

平成12年度

卒業論文

低レイノルズ数領域における

円柱周りの流れ解析

高知工科大学工学部
知能機械システム工学科
知能流体力学研究室

藤田 尚士

目 次

第1章 緒 言	1
第 1 節 研究目的	1
第 2 節 カルマン渦列とは	1
第2章 基礎式	3
第 1 節 支配方程式	3
第 2 節 支配方程式の無次元化	3
第3章 計算領域および計算方法	5
第 1 節 差分法	5
第 2 節 格子図	5
第 3 節 写 像	6
第 4 節 解析条件	6
第4章 計算結果	8
第 1 節 ベクトル図	8
第 2 節 渦周波数	2 1
第5章 結 言	2 4
参考文献	2 5
謝 辞	2 6

第1章 諸言

第1節 研究目的

1995年12月、福井県にある動力炉・核燃料開発事業団の高速増殖原型炉「もんじゅ」が、温度計さやの破損によるナトリウム漏えい事故を起こした。その破損原因は、流動するナトリウムに挿入していた金属製のさやの下流にカルマン渦列が発生することによってさやが振動し、金属疲労を起こしたためである。

そこで本研究では、円柱周りの流れの解析をすることにより、この事故での現象であるカルマン渦列の可視化などを行う。

第2節 カルマン渦列とは

一様流中に十分な高さを持った柱体を流れ方向に垂直に置き、柱体の幅に基づいたレイノルズ数 Re をとる。 $0 < Re < 5$ においては、柱体周りの流れは柱体に沿って整って流れ、 $Re > 5$ となると柱体の後方に一對の対称な渦「双子渦」が現れる。双子渦は $5 < Re < 45$ の範囲で Re の増大と共に、より後方に伸びる。 $45 < Re < 150$ では、その渦の対称性が崩れ始め、渦は交互に一定の周波数で発生・放出を繰り返し、一定の距離と幅を持った渦列を作る。この交互に発生する渦が「カルマン渦」または「カルマン渦列」と呼ばれ、柱体を振動させる原因でもある。

また、このレイノルズ数の範囲は柱体の形状や柱体の表面粗さなどによっても異なるため、必ずしもこの範囲を満たすわけではないが、一般には $Re = 100$ 前後を境にカルマン渦列の発生を見ることができる。

中高レイノルズ数においては、柱体の後方には例外なくカルマン渦列が形成されるが、カルマン渦列は一定の配列を長い距離にわたって保つことができない性質があり、柱体から離れるにつれて渦の形状を変え続け、ついには崩壊する。一般に、レイノルズ数が大きいほど渦が崩壊する位置は柱体に近づく。そして、カルマン渦が崩壊した後、後流はしばらくの間乱雑な状態を続けるが、さらにその後方で再びきれいなカルマン渦列を形成することが多く、2回目に出現するカルマン渦列の大きさは、最初のカルマン渦列よりも数倍大きい。その2回目に現れたカルマン渦列も下流では再び崩壊する。このようにカルマン渦列は、形成と崩壊を繰り返す性質を持ち合わせている。

カルマン渦列は身近で起こっており，風のある日に電線が唸るのは，カルマン渦列の発生によって電線が可聴範囲の振動数で振動しているからである．また，衛星写真では，時折孤立している島の風下に，カルマン渦列の雲ができていいるのを見ることができる．

1911年，カルマンは柱体後方の流れが振動するのを流れの本質的な性質ではないかと考え，渦の配列の安定を計算した．その結果は実験結果と定性的に合うことが確かめられ，それ以後互い違いの配列を持つ2列の渦巻列のことをカルマン渦列と呼ぶようになったのが名称の由来である．しかし，カルマンの論文が発表されてから約90年の歳月が流れ，その間に多くの研究論文が発表されてきたが，未だカルマン渦列のことは，ほとんど謎に包まれたまま残されているのが現状である．

第2章 基礎式

第1節 支配方程式

非圧縮粘性流体の挙動を示す Navier - Stokes 方程式および連続の式は，密度が一定の条件のもとで，

< Navier - Stokes 方程式 >

$$\begin{aligned}\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \\ \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) \\ \frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right)\end{aligned}$$

< 連続の式 >

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$

で表される．ここで， u ， v ， w はそれぞれ， x ， y ， z 方向の流速， p は圧力， ρ は密度， μ は動粘性係数である．

第2節 支配方程式の無次元化

次に，Navier - Stokes 方程式および連続の式を，二次元での無次元形式にすることにより，下の式を得る．

< Navier - Stokes 方程式 >

$$\begin{aligned}\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} &= -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \\ \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} &= -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right)\end{aligned}$$

<連続の式>

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

ここでの t, u, v, x, y, p は、無次元化されている。また、レイノルズ数 Re は無次元のパラメータであり、関係を下に示す。

$$Re = \frac{UL}{\nu}$$

ただし、 U は代表速度（本研究では一様流速）、 L は代表長さ（本研究では円柱の直径）を表す。

第3章 計算方法および計算領域

第1節 差分法

先に挙げた偏微分方程式を汎用解析ソフト「FLOW」を用いて数値計算を行った。「FLOW」では、偏微分方程式の数値解法として、差分法を用いている。差分法とは、テーラー展開の差から算出した微分係数項を用いて微分方程式を解く方法で、中心差分近似の式を下に示す。

$$\frac{df_i}{dx} = \frac{f_{i+1} - f_{i-1}}{2\Delta x}$$

$$\frac{d^2 f_i}{dx^2} = \frac{f_{i+1} + f_{i-1} - 2f_i}{(\Delta x)^2}$$

ここで、 f は未知数であり、 f の添え字 i は変数 x_i を示し、 $f(x_i)$ を f_i とする。その時の差分間隔を Δx で表す。

第2節 格子図

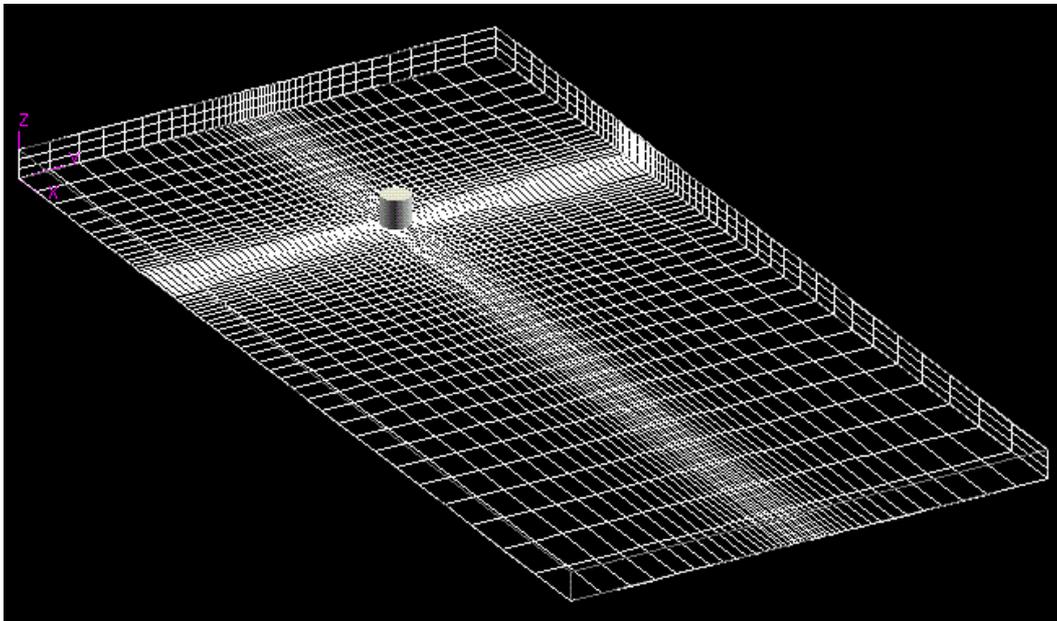


図 2.1 3次元格子図

上の図は、「FLOW」で解析領域や形状、格子を生成した図である。解析領域は、円柱の直径 L に対して x 方向は $3.4L$ 、 y 方向は $1.7L$ の領域をとった。一様流は x 軸の

