

平成 14 年度
学士学位論文

ウェーブレット変換による
音響特性と空間形状の解析

Acoustic and space form analysis using wavelet
transform

1030298 橋本 真治

指導教員 福本 昌弘

2003 年 2 月 24 日

高知工科大学 情報システム工学科

要 旨

ウェーブレット変換による音響特性と空間形状の解析

橋本 真治

電子計算機の性能の向上によって、音響解析の場においても計算機が無くてはならないものとなって来ている。計算機で音響情報を処理することで音場のシュミレーションや音響の評価が高精度に行えるが、こうした処理は専門家が行う領域であり、誰しものが簡単に行えるという訳にはいかない。本研究では、こうした難解、複雑な音響解析を、ウェーブレット変換を利用して、簡単に行う方法を提案するものである。

キーワード ウェーブレット変換，音響解析，多重解像度解析

Abstract

Acoustic and space form analysis using wavelet transform

Shinji Hashimoto

Since the performance of an electronic computer improved, the computer indispensable to acoustic analysis. The acoustic analysis by the computer can perform the simulation of high accuracy, and evaluation. However it is a speciality performs such analysis and it is. Therefore, everyone cannot carry out easily. Then, in this reserach, the method of performing such difficult acoustic analysis simply is proposed. The method uses wavelet transform.

key words wavelet transform, acoustic analysis, multiresolution analysis(MRA)

目次

第 1 章	まえがき	1
1.1	本研究の背景と目的	1
1.2	本論文の概要	2
第 2 章	音響基礎理論	3
2.1	音波の物理量	3
2.2	波動方程式	3
第 3 章	音響解析手法	7
3.1	幾何音響解析	8
3.1.1	音線法	8
3.1.2	虚像法	8
3.2	波動的音響解析	9
3.2.1	差分法	9
3.2.2	有限要素法	10
3.2.3	境界要素法	10
第 4 章	画像情報の解析	12
4.1	画像情報	12
4.1.1	音響特性に関わる情報	13
4.2	ウェーブレット変換	14
4.2.1	連続ウェーブレット変換	14
4.2.2	ウェーブレット逆変換	16
4.2.3	離散ウェーブレット変換	17
4.3	多重解像度解析	18

目次

第 5 章	むすび	22
5.1	提案手法モデル	22
5.2	今後の課題	23
謝辞		24
参考文献		25
付録 A		26
A.1	フックの法則	26
A.2	運動方程式	26
付録 B		27
B.1	フーリエ級数展開	27
B.2	複素フーリエ級数展開	27

図目次

2.1	波動方程式概念図：変位	4
2.2	波動方程式概念図：音圧	5
3.1	音線法概念図	8
3.2	音線法概念図	9
3.3	差分法概念	9
3.4	有限要素法概念	10
3.5	境界要素法概念	10
4.1	境界面の形状	13
4.2	音場のモデル図	14
4.3	横軸方向の離散ウェーブレット変換	19
4.4	横軸方向の離散ウェーブレット変換	19
4.5	harr のウェーブレットによる多重解像度解析	20
5.1	解析モデル図	22

第 1 章

まえがき

1.1 本研究の背景と目的

測定技術の発達，電子計算機の性能向上により，音響工学において様々な応用の道が開かれている．とくに電子計算機は高精度かつ大量なデータの処理や，複雑な物理条件の解析など，今や室内音響設計や騒音防止設計などの音環境の予測や評価に欠かせないものとなっている．

建築音響では音響特性を制御するために，音場の音響解析が行われる．電子計算機をもちいた音響解析は，大きく二つの手法に分けることができる．虚像法や音線法を用いる幾何音響解析，有限要素法や境界要素法によって，回折・屈折といった音の波動現象を考慮した波動的解析手法がある．

幾何音響解析は比較的計算量が少く大規模な大規模解析が可能であるが，回折・屈折といった事象を近似的に扱わざるおえなく，精度を確保できないことがある．また，波動的解析手法では波動現象を考慮することが可能であるが，体系や周波数によって計算量が急激に増加してしまう．

