)P_{N,N}(k-1) \end{aligned} \quad (3.34)$$

となる。ただし、

$$k_N(k) = \frac{P_{N,N}(k-1)x_N(k)}{1 + x_N^T(k)P_{N,N}(k-1)x_N(k)} \quad (3.35)$$

とおいた。ここで、式(3.34)左辺は  $P_{N,N}(k)$  だから、 $P_{N,N}(k)$  は  $P_{N,N}(k-1)$  から

$$P_{N,N}(k) = P_{N,N}(k-1) - k_N(k)x_N^T(k)P_{N,N}(k-1) \quad (3.36)$$

のように得ることができる。したがって、式(3.32)は

$$\begin{aligned} h_N(k+1) &= \{P_{N,N}(k-1) - k_N(k)x_N^T(k)P_{N,N}(k-1)\} \\ &\quad \times \{X_{k-N+1,N}^T(k-1)z_{k-N+1}(k-1) + x_N(k)z(k)\} \\ &= P_{N,N}(k-1)X_{k-N+1,N}^T(k-1)z_{k-N+1}(k-1) \\ &\quad - k_N(k)x_N^T(k)P_{N,N}(k-1)X_{k-N+1,N}^T(k-1)z_{k-N+1}(k-1) \\ &\quad + \{I_{N,N} - k_N(k)x_N^T(k)\}P_{N,N}(k-1)x_N(k)z(k) \end{aligned} \quad (3.37)$$

となる。さらに式3.37は次に述べるような表現に変形することができる。まず、式(3.30), 式(3.31)より

$$\begin{aligned} &P_{N,N}(k-1)X_{k-N+1,N}^T(k-1)z_{k-N+1}(k-1) \\ &= \{X_{k-N+1,N}^T(k-1)X_{k-N+1,N}(k-1)\}^{-1}X_{k-N+1,N}^T(k-1) \\ &\quad \times z_{k-N+1}(k-1) \\ &= h_N(k) \end{aligned} \quad (3.38)$$

を得る。また、式(3.35)より

$$k_N(k)\{1 + x_N^T(k)P_{N,N}(k-1)x_N(k)\} = P_{N,N}(k-1)x_N(k) \quad (3.39)$$

だからこれを変形すると

$$k_N(k) = \{I_{N,N} - k_N(k)x_N^T(k)\}P_{N,N}(k-1)x_N(k) \quad (3.40)$$

となる。ただし、 $I_{N,N}$  は  $N$  行  $N$  列の単位行列である。したがって、式(3.39)、式(3.40)より式(3.37)は

$$h_N(k+1) = h_N(k) + k_N(k)\{z(k) - x_N^T(k)h_N(k)\} \quad (3.41)$$

のような逐次計算方式に変換できる。以上をまとめると次に示すような RLS アルゴリズムの計算手順が得られる。

$$\begin{aligned} k_N(k) &= \frac{P_{N,N}(k-1)x_N(k)}{1 + x_N^T(k)P_{N,N}(k-1)x_N(k)} \\ P_{N,N}(k) &= \{I_{N,N} - k_N(k)x_N^T(k)\}P_{N,N}(k-1) \\ h_N(k+1) &= h_N(k)h_N(k) \cdot \{z(k) - x_N^T(k)h_N(k)\} \end{aligned} \quad (3.42)$$

式(3.42)に示した RLS は次のように変形することもできる。まず、式(3.36)の両辺に右から  $x_N(k)$  をかけ、式(3.40)を使えば

$$\begin{aligned} P_{N,N}(k)x_N(k) &= P_{N,N}(k-1)x_N(k) - k_N(k)x_N^T(k) \\ &\quad \times P_{N,N}(k-1)x_N(k) \\ &= \{I_{N,N} - k_N(k)x_N^T(k)\}P_{N,N}(k-1)x_N(k) \\ &= k_N(k) \end{aligned} \quad (3.43)$$