正の方向に流れるようにし、円柱の位置は、
 x 方向の領域に対して上流から $1/4$ 、 y
 方向の領域に対して中央に置いた。また、
 解析領域を境界適合座標系で格子分割を行
 い、 x 軸方向に 64 分割、 y 軸方向に 43
 分割した。また、円柱付近の解析精度を上
 げるために、円柱付近を細かく分割する方
 法をとった。

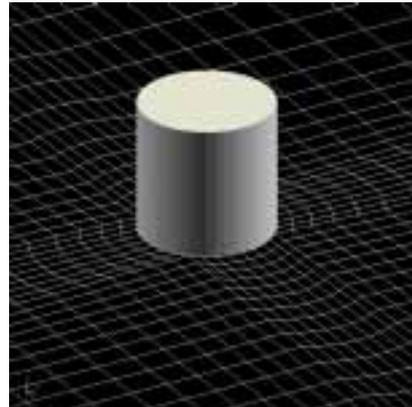


図 2.2 円柱周りの格子図

第 3 節 写 像

境界適合座標系を用いる場合、物理座標系 (x, y, z) を座標変換公式によって計算座標系 (ξ, η, ζ) に変換する必要がある、これを写像という。3次元での物理座標系において任意の六面体を計算座標系で立方体に座標変換するのであるが、ここでの式の記述は省略する。

第 4 節 解析条件

< 解析時間 >

解析時間： 360

時間間隔： 0.05 / ステップ

< 境界条件 >

障害物表面： 全方向速度が 0。

流入面 ($x = 0$ の $y-z$ 平面)： 一様流速 U 。

流出面 ($x = 3.4L$ の $y-z$ 平面)： 境界での法線方向の流速の勾配が 0、つまり、

$$\frac{\partial V_B}{\partial n} = 0$$

V_B : 境界面の流速

n : 境界面の法線ベクトル

である。

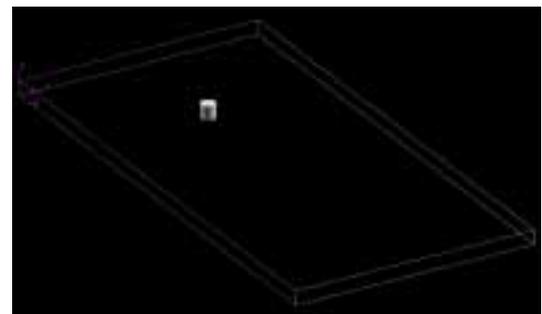


図 4.1 解析領域

上下側面 (x y 平面 , z x 平面) : 境界面で法線方向の速度成分が 0 , 境界面に沿った流れ成分の法線方向の勾配が 0 , つまり ,

$$V_B \cdot n = 0$$

$$\frac{\partial(V_B \cdot t)}{\partial n} = 0$$

V_B : 境界面の流速

n : 境界面の法線ベクトル

t : 境界面の接線ベクトル

である .

< 初期条件 >

流速 : x 方向は 0 , y 方向は $U / 100$ を与える .

圧力 : 全領域において 0 .

初期条件において , y 方向流速に $U / 100$ を与えている理由を述べる . すべての解析条件が流れ方向を軸に対称であったとすると , 数値解析の精度が良いほど非対称性は現われにくい . 実際の現象において完全なる対称はありえず , 何らかの非対称性が含まれる . 本研究では非対称性の発生を見ることが目的であることより , 非対称性を故意に与える必要がある . よって , 初期条件の y 方向速度に一様流速 U の 1 % を与えることにより , 非対称性を持たせている .

また , 「 - FLOW 」では解析領域や格子を作成する際 , 3 次元で作成する必要があり , 解析領域や格子などの図は 3 次元で示しているが , この解析は 3 次元性を除くことができるため , 解析領域の大きさおよび格子数などは 2 次元の表記のみをしている .

第4章 計算結果

第1節 ベクトル図

Re=100からRe=250までの25刻みで、時間 $t = 0 \sim 360$ で解析を行った結果を、流速に基づいたベクトル図で示した。図において右方向がx軸、上方向がy軸に対応し、ベクトルの長さは流速に基づいている。

作成したどの図においても円柱付近を拡大した同じ領域のみを表示しているが、これは表示されていない領域に関して流れに大きな変化がないことと、円柱後方の流れの可視化を重視するために領域の指定を行った。領域の範囲は円柱を中心に、x方向は上流に円柱の直径の2倍、下流に10倍で、y方向は対称に3倍ずつをとった。この領域は、全領域に対してx方向、y方向共に、約1/3ずつに相当する。

また、表1.1はそれぞれのレイノルズ数における選出した時刻の一覧を示す。

Re	t					
100	10	30	60			
125	10	30	60			
150	30	60	240	270	300	330
175	30	60	150	180	210	240
200	30	60	90	120	150	180
225	30	60	90	120	150	180
250	30	60	90	120	150	180