こうした高精な度解析を行うには，まだまだ時間も手間もコストもかかるのが現状である．そこで本研究ではウェーブレット変換をもちいることで，手軽かつ高速に音場の解析を行うことが可能であるか考察を行う．

1.2 本論文の概要

1.2 本論文の概要

本論文の概要を説明する．

まず 2 章で音響工学を語るうえで必要となる音について説明し，音響解析に使われる波動方程式について説明する．

またそれにつづき 3 章で，既存の音響解析手法について説明した後，4 章にて本研究のテーマである，画像情報から音響解析を行う手法を提案する．

5 章では提案する解析モデルの流れを説明し，今後の課題を述べる．

第 2 章

音響基礎理論

2.1 音波の物理量

音波とは流体媒質を構成する微粒子の振動に起因する波動である。音波によって媒質の圧力は平均圧力の上下に振動する。その変化分を音圧といい p と表す。音波が伝搬するとき、媒質を構成する微粒子は空間的な圧力差によって振動的に変位する。このとき媒質を構成する粒子に疎な部分、密な部分ができる。このことから音波とは疎密波だといえる。

空気中に音波が伝搬していない状態では、大気圧が P_0 がかかっている、音波が発生した時の空気中の圧力は、 P_1 となる。これにより、音圧 p は P_0 から P_1 の変化分で表され、

$$p = P_1 - P_0 \quad (2.1)$$

と定義される。音圧 p はスカラー量で、時間と空間的な関数であり、 $p(x, y, z, t)$ と表す。

媒質の粒子の変位は u で表され、時間と空間の関数であるので、 $u(x, y, z, t)$ と表す。この変位の時間微分である粒子速度 v は、

$$v = \frac{\partial u}{\partial t} \equiv \dot{u} \quad (2.2)$$

で求められる。これら u 、 v は大きさと方向を持つので、ベクトル量である。

2.2 波動方程式

音波が伝搬する媒質内の微小な直方体領域を考える。この領域に音波が伝搬すると、媒質粒子に変位 $\mathbf{u}\{u_x, u_y, u_z\}$ が生じる。このとき微小な直方体領域の面に対して x 軸方向の変位を u_x とすると、 x 軸方向に δx 離れた領域面 (図：2.1 参照) に $u_x + \frac{\partial u_x}{\partial x} \delta x$ という変位が生

2.2 波動方程式

じる．このとき微小領域の x 軸方向の体積変化量は，

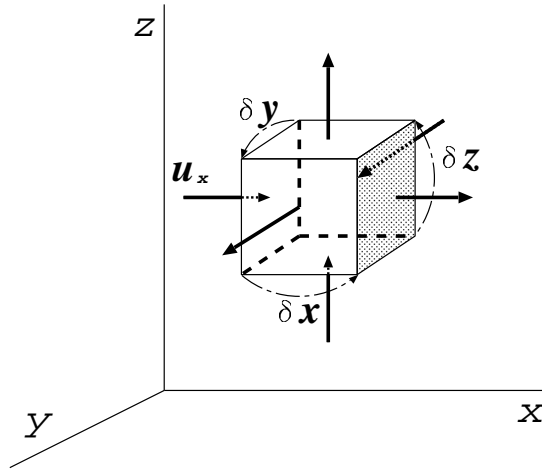


図 2.1 波動方程式概念図：変位

$$\left(u_x + \frac{\partial u_x}{\partial x}\right) \delta y \delta z - u_x \delta y \delta z = \frac{\partial u_x}{\partial x} \delta x \delta y \delta z \quad (2.3)$$

と表すことができる．また y 軸， z 軸に対しても同様にして，

$$\left(u_y + \frac{\partial u_y}{\partial x}\right) \delta y \delta z - u_y \delta y \delta z = \frac{\partial u_y}{\partial x} \delta x \delta y \delta z \quad (2.4)$$

$$\left(u_z + \frac{\partial u_z}{\partial x}\right) \delta y \delta z - u_z \delta y \delta z = \frac{\partial u_z}{\partial x} \delta x \delta y \delta z \quad (2.5)$$