を得る。式(3.43)より得られた  $k_N(k)$  を式(3.42)に示した手順の 3 番目に代入し、式(3.42)の 1 番目の手順を 2 番目に代入すれば、式(3.44)に示した手順となる。

$$\begin{aligned} P_{N,N}(k) &= P_{N,N}(k-1) - \frac{P_{N,N}(k-1)x_N(k)x_N^T(k)P_{N,N}(k-1)}{1 + x_N^T(k)P_{N,N}(k-1)x_N(k)} \\ h_N(k+1) &= h_N(k) + P_{N,N}(k)x_N(k) \cdot \{z(k) - x_N^T(k)h_N(k)\} \end{aligned} \quad (3.44)$$

さて、式(3.42)または式(2.46)に示した手順を実行するには初期値  $h_N(0)$ 、 $P_{N,N}(0)$  を決めなければならない。これらについては

$$h_N(0) = (\text{任意})$$

$$P_{N,N}(0) = cI_{N,N} \quad (c \text{ は十分大きな正数})$$

のように選ばれる。

実際に RLS アルゴリズムを使う場合は、1 を越えない忘却係数  $\lambda$  を導入し、パラメータの変動に追従するように工夫されている。このようなアルゴリズムは、指数重み RLS アルゴリズムと呼ばれている。

最後に、式 (3.42) に対応する指数重み RLS アルゴリズムを式 (3.45) に示す。

$$\begin{aligned} k_N(k) &= \frac{\lambda^{-1} P_{N,N}(k-1)x_N(k)}{1 + \lambda^{-1} x_N^T(k)P_{N,N}(k-1)x_N(k)} \\ P_{N,N}(k) &= \lambda^{-1} \{I_{N,N} - k_N(k)x_N^T(k)x_N^T(k)\}P_{N,N}(k-1) \\ h_N(k+1) &= h_N(k) + k_N(k) \cdot \{z(k) - x_N^T(k)h_N(k)\} \end{aligned} \tag{3.45}$$

# 第4章

## 適応等化

### 4.1 まえがき

従来の代表的なフェージング対策であるダイバシティとアダプティブアレイアンテナは、受信アンテナを複数本使うので、それだけの大きなアンテナスペースが必要となり、携帯型端末では実現することが困難である。また、コストもかかるという欠点が指摘されている。

これに対し、適応等化器は、1本の受信アンテナだけでフェージングに対抗できるので携帯型端末でも実現できることができると見える。この方式は、等化器を利用し、通信路の変化に適応するように等化器特性を調整し、干渉を抑える方式である。

### 4.2 適応等化

#### 4.2.1 ブラインド等化

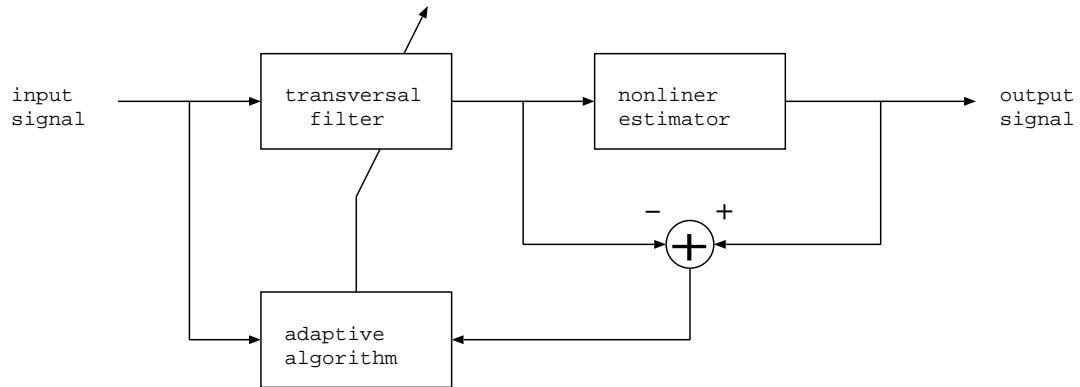


図 4.1 ブラインド等化器の概念図

図 4.1 にブラインド等化器の概念図を示す。本来、送信信号は遠くの受信者には未知であり、等化はもともと未知システムの入力を知らない状態から未知システムの逆特性を推定することが本質的である [4]。この問題はブラインド等化と呼ばれている。受信信号電力がない状態から信号を受け始めるときは、情報の伝送に先立ちあらかじめ定められたテスト信号を送り、強制等化を完了して情報が来るのを待つ。情報が来た後は等化出力から判定して得る送信データの推定を正しいものとして適応等化を続ける [4]。しかし、通信路で大きな干渉が起こって連續的に判定が誤ると適応等化は簡単に発散状態になるから、そのときは、上記の手順を繰り返してもう一度信号を送る。