表1.1 選出時間一覧

1 - 1 . Re = 1 0 0 におけるベクトル図

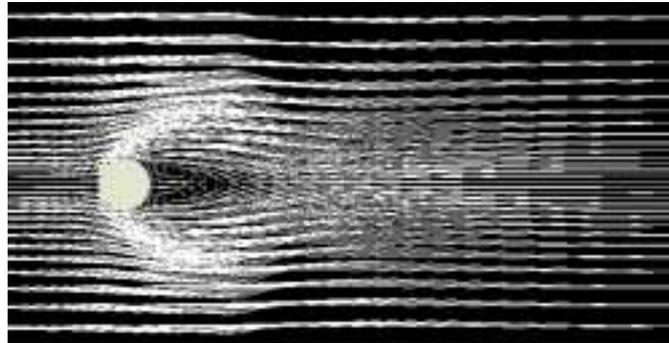


図 1.1.1 Re = 1 0 0 , t = 1 0

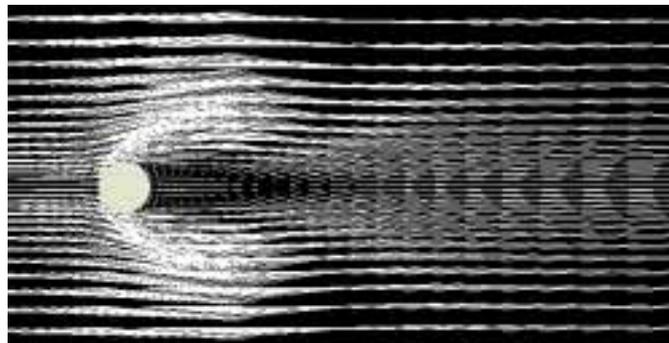


図 1.1.2 Re = 1 0 0 , t = 3 0

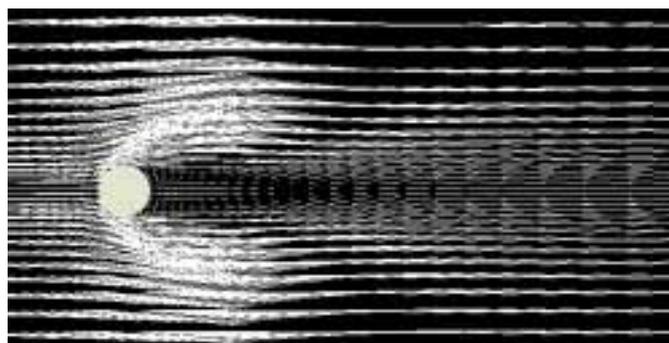


図 1.1.3 Re = 1 0 0 , t = 6 0

Re = 1 0 0 においては， $t = 1 0$ ， $3 0$ ， $6 0$ を作図した．図からわかるように， $t = 1 0 \sim 6 0$ にかけて円柱後方の双子渦が成長していることがうかがえる．しかし， $t = 6 0$ の付近まで双子渦は成長するが，それ以降の変化は $t = 1 6 0 0$ まで見ることはできなかったことより，流れは定常になったと言える．

1 - 2 . Re= 1 2 5 におけるベクトル図

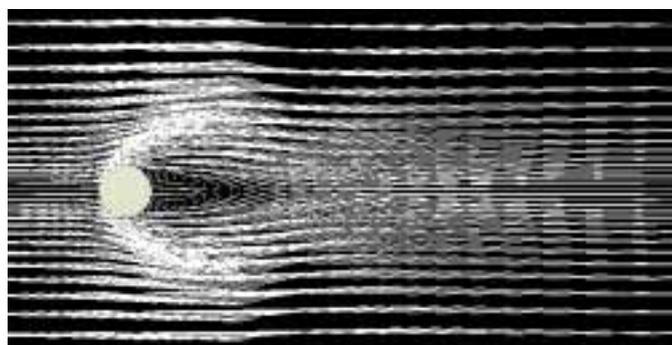


図 1.2.1 Re= 1 2 5 , t = 1 0

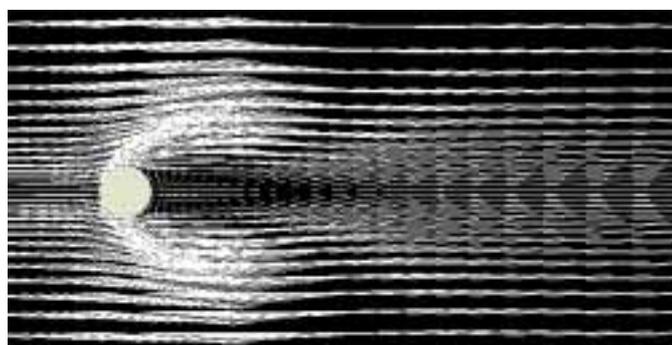


図 1.2.2 Re= 1 2 5 , t = 3 0

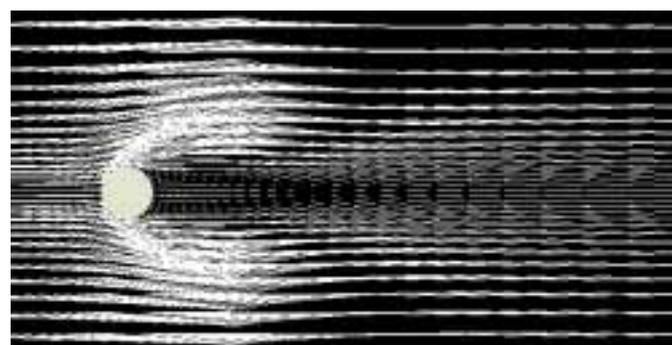


図 1.2.3 Re= 1 2 5 , t = 6 0

Re= 1 2 5 においては , Re= 1 0 0 と同様 $t = 1 0 \sim 6 0$ の間で双子渦は成長するが , Re= 1 0 0 の同時刻に比べて双子渦の形状が若干長く , 細くなっていることがわかる . また , Re= 1 2 5 についても , $t = 1 6 0 0$ まで解析を行ったが , 流れは定常のままであった .