と表せる．これらにより，微小領域の体積変化量は x, y, z 3つの方向の変化量の総和であるため以下のようなになる．

$$\delta V = \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z}\right) \delta x \delta y \delta z = \text{div} \mathbf{u} \delta x \delta y \delta z \quad (2.6)$$

音波の伝搬に伴う，微小領域の体積変化により，その領域は音圧が低下する．音圧 p と ΔV (体積の増加分) にはフックの法則^{*1}が成り立つ．媒質の体積弾性率を k (ばね定数にあたる) とすると，音圧低下を，

$$-p = K \frac{\Delta V}{V} = K \text{div} \mathbf{u} \quad (2.7)$$

と表せる．(2.7) 式において V は微小領域の変化前の体積である．

^{*1} 付録 A 参照

2.2 波動方程式

微小領域に音波が伝搬した際，この領域に対し音圧 p が作用する．この作用により，微小領域はニュートンの運動方程式*2に従う．

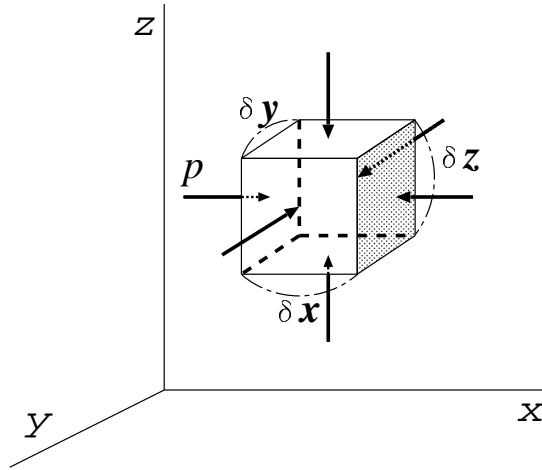


図 2.2 波動方程式概念図：音圧

まず，図 (2.2) において， x 軸方向に作用する力の釣合を考える．微小領域の左面の圧力を p とし，正の方向に $pg\delta y\delta z$ という力が作用すると考えると，右面には負の方向に $\left[p + \frac{\partial p}{\partial x} \delta x \right] \delta y\delta z$ という力が作用する．これにより，微小領域は x 軸の負の方向に合力，

$$\left(p + \frac{\partial p}{\partial x} \delta x \right) \delta y\delta z - p\delta y\delta z = \frac{\partial p}{\partial x} \delta x\delta y\delta z \quad (2.8)$$

を受ける．また，同様に y 軸， z 軸方向にも，負の向きに， $\frac{\partial p}{\partial y} \delta x\delta y\delta z$ ， $\frac{\partial p}{\partial z} \delta x\delta y\delta z$ という力の作用を受ける．

ニュートンの運動法則から，微小領域の質量と加速度の積と，これら作用する力が等しいとすると， x 軸方向の運動方程式は，微小領域の媒質の密度を ρ として，

$$\rho\delta x\delta y\delta z\ddot{u}_x = -\frac{\partial p}{\partial x} \delta x\delta y\delta z \quad (2.9)$$

となる． y 軸， z 軸方向についても同様に表せるので，これらをまとめて，

$$\rho\ddot{\mathbf{u}} = -\nabla p \quad (2.10)$$

*2 付録 A 参照

2.2 波動方程式

ここまでで，式 (2.7)，式 (2.10) のように音圧と変位の関係が導かれた．

式 (2.7) の両辺のグラディエントをとると，

$$-\nabla p = K \nabla \operatorname{div} \mathbf{u} \quad (2.11)$$

を得るので，式 (2.10) へ代入すると，

$$\rho \ddot{\mathbf{u}} = K \nabla \operatorname{div} \mathbf{u} \quad (2.12)$$

また，式 (2.7) の両辺を時間について 2 階微分すると，

$$\ddot{p} = K \operatorname{div} \mathbf{u} \quad (2.13)$$

を得るので，これを式 (2.10) へ代入すると，

$$\ddot{p} = \frac{K}{\rho} \operatorname{div} \nabla p \quad (2.14)$$

となる．

こうして得られた，式 (2.10) は変位 u について，また式 (2.12) は音圧 p についての波動方程式である．

これらの波動方程式により，音波の伝搬に関する問題を解くことが可能となる．

また以下は，一次元，二次元における波動方程式の一般形である．

一次元の波動方程式

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (2.15)$$

二次元の波動方程式

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (2.16)$$

第3章

音響解析手法

近年の音響設計の場において、電子計算機による音場の数値シミュレーションは、無くてはならない技術となっている。コンサートホールや劇場などの施設における音響設計や、騒音防止設計などをより有効にする手段となってきた。とくに室内の音場シミュレーションは建築設計において重要な役割を担うものとして重要性が高まっている。