また、ブラインド等化は、正確な推定のために長い時間を必要とすること、計算の過程が複雑なので実用化に向いていないという欠点を指摘されている。

#### 4.2.2 自動等化

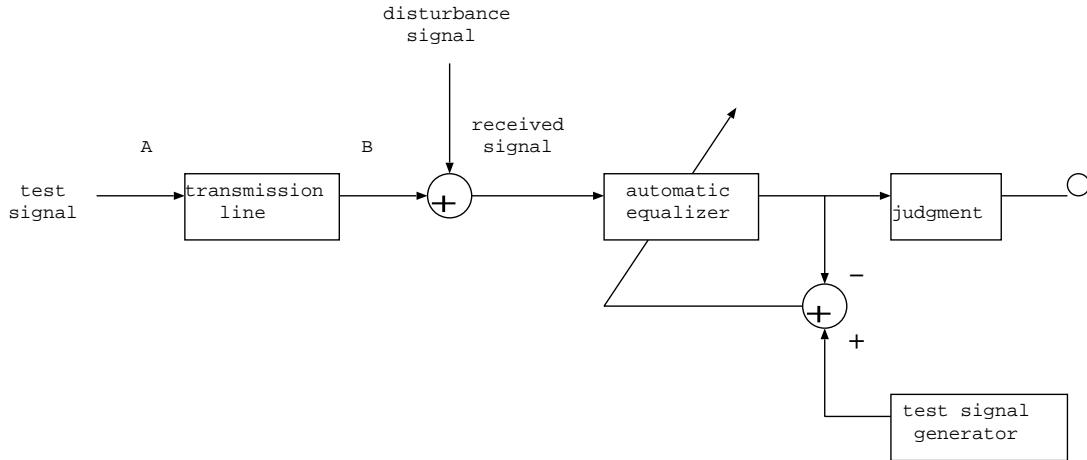


図 4.2 自動等化器の概念図

パルス伝送システムにおいて等化器は通常、受信機(伝送路出力)に置かれる。等化器も含めた全体のシステムのインパルス応答を  $h(t)$  とすれば、等化器出力信号は次式で与えら

れる [6].

$$y(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k h(t - kT) \quad (4.1)$$

ここで、 $T$  はサンプリング周期とする. 標本点  $t_0$  における  $y(t)$  の値は

$$y(t_0) = h_0 \left( a_0 + \frac{1}{h_0} \sum_{\substack{k=-\infty \\ k \neq 0}}^{\infty} a_k h_{-k} \right) \quad (4.2)$$

と書くことができる [6].

但し、 $h_k = h(t_0 + kT)$  である. 式 (4.2) の第 1 項は所要信号を、第 2 項は符号間干渉を表している.  $|a_k|$  の最大値を  $A$  とすれば、符号間干渉の最大値  $D_{\max}$  は

$$D_{\max} = (A/h_0) \sum_{\substack{k=-\infty \\ k \neq 0}}^{\infty} |h_k| \quad (4.3)$$

で表されるから、以下では  $D_{\max}/A = D$  を最小にするような等化器を構成する問題を考えることにする. この  $D$  は雑音や  $a_k$  の分布とは無関係である [6].  $D$  を最小化するという形の等化は zero forcing 形等化と呼ばれている [6].

$\{h_k\}$  を広範囲に制御するためのフィルタとしてはトランスバーサルフィルタがよく用いられる. このフィルタはデジタル化も比較的容易である. 等化器を除くシステムのインパルス応答を  $x(t)$  とし、トランスバーサルフィルタのタップ係数 (利得) を  $c_j (j = -N, -N+1, \dots, N)$  とすれば、トランスバーサルフィルタの出力  $h_k$  は

$$h_k = \sum_{j=-N}^N c_j x_{k-j} \quad (4.4)$$

で表される.