1 - 3 . Re= 1 5 0 におけるベクトル図

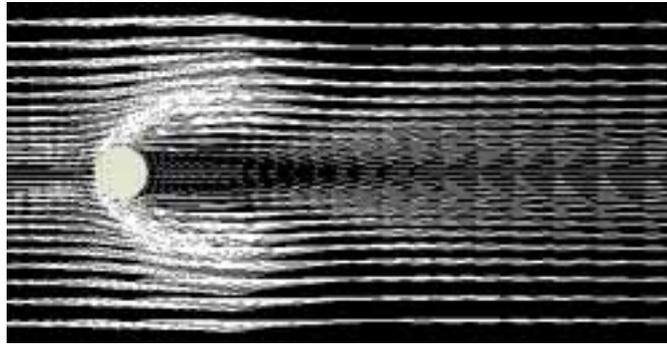


図 1.3.1 Re= 1 5 0 , t = 3 0

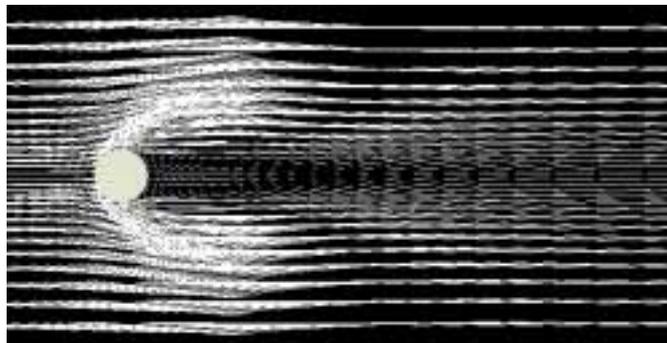


図 1.3.2 Re= 1 5 0 , t = 6 0

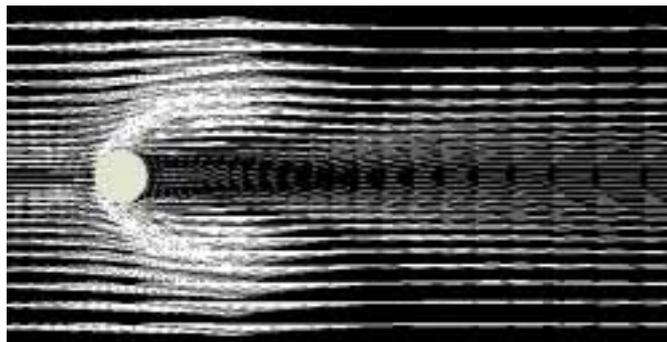
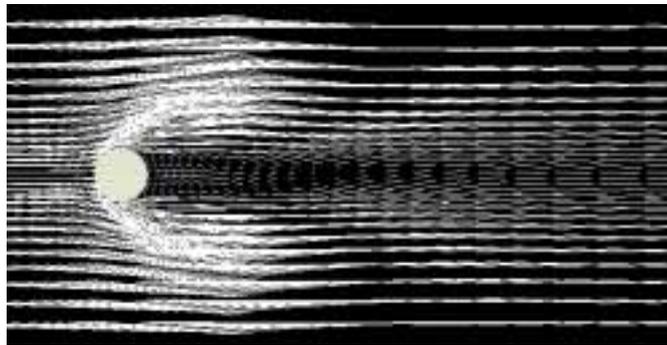
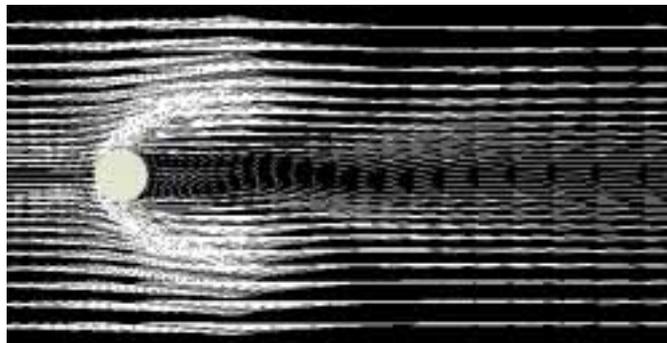
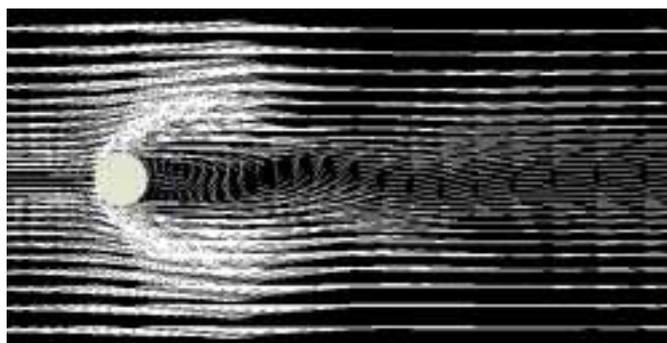


図 1.3.3 Re= 1 5 0 , t = 2 4 0

Re= 1 5 0 における図のうち , t = 3 0 , 6 0 , 2 4 0 を示している . t = 3 0 ~ 6 0 では双子渦の成長が見られたが , t = 6 0 ~ 2 1 0 の流れにおいては変化はなかった . しかし , 図 1.3.3 に見ることができるが , t = 2 4 0 付近より後方の流れに非対称性が現われ始めていることがわかる .

図 1.3.4 $Re=150, t=270$ 図 1.3.5 $Re=150, t=300$ 図 1.3.6 $Re=150, t=330$

続いて、 $t = 270, 300, 330$ を示すが、 $t = 240$ 付近での非対称性は、時間を経ることにより成長し、カルマン渦列の発生をはっきり見ることができる。

1 - 4 . Re= 1 7 5 におけるベクトル図

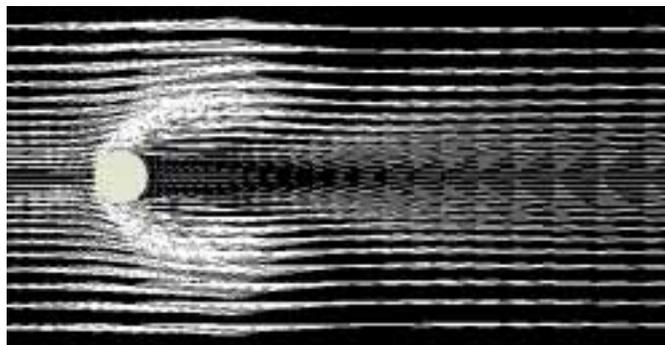


図 1.4.1 Re= 1 7 5 , t = 3 0

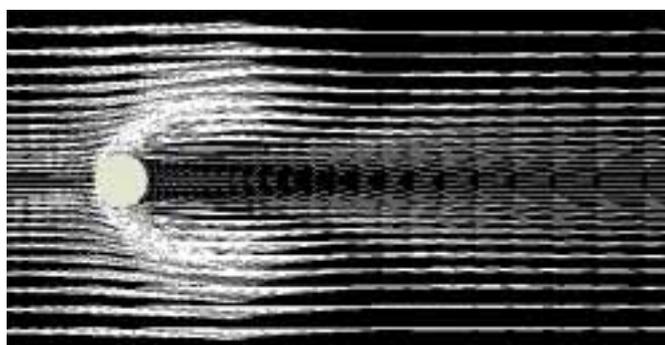


図 1.4.2 Re= 1 7 5 , t = 6 0

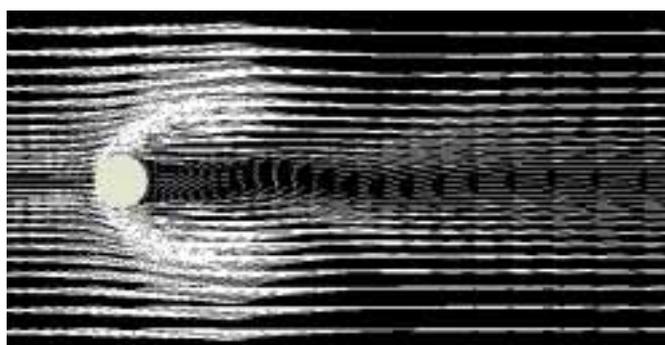


図 1.4.3 Re= 1 7 5 , t = 1 5 0

Re= 1 7 5 における $t = 3 0$, $6 0$, $1 5 0$ の図である . Re= 1 5 0 においては , $t = 2 4 0$ 付近より非対称性が見られたのに対し , Re= 1 7 5 では , $t = 1 5 0$ の付近より , それを見ることが出来る .