こうした計算機をもちいた音響解析は大きく二つの手法に大別される。幾何音響解析と波動音響解析である。波動の粒子性に着目した幾何音響解析では、音波と同じ波動現象の一つである光学の分野に使われるのとよく似た手法をもちいる。幾何音響解析においては、音の波動性を考慮するには限界がある。しかし、波動音響解析と比較すると、計算量が少ないので、大規模な音場における解析に利用されている。

波動音響解析は、屈折、回折など音波の波動現象を、数値計算に基づき解析する。高精度な解析が可能であるが、膨大な計算量がかかるため、小空間や音域をしばって解析する場合に利用される手法である。

3.1 幾何音響解析

3.1 幾何音響解析

3.1.1 音線法

一般的に広域の音場を計算する場合は、音線法 (Ray Tracing Method) がもちいられている。この手法は、CG 技術にも用いられている Ray Tracing とよく似た手法である。音波の境界面での反射を、光の平面境界に対する反射として置き換え、音源から角方位へ放射した音線の境界面での反射を繰り返し計算によって求めことで、音線経路を求める手法である。音場内における、音波の流れの全体像を把握するために用いられる手法である。

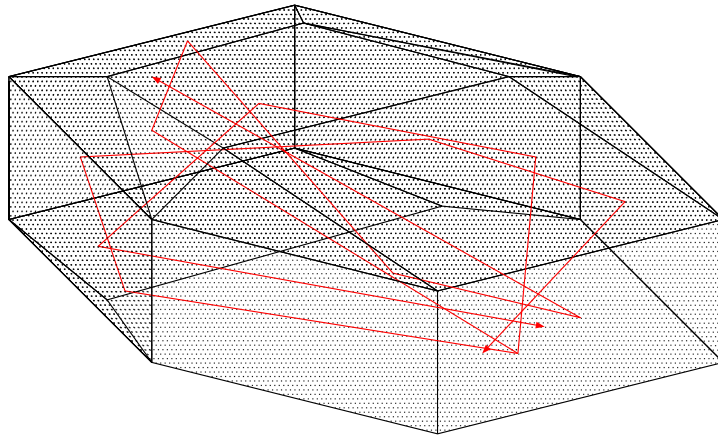


図 3.1 音線法概念図

3.1.2 虚像法

虚像法では、音の壁面での反射を光の鏡面反射になぞらえる。音源と受信点を音場に設定し、境界面に対する音源の虚像を計算により繰り返し求め、反射音経路を求める。室受信点を定に到達する反射音線の数やその軌跡から反射に寄与する反射面の形状などから音響特性を検討する。