但し、 $x_k = x(t_0 + kT)$  である. また、便利の上  $x_0 = 1$  とする.

実際の伝送を開始する前に一連のテスト信号を伝送して  $D$  が最小となるようにタップ係数を予め調整しておくという形の等化方式をプリセット形等化と呼ぶ [6]. 以下ではこれについて述べる.

$h_0 = 1$  とすると、式(4.4)より

$$h_0 = 1 = \sum_{j=-N}^N c_j x_{-j} \quad (4.5)$$

であり、これより

$$c_0 = 1 - \sum_{\substack{j=-N \\ j \neq 0}}^N c_j x_{-j} \quad (4.6)$$

となるから、これを式(4.4)に代入して次式が得られる。

$$h_k = \sum_{\substack{j=-N \\ j \neq 0}}^N c_j (x_{k-j} - x_k x_{-j}) + x_k \quad (4.7)$$

この時、 $D$  は次のようになる。

$$D = \sum_{\substack{k=-\infty \\ k \neq 0}}^{\infty} \left| \sum_{\substack{j=-N \\ j \neq 0}}^N c_j (x_{k-j} - x_k x_{-j}) + x_k \right| \quad (4.8)$$

式(4.8)は次のように書くこともできる。

$$D = \sum_{\substack{j=-N \\ j \neq 0}}^N c_j \sum_{\substack{k=-\infty \\ k \neq 0}}^{\infty} (x_{k-j} - x_k x_{-j}) sgn h_k + \sum_{\substack{k=-\infty \\ k \neq 0}}^{\infty} x_k sgn h_k \quad (4.9)$$

但し

$$sgn h_k = \begin{cases} +1, & h_k \geq 0 \\ -1, & h_k < 0 \end{cases} \quad (4.10)$$

一方、初期の歪みは次式で与えられる。

$$D_0 = \sum_{\substack{k=-\infty \\ k \neq 0}}^{\infty} |x_k| \quad (4.11)$$

ここで、 $D_0 < 1$  ならば、 $k = -N, \dots, N (k \neq 0)$  に対して同時に  $h_k = 0$  となるようにタップ係数を選んだとき  $D$  は最小値をとる。また、拘束条件  $h_0 = 1$  を満足するようにタッ

係数  $c_0$  を選べば、 $D$  は  $2N$  個の変数  $c_j (j = -N, \dots, N (j \neq 0))$  の凸関数である [6]。したがって、 $D$  を最小にする  $c_j$  は最急降下法により求めることができる。また、 $D_0 < 1$  ならば、次の  $D_N$  を最小にするとき  $D$  も最小となることがわかる

$$D_N = \sum_{\substack{k=-N \\ k \neq 0}}^N |h_k| \quad (4.12)$$

$D_N$  を最小にするには、テスト信号を受信する度に次のような  $D_N$  の勾配  $\text{grad}D_N$  を求め、タップ係数の  $2N$  次元増分ベクトルがこれと丁度逆方向になるように各タップ係数を調整すればいい [6]。

$$\text{grad}D_N = \sum_{\substack{j=-N \\ j \neq 0}}^N \frac{\partial D_N}{\partial c_j} \bar{\alpha}_j \quad (4.13)$$

ここに、 $\bar{\alpha}_j$  は  $2N$  次元タップ係数空間の  $c_j$  軸方向の単位ベクトルである。 $\text{grad}D_N$  の  $c_j$  軸成分は

$$\frac{\partial D_N}{\partial c_j} = \sum_{\substack{k=-N \\ k \neq 0}}^N \frac{\partial h_k}{\partial c_j} \text{sgn}h_k = \sum_{\substack{k=-N \\ k \neq 0}}^N x_{k-j} \text{sgn}h_k \quad (4.14)$$

で与えられるから、 $|x_k| \ll x_0 = 1 (k \neq 0)$  と仮定すれば

$$\frac{\partial D_N}{\partial c_j} \cong \text{sgn}h_j \quad (4.15)$$

$$\text{grad}D_N \cong \sum_{\substack{j=-N \\ j \neq 0}}^N \text{sgn}h_j \bar{\alpha}_j \quad (4.16)$$