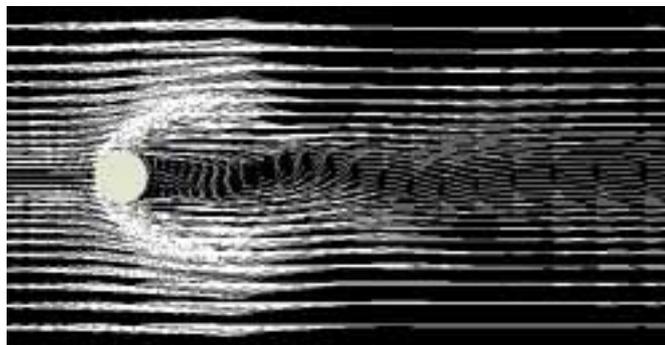


図 1.4.4 $Re=175$, $t = 180$

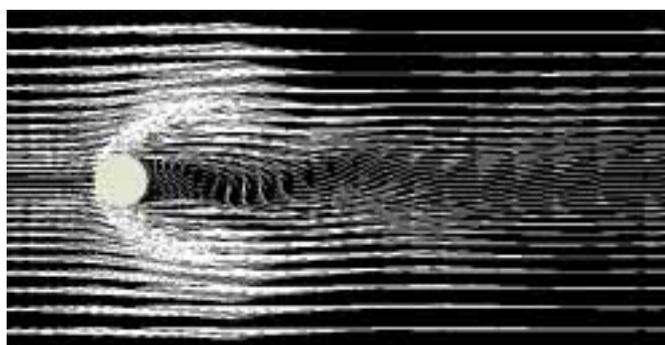


図 1.4.5 $Re=175$, $t = 210$

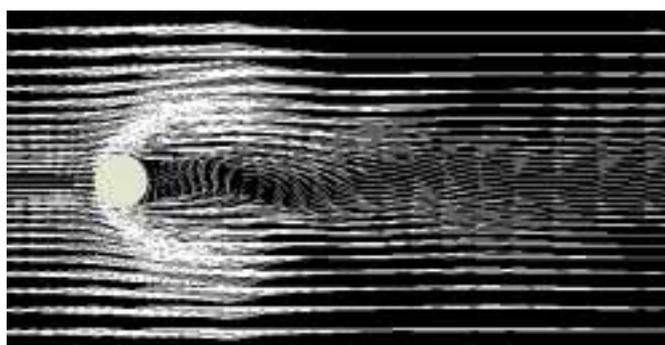


図 1.4.6 $Re=175$, $t = 240$

$t = 180$, 210 , 240 における図を示す．時間を経るごとに交互に渦が発生していることがわかる．また，発生回数においては， $Re=150$ と比較すると $Re=175$ の方が多くなっていた．

1 - 5 . Re=200におけるベクトル図

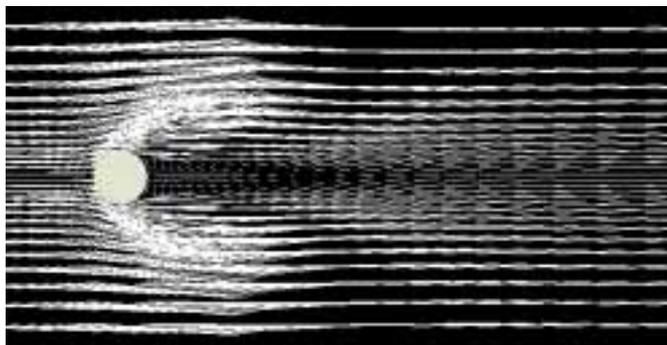


図 1.5.1 Re=200, t=30

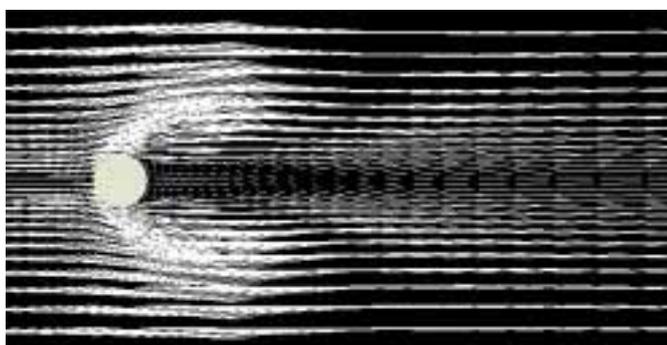


図 1.5.2 Re=200, t=60

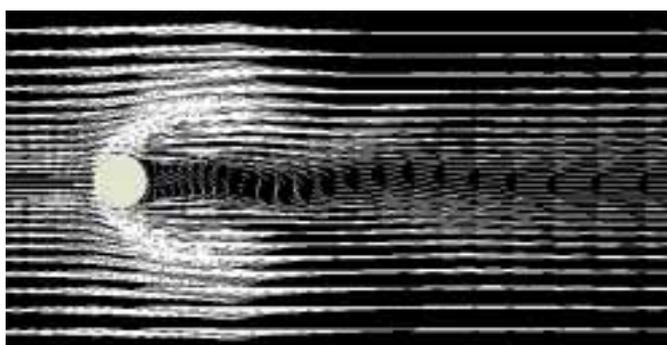


図 1.5.3 Re=200, t=90

Re=150では $t=240$, Re=175では $t=150$ より対称性が崩れ始めたが, Re=200においては図1.5.2より, $t=60$ から非対称になっていることがわかる. また, $t=30$ には双子渦の成長はほぼ終わっており, 双子渦の成長とカルマン渦の発生はレイノルズ数の増加により, 早くなることがわかる.

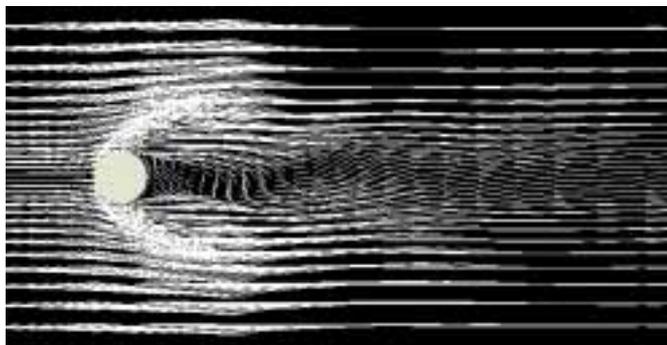


図 1.5.4 $Re = 200, t = 120$

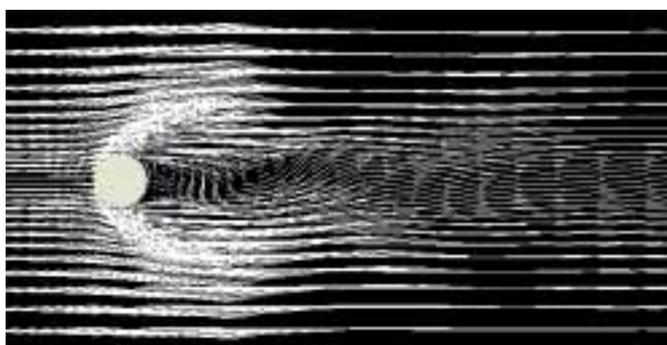


図 1.5.5 $Re = 200, t = 150$

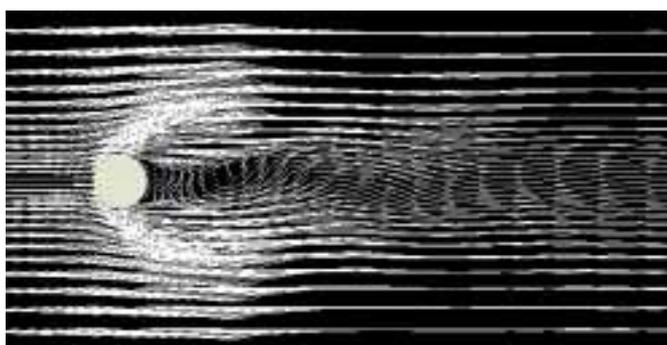


図 1.5.6 $Re = 200, t = 180$

$Re = 200$ における $t = 120, 150, 180$ での図であり、カルマン渦列の発生を確認できる。また、 $Re = 175$ に比べて円柱からの剥離点が後退していることがわかる。この剥離点については後に述べる。