この手法により受信点での反射音の大きさや到来方向を示す指向方向特性、仮想音源分布を求められる。

3.2 波動的音響解析

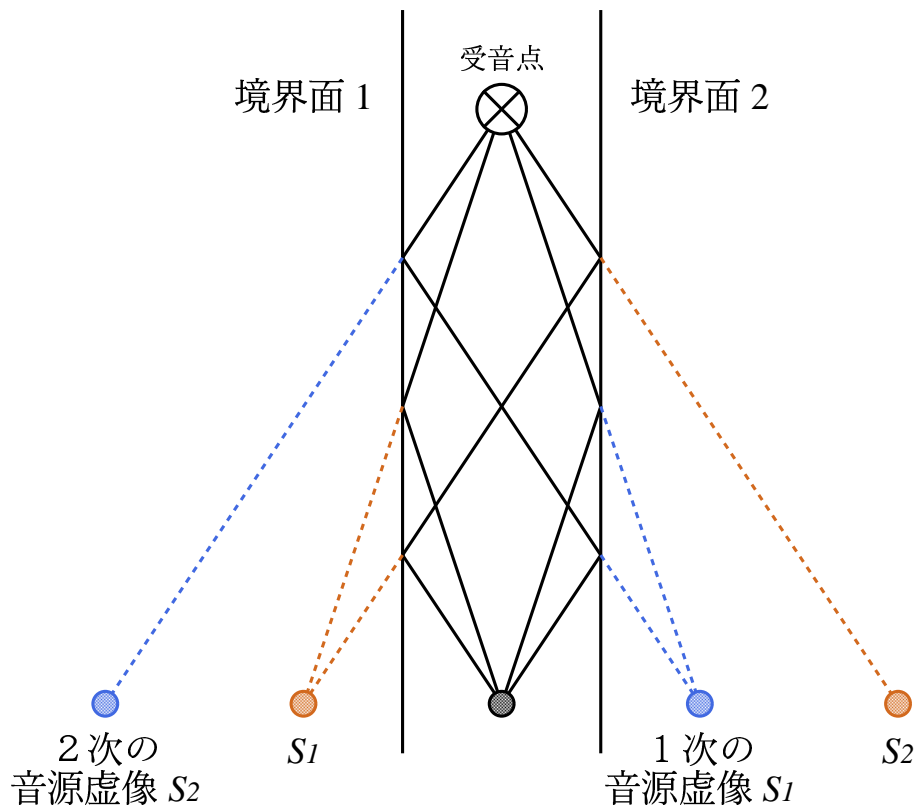


図 3.2 音線法概念図

3.2 波動的音響解析

3.2.1 差分法

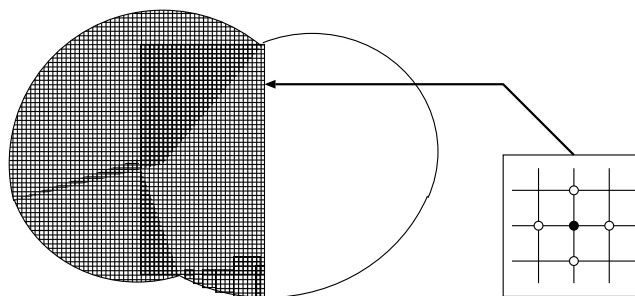


図 3.3 差分法概念

差分法は、解析モデル (モデル) を規則正しい格子によって分解する。この格子の節点により、支配方程式を離散化し、方程式の微分を差分的に近似を行う手法である。

3.2 波動的音響解析

一般に境界と格子点が一致せず，正確に境界条件を指定することが難しいため精度にをあげる工夫が必要である．

3.2.2 有限要素法

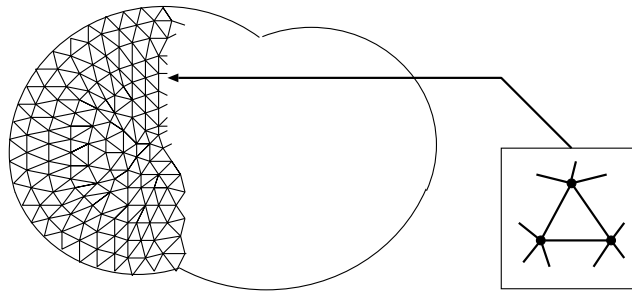


図 3.4 有限要素法の概念

有限要素法は，解析モデルを三角形や，四角形などの単純な要素に分解し，この要素の挙動を変分法に基づいて求める手法である．

音場全体の剛性，質量行列を構成することにより，周波数，時間の応答解析が可能という特徴を持つ．

解析モデルを分割する単純図形の節点数は差分法とどう程度であるが，帯行列からなる連立方程式を解くことになり，対象空間が大きい場合には膨大な計算機資源を必要とする．

3.2.3 境界要素法

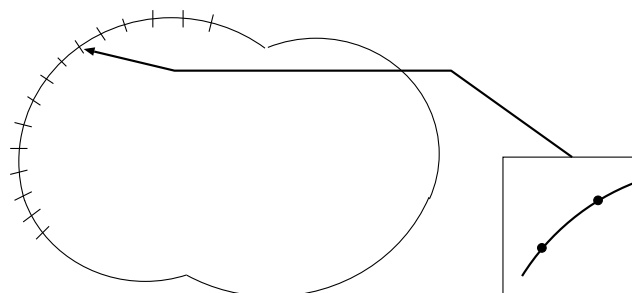


図 3.5 境界要素法の概念

3.2 波動的音響解析

境界要素法は、グリーンの定理を用いることで、解析モデルの境界を要素に分割し、境界の積分方程式を離散化して解析を行う。境界上にのみ節点が配置されるので、前に述べた二つの波動解析手法に比べて、節点数が大幅に少なくなる。その一方で、密行列からなる連立方程式を解くこととなるので、計算機資源で比べてみると、必ずしも有利ではない。