が得られる。これは各タップ係数を対応する出力標本の極性で定まる方向に同じ大きさだけ変化させればいいことを示している [6]。従ってタップ係数

## 4.2.3 適応等化アルゴリズム

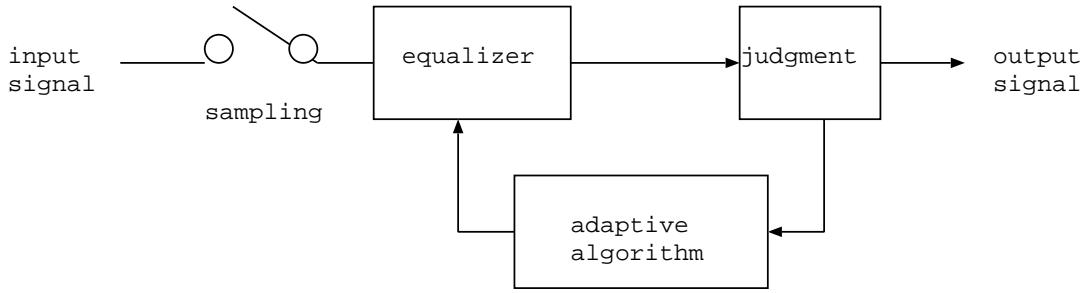


図 4.3 適応等化器の概念図

プリセット形等化では伝送特性が変化する度にテスト信号を伝送して等化器を調整しなければならず、また、回線使用中のその伝送特性が変化した場合は全くなすすべがない。そこで、テスト信号からではなく、受信信号から直接制御信号を取り出して自動的にタップ調整を行えるような等化器が必要である。この種の等化器は、伝送路特性が変動しても、それに自身の特性を適応させる能力を持っているため、適応等化器と呼ばれる。

時刻  $t_k$  における等化器出力は次式で表される。

$$y_k = \sum_{l=-\infty}^{\infty} a_l \mu_{k-l} + n_k \quad (4.17)$$

但し、 $\mu_l$  は等化器を含む全体のシステムのインパルス応答の標本値であり、 $n_k$  はガウス雑音の標本値である。

$KT$  ごとに  $\mu_l$  の極性を推定し、それによってタップ係数の調整を行うものとする。ここで、 $K$  は自然数とする。更に次のような仮定をする。(1)  $n_k$  は統計的に独立なガウス不規則変数で、その分散は  $\sigma^2$  である。(2) 入力シンボルは無相関である。(3) 誤り率は小さい。(4)  $\mu_l$  は  $KT$  秒の観測時間内でほとんど変化しない。このような仮定を用いると、 $\mu_l$  が与えられたとき、 $y_k$  を受信する条件付確率密度は次のようになる。

$$\frac{\prod_{k=1}^K \exp [-(y_k - \sum_{l=-\infty}^{\infty} a_l \mu_{k-l})^2 / 2\sigma^2]}{\sqrt{2\pi}\sigma} \quad (4.18)$$

ここで、次のような等化誤差を導入する [6].

$$\nu_j = \begin{cases} \mu_j, & j \neq 0 \\ \mu_0 - 1, & j = 0 \end{cases} \quad (4.19)$$

式 (4.2) の自然対数を取ったものを対数尤度関数と呼ぶが、これに式 (4.3) を代入したものを  $L$  で表せば、 $\nu_j (j = -N, \dots, N)$  の最尤推定値  $\hat{\nu}_j$  は、 $\partial L / \partial \nu_j = 0$ 、すなわち

$$\sum_{k=1}^K a_{k-j} (y_k - a_k - \sum_{j=-\infty}^{\infty} a_{k-j} \hat{\nu}_j) = 0 \quad (4.20)$$

より得られる。式 (4.4) は

$$\frac{1}{K} \sum_{k=1}^K a_{k-j} (y_k - a_k) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} \hat{\nu}_i \left( \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K a_{k-j} a_{k-i} \right) \quad (4.21)$$