1 - 6 . Re= 2 2 5 におけるベクトル図

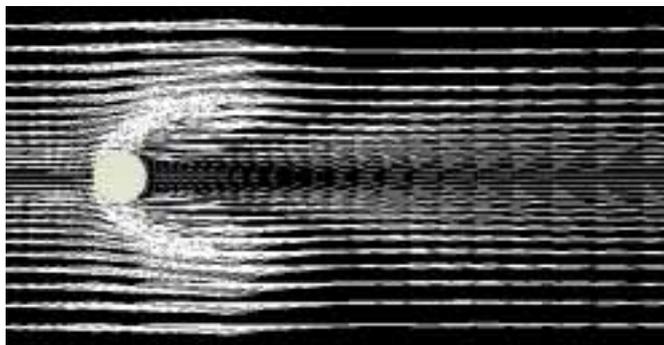


図 1.6.1 Re= 2 2 5 , t = 3 0

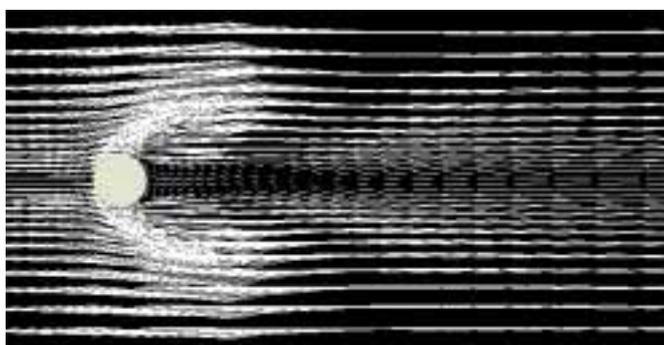


図 1.6.2 Re= 2 2 5 , t = 6 0

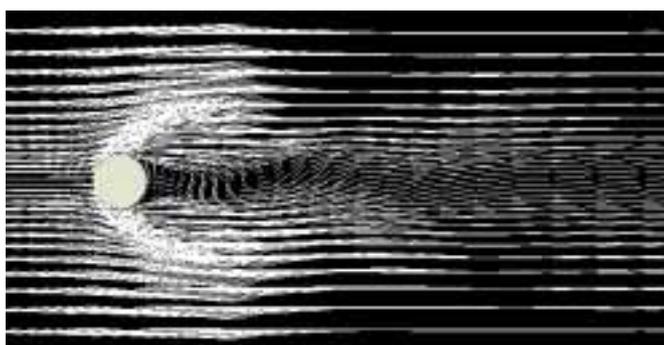


図 1.6.3 Re= 2 2 5 , t = 9 0

Re= 2 2 5 における $t = 3 0$, $6 0$, $9 0$ での図を示しており , Re= 2 0 0 と同様に , Re= 2 2 5 においても $t = 6 0$ の付近より非対称性が現われ始めている . しかし , Re= 2 0 0 , 2 2 5 での $t = 9 0$ を比較すると , 流れが異なっており , レイノルズ数により流れが変化することがわかる .

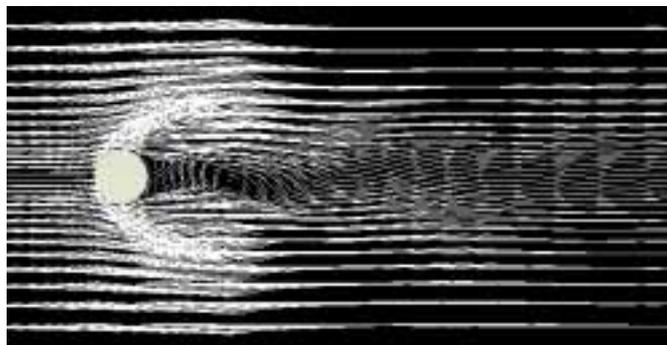


図 1.6.4 $Re=225$, $t = 120$

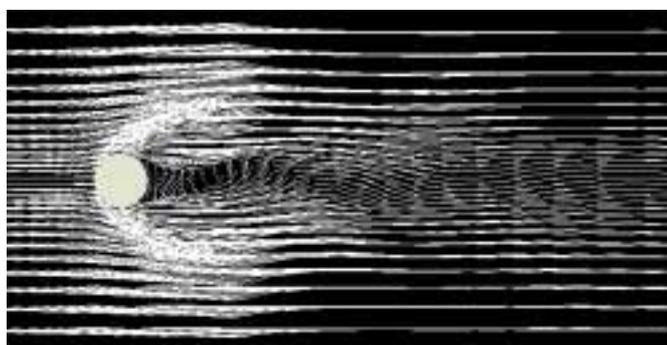


図 1.6.5 $Re=225$, $t = 150$

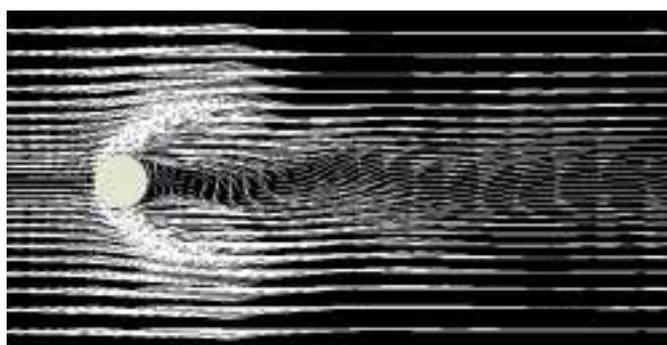
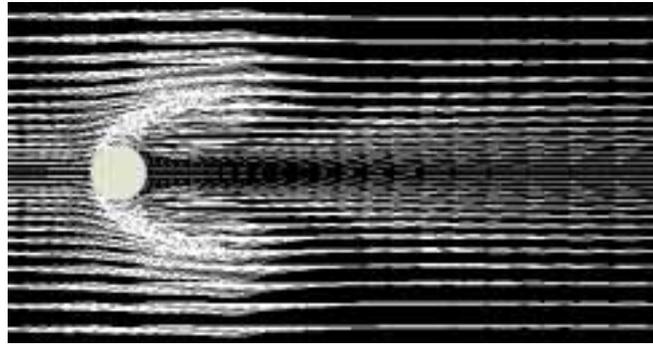
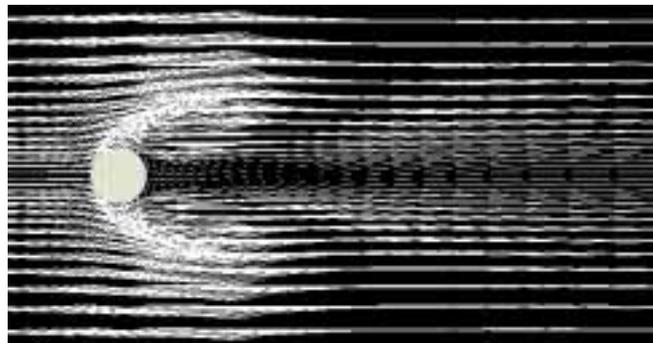
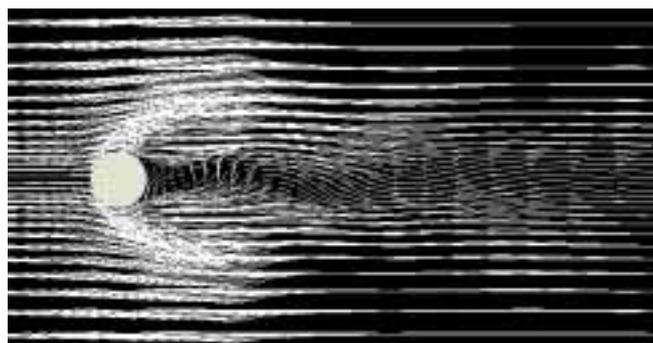


図 1.6.6 $Re=225$, $t = 180$

続いて $Re=225$ における $t = 120$, 150 , 180 での図であるが、ほぼ安定してカルマン渦列が発生していることがわかる。

1 - 7 . $Re=250$ におけるベクトル図図 1.7.1 $Re=250$, $t=30$ 図 1.7.2 $Re=250$, $t=60$ 図 1.7.3 $Re=250$, $t=90$

$t=30$, 60 , 90 における図を示しており , $Re=200$, 225 と同様 , $t=60$ 付近より非対称となっている . また , 剥離点の後退が見られ , 双子渦はより細くなっていることが伺える .