第 4 章

画像情報の解析

前章までで既存の音響解析手法について述べてきた。今実現している音響解析手法は、エネルギーの伝搬工程を解析したり、数値計算に基き音波の波動現象を解析することで、精度の高い解析結果が求まるものであった。

こうした解析手法というのは、音響設計の専門家が音環境の設計を行うときに用いられる極めて難解なものである。計算量が膨大である上に、境界条件の設定などには、専門家の知識やノウハウが必要である。また、解析された膨大なデータをどのように音響設計に利用するかということも、一般人には到底扱い切れない範囲である。

今章には、本研究のテーマである簡単で手軽な音響解析手法について述べていく。

4.1 画像情報

本研究では音の波動現象などの難解な事象から音響特性を求めるのではなく、音場の画像情報より音響特性に関わる情報が解析し得ないだろうかと考えた。

音場情報から、音場の音響特性に何らかの相関が認められれば、手軽に音響特性を知ることが可能であると考え、画像情報に含まれる音響特性に関連する情報について、そしてその情報を画像から取り出す手法について考察した。

4.1 画像情報

4.1.1 音響特性に関わる情報

ある音場の画像情報があるとする．今回は閉じた音場空間について考える．そこで音場を構成する境界面に着目した．ここで，境界面というのは壁面や天井，床など音の反射の起こる境界をさす．

音波が反射する時に，その音波のエネルギーは境界面の形状によって違った分散をすることが考えられる．つまり，形状の複雑な境界面であるほど，音波の反射時に乱反射をおこし，受音点での音の響き，明瞭感などに何らかの影響を与えていることが考えられる．