のように書き換えられる。

式 (4.5) の左辺の  $(y_k - a_k)$  は受信標本値  $y_k$  と  $a_k$  の間の誤差であり、これを  $e_k$  と書くことにする。右辺の  $\frac{1}{K} \sum_{k=1}^K a_{k-j} a_{k-i}$  の項は、平均信号電力を  $S$  とすれば、仮定 (2) より  $S \delta_{ji}$  で表せるから、結局、式 (4.5) は次のようになる。

$$\hat{\nu}_j = \frac{1}{KS} \sum_{k=1}^K a_{k-j} e_k \quad (4.22)$$

これより次の適応等化アルゴリズムが得られる。

$$c_j^{(m+1)} = c_j^{(m)} - \Delta sgn \left( \sum_{k=1}^K \hat{a}_{k-j} \hat{e}_k \right) \quad (4.23)$$

ここで、 $\hat{a}_{k-j}$  は判定出力信号であり、また、 $\hat{e}_k = y_k - \hat{a}_k$  である。 $\sum \hat{a}_{k-j} \hat{e}_k$  は  $\hat{a}_k$  と  $\hat{e}_k$  との間の相関を表しており、これを得るための相関器はシフトレジスタ、乗算器、低域フィルタで構成することができる [6].

### 4.3 LMS アルゴリズムを適応した適応等化器

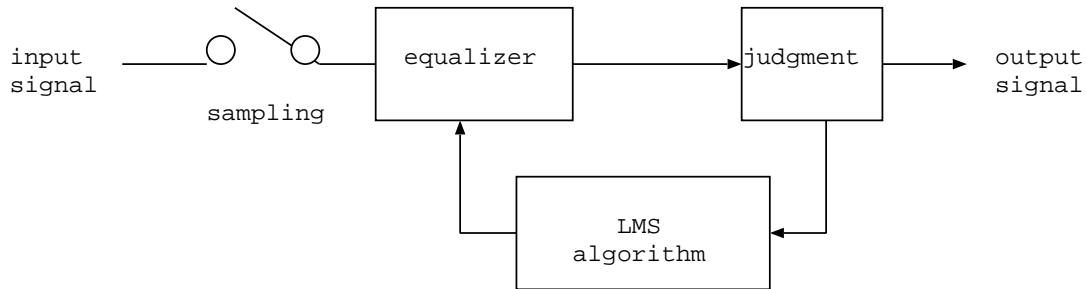


図 4.4 LMS アルゴリズムを応用した適応等化器の概念図

図 4.4 に LMS アルゴリズムを応用した適応等化器概念図を示す。この適応等化器は、まず、合成信号を等化器に通してその出力から判定して得る入力信号の推定を正しいものとして適応等化を続ける。しかし、通信路に大きな干渉が起こって連続的に判定が誤ると適応等化は簡単に発散状態に陥るので、この場合は、LMS アルゴリズムで干渉を抑えて、また上記の手順を繰り返す。

# 第 5 章

## 結論

### 5.1 本研究で得られた結果の概要

本研究は、まず、従来から実用化されているフェージングを抑える 3 つの方式を比較した。ここでは、ダイバシティとアダプティブアンテナは受信アンテナが複数本必要なうえ、それだけの大きなアンテナスペースが必要になり実際に実現するにはかなり困難であるということを示した。そこで、適応等化器に注目した。適応等化器は、先の 2 つの方式と異なって、1 本の受信アンテナだけでフェージングに対抗できる方式である。受信アンテナが 1 本だけで、スペースも使わないので携帯型の端末でも実現可能な方式だと言える。適応等化器は、等化器を利用し、通信路の変化に応じてそれに適応するように等化器特性を調整し、干渉を抑える。

また、適応等化器には適応アルゴリズムが必要なので、次に、代表的な適応アルゴリズムについて述べ、その中から演算量が少ないという理由から LMS アルゴリズムを適応等化器に応用した。最後に、この適応等化器によりフェージングを抑え通信品質を改善するシステムを示した。