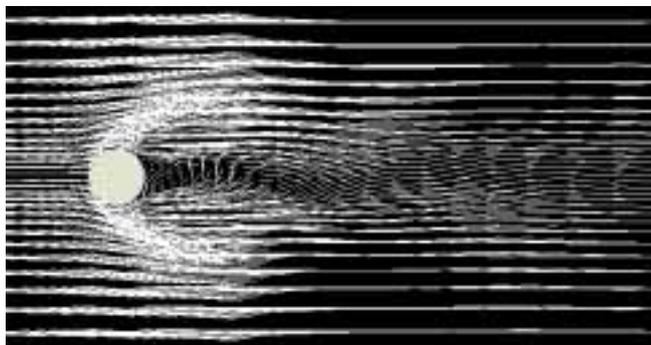


図 1.7.4 $Re=250$, $t = 120$

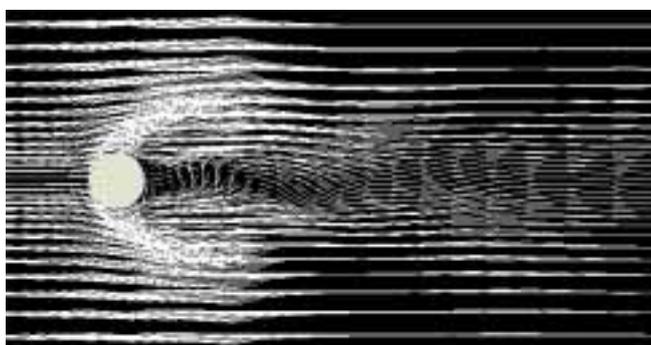


図 1.7.5 $Re=250$, $t = 150$

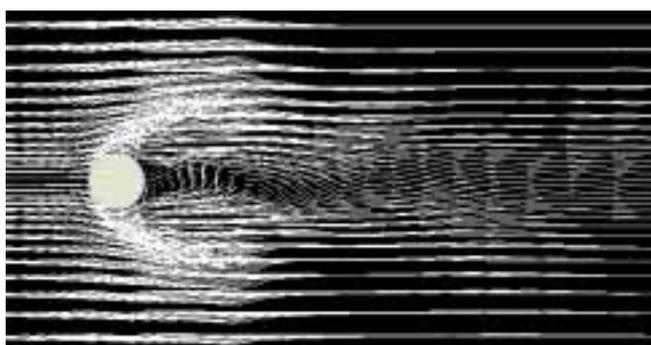


図 1.7.6 $Re=250$, $t = 180$

$Re=200$, 225 と同じく , $t = 120$, 150 , 180 における図であるが , $Re=200$, 225 と違い , どの図も流れの様子が類似である . これは , レイノルズ数によって渦の発生回数 , つまり渦周波数が異なっていることを意味する .

1 - 8 . まとめ

<剥離点について>

剥離点について述べる前に，境界層に関して述べる必要がある．境界層とは，粘性流体中の物体の表面で，速度変化の生ずる部分のことで，この境界層内の流体は壁面との摩擦のために，下流に進むにつれてエネルギーを失う．そして，物体表面のある点においての速度勾配が0になったとき，その点より下流のエネルギーを失った流れは，物体表面に沿って流ることができず，物体表面から離れてしまう．この現象を剥離と言い，剥離の起こる点を剥離点と言う．

これらの結果から，レイノルズ数を変化させることにより，カルマン渦列の発生開始時刻の変化や渦周波数の変化を見ることができ，そのまとめを下に示す．また，各レイノルズ数における渦周波数に関しては，次の節にて述べることにする．

- ・ $Re = 100 \sim 125$ では，十分に解析時間をとったが，カルマン渦の発生は見ることができなかった．
- ・ $Re = 150 \sim 200$ においては，それぞれ異なった時刻で非対称性が現われ，カルマン渦の発生を見ることができた．この範囲におけるレイノルズ数と発生時刻には，逆比例の関係があることが得られた．
- ・ $Re = 200 \sim 250$ では，ほぼ同時刻 $t = 60$ から非対称性が現われ始めている．また，レイノルズ数の変化と共にカルマン渦周波数も変化することがわかった．

第2節 渦周波数

$Re = 150, 175, 200, 225, 250$ において，レイノルズ数と渦周波数の関係を調べるが，その関係は，カルマン渦の発生による円柱にかかる揚力の時間変化を求めることにより明らかになる．円柱に対する揚力は，円柱の表面にかかる流れに対して垂直方向成分のみの圧力を面積分することによって求まる．また，いずれのレイノルズ数においても， $t = 300 \sim 360$ の範囲で求め，そのグラフを次頁に示す．