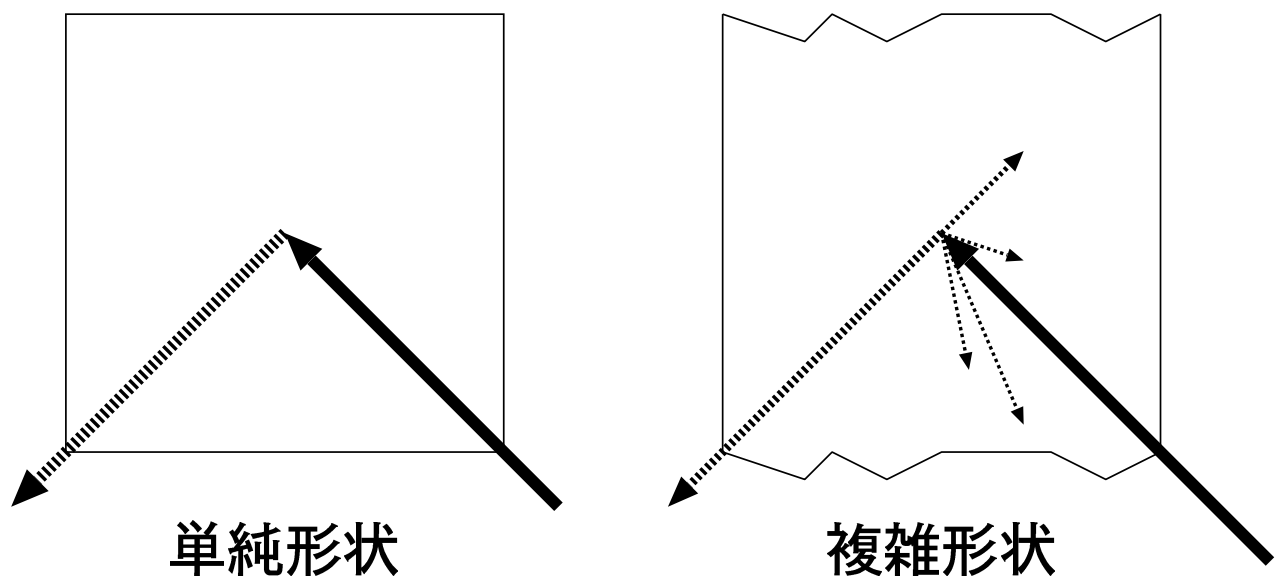


図 4.1 境界面の形状

ごく簡単なモデル，図 (4.2) における音場の音響特性を解析することを考える．

この音場の境界面の形状は，二次元の画像情報によってのみ与えられているとする．境界面の形状がこの音場における音響特性に，どのような影響を与えているか考える．

形状の複雑と音響特性に相関があると考えると，この形状の複雑さの度合を画像情報の解析によって知り得たならば，画像情報から音響特性を推定することも可能であると考えられる．

そこで，画像解析手法の一つであるウェーブレット変換によって，画像の特徴量を解析する．

4.2 ウェーブレット変換

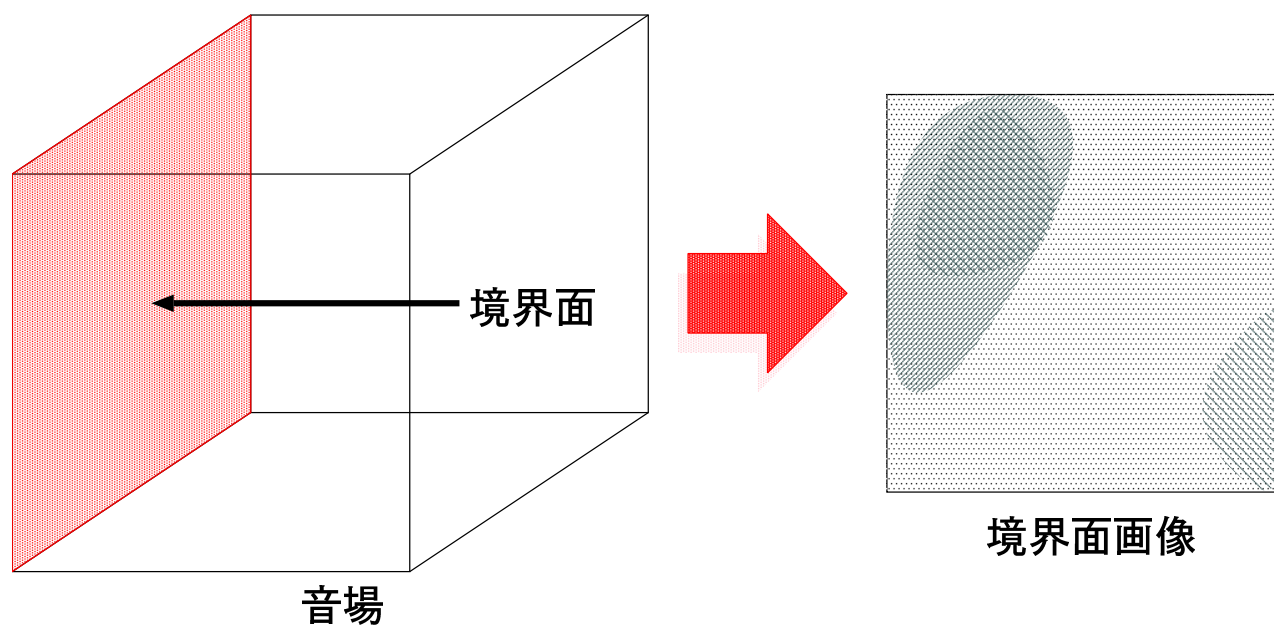


図 4.2 音場のモデル図

4.2 ウェーブレット変換

画像信号の圧縮や，解析の手法としてはフーリエ変換，コサイン変換，ウェーブレット変換など様々な手法が編み出されている．そのなかでもウェーブレット変換は，近年有力な解析手法として注目されているものである．