### 5.2 今後の課題と展望

本研究で得られた結果から、今後の課題として考えられるものを列挙する。

まず、第 4 章で示した LMS アルゴリズムを応用した適応等化器を実際に作り、シミュレーションによりその性能を評価する必要がある。

## 5.2 今後の課題と展望

また、LMS アルゴリズム以外の適応アルゴリズムを応用した適応等化器を作り、それらの結果をシミュレーションで比較し、それを元に 1 番性能のいい適応等化器を見つけ出すことが望まれる。

# 謝辞

本研究を行うにあたり、ご指導、ご助言を頂いた福本講師に深く感謝いたします。本論文のご審議をしてくださる島村和典教授、菊地豊教授に深謝いたします。

最後に、日頃から多面にわたってご協力を頂いた福本研究室の諸氏に感謝いたします。

# 参考文献

- [1] 谷萩隆嗣, 情報通信とディジタル信号処理, コロナ社, 1999
- [2] 山内雪路, スペクトラム拡散通信, 東京電機大学出版局, 1994
- [3] 山内雪路, ディジタル移動通信方式, 東京電機大学出版局, 1993
- [4] 佐藤洋一, 線形等化理論, 丸善株式会社, 1990
- [5] Simon Haykin, 武部幹(訳), 適応フィルタ入門, 現代工学社, 1987
- [6] 斎藤收三, 小泉卓也, 現代情報通信の基礎, オーム社, 1992
- [7] 辻井重男, 適応信号処理, 昭晃堂, 1995
- [8] 飯國洋二, 適応信号処理アルゴリズム, 培風館, 2000
- [9] 大石邦夫, 久保田一, C言語によるディジタル信号処理入門, コロナ社, 1999
- [10] 辻井重男, 久保田一, わかりやすいディジタル信号処理, オーム社, 1993
- [11] Y. Thomas, 中村尚五, プラクティスディジタル信号処理入門, コロナ社, 1999
- [12] bib:blindbib:blind 辻井重男, 鎌田一雄, ディジタル信号処理, 昭晃堂, 1990

# 付録 A

## A.1 フラットフェージング

複数の伝搬路を通って受信点に到達する電波伝搬を多重伝搬と呼び、ある受信点に到来する複数の波をそれぞれ多重波と呼ぶ [1].

多重波は、互いに到達時間がずれているため、到達時間の差が伝送信号の帯域に比較して十分に小さい場合は、受信レベル変動が伝送信号の周波数特性に影響を与えることはない。これをフラットフェージングと呼ぶ [1].

## A.2 マルチパス

デジタル伝送において、伝送される信号の帯域が広く到来時間差が無視できない場合には、多重波伝搬におけるそれぞれの多重波が符号間干渉を起こし、受信特性劣化の原因となる。これをマルチパスと呼ぶ [1].

## A.3 トランスバーサルフィルタ

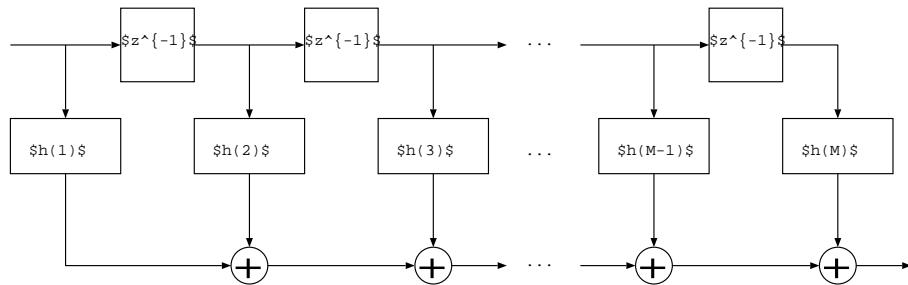


図 A.1 トランスバーサルフィルタ

### A.3 トランスバーサルフィルタ

遅延要素  $z^{-1}$  の組と、タップ入力に接続されている対応する調整可能なタップ係数  $\{h(1), h(2), \dots, h(M)\}$  の組、結果として得られる出力を加算するための加算器の組とで構成されているフィルタのことをトランスバーサルフィルタと呼ぶ [5].