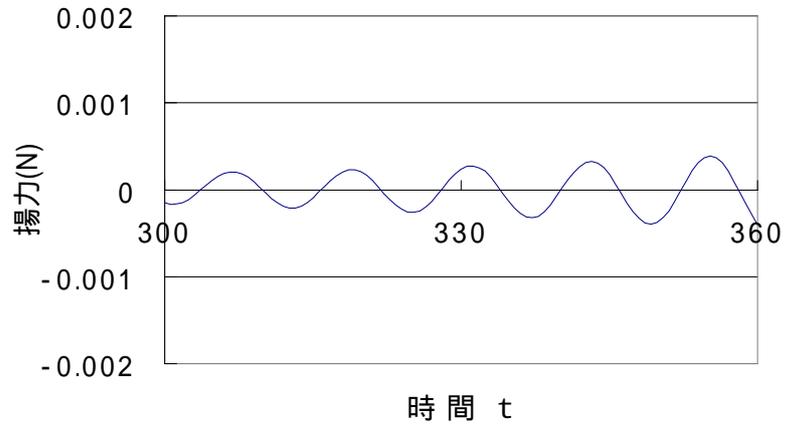


圖 2.1 $Re = 1.50$

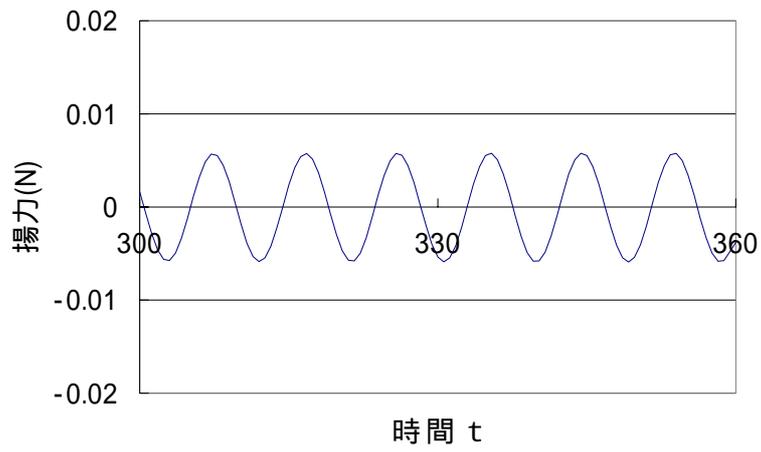


圖 2.2 $Re = 1.75$

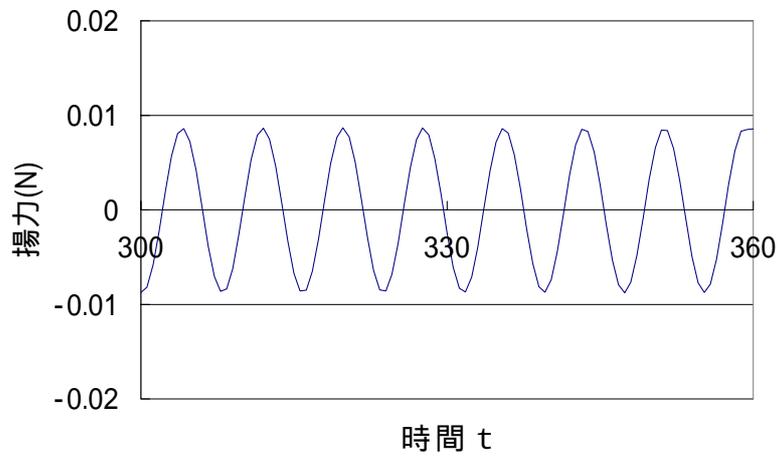


圖 2.3 $Re = 2.00$

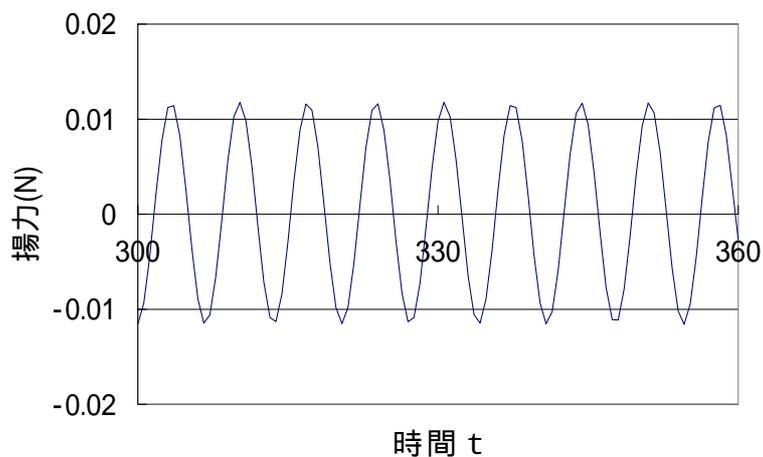


図 2.4 $Re=225$

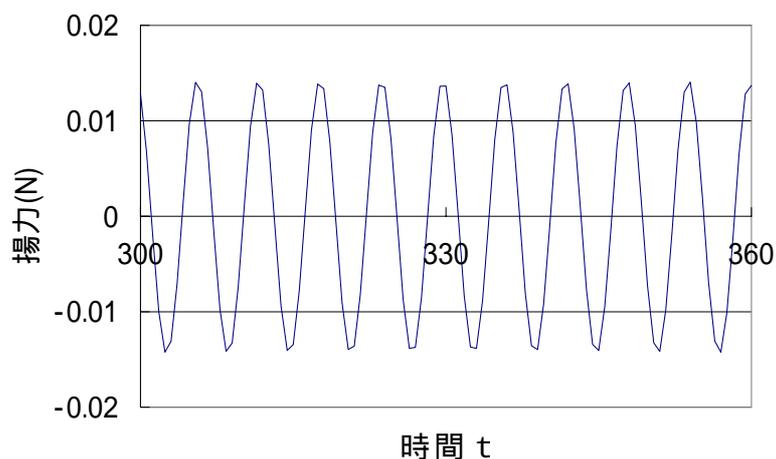


図 2.5 $Re=250$

グラフは、縦軸に円柱にかかる揚力を、横軸に時間 t をとっており、 $Re=150$ の縦軸の範囲は $-0.002 \sim 0.002$ 、その他は $-0.02 \sim 0.02$ である。

$Re=150$ における揚力の値が次第に増加しているのがグラフよりわかる。これは、カルマン渦列の発生が安定していないことを示し、 $Re=150$ でのベクトル図からもそれを伺うことができる。その他のレイノルズ数においては、 $t=300 \sim 360$ でのカルマン渦の発生は安定していることがグラフからわかり、レイノルズ数の増加と共に揚力および渦周波数も増加することが読み取れる。

第5章 結 言

本研究では、汎用解析ソフト「ANSYS-FLUENT」を用いて円柱周りの流れ解析を行ったが、カルマン渦を解析によって可視化するまでに様々な過程があった。

角柱周りの流れは円柱周りの流れに対して渦が発生しやすく解析も容易であるため、手始めに角柱周りの流れを解析し、カルマン渦の発生の可視化を試みたが、すぐにはカルマン渦の発生を見ることができなかった。そこで、レイノルズ数を増加させることから始めたが、 $Re=10^5$ まで増加させても渦は一度も現われなかった。次に解析領域を大きくとり、格子数を増加させると共に、局所部分の精度を上げる格子分割の方法もとったが変化は見られなかった。このとき、解析条件に非対称性を持たせる必要があることを知らなかったため、すべての解析条件は対称で与えていた。そして、解析条件に非対称性を持たせて改めて解析を行い、充分と思われる解析時間をとったが、流れは定常のままであった。しかし、ここまでの解析において、解析条件を様々に変化させてきたが、柱体の位置だけは同じ割合の位置に置かれていたままであった。そこで、柱体を下流へ移動させて解析を行ったところ、はっきりと渦を確認することができ、はじめの柱体の位置が上流から柱体の幅の2倍であったのを8倍にすることによって解決に至った。これは、柱体が境界条件を与えた面に近かったため、柱体の後方の流れに影響を及ぼしていたものと思われ、このことから解析領域の取り方は非常に重要であり、解析結果に大きく影響が出ることがわかった。

本研究の結果として、各レイノルズ数における流れの時間変化を可視化し、カルマン渦の発生とレイノルズ数および時間との関係を示すことができた。また、これまでの多くの研究からカルマン渦の発生は $Re=100$ 前後であることがわかっており、この解析結果はそれを満たしていると言え、カルマン渦による揚力の変化や渦周波数をデータとして取ることができた。

参考文献

- ・ (社)日本機械学会, 流れの科学 - 生物から宇宙まで - ,(1 9 9 7),
技報堂出版株式会社
- ・ 東昭, 流体力学 ,(1 9 9 3), 朝倉書店
- ・ 種子田定俊, 画像から学ぶ流体力学 ,(1 9 8 8), 朝倉書店

謝 辞

本研究を行うにあたり，終始にわたって多大かつ親切なご指導をいただきました蝶野成臣教授，辻知宏助手に深く感謝いたします．また，富士総合研究所の方々にも大変お世話になり，この場を借りてお礼を申し上げます．

知能流体力学研究室の諸氏にも多くの援助をいただき，あわせてここに感謝の意を表します．