従来のフーリエ変換が，三角関数を基底とした直交変換であることに対しウェーブレット変換は局所化された関数からつくられる相似関数を基底としています．

4.2.1 連続ウェーブレット変換

wavelet とはさざ波の意である．wavlet を考えるとき，さざ波のように局在した関数を考える必要がある．

実数 \mathbf{R} 上で定義された関数のうち，

$$\int_{-\infty}^{\infty} |f(t)|^2 dt < \infty \quad (4.1)$$

という条件を満たすものを二乗可積分関数と呼び， \mathbf{R} 上の 2 乗可積分関数の空間を $L^2(\mathbf{R})$

4.2 ウェーブレット変換

で表す．この条件によると， $f(t)$ は無限遠で 0 に収束する必要がある．

ここで，例としてフーリエ変換の積分核である

$$e^{-i\omega t} = \cos \omega t - i \sin \omega t \quad (4.2)$$

を見てみると， $L^2(\mathbf{R})$ には属さない．

ウェーブレット変換は， $L^2(\mathbf{R})$ に属する関数 $\psi(t)$ を基底とし， $L^2(\mathbf{R})$ に属する任意の信号を表現する手段である．ここで，平均値が 0 で $t = 0$ の周りに局在する関数 ψ を考えると，この関数をウェーブレット関数 (またはウェーブレット) という．この $\psi(t)$ を時間軸 t 上でシフトまたは拡大縮小し，基底 $\psi_{a,b}(t)$ を生成する．

$$\psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{|a|}} \psi \left(\frac{t-b}{a} \right) \quad (4.3)$$

a はスケール (拡大縮小のパラメータ，時間のスケール変換を表す非零の実数)， b はシフト， $\frac{1}{\sqrt{a}}$ は正規化の為の係数である．($\psi_{a,b}(t)$ の 2 乗積分値，すなわちエネルギーを一定にするための規格化)

関数 ψ がウェーブレットで関数 $f(t) \in L^2(\mathbf{R})$ と $a, b \in \mathbf{R}, a > 0$ に対し，

$$(W_\psi f)(b, a) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{\mathbf{R}} f(t) \overline{\psi \left(\frac{t-b}{a} \right)} dt \quad (4.4)$$

この積分をウェーブレット係数とよび， $f(t)$ から $(W_\psi f)(b, a)$ の内積をウェーブレット変換という．(ここで， $\overline{\psi(\cdot)}$ は $\psi(\cdot)$ の複素共役である．)

ウェーブレット変換ではスケールを縮めることで，周波数を高めるとともに窓関数の幅を短くすることになるので，高周波数領域においての時間分解能が改善される．これがウェーブレット変換の大きな特徴でもある．

4.2 ウェーブレット変換

4.2.2 ウェーブレット逆変換

次にウェーブレット変換の逆変換を考える。

関数 $\psi(t)$ に対して, C_ψ を次式のように定義する。

$$C_\psi = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|\hat{\psi}(\omega)|^2}{|\omega|} d\omega \quad (4.5)$$

$\hat{\psi}(\omega)$ は $\psi(t)$ のフーリエ変換であり,

$$\hat{\psi}(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} \psi(t) e^{-i\omega t} dt \quad (4.6)$$

である。

関数 $\psi(t)$ と $\psi(\omega)$ は窓関数であって, かつ $\psi(t)$ が

$$\int_0^{+\infty} \frac{|\hat{\psi}(\omega)|^2}{\omega} d\omega = \int_{-\infty}^0 \frac{|\hat{\psi}(\omega)|^2}{\omega} d\omega = \frac{1}{2} C_\psi < \infty \quad (4.7)$$

を満たす時とき, この ψ をアナライジングウェーブレットとよぶ。

このとき, $\hat{\psi}(\omega)$ は有界連続関数であるから, $C_\psi < \infty$ が成り立つためには, $\hat{\psi}(0)$ が成り立つことが必要である。これは, $\psi(t)$ の直流成分が 0 すなわち,

$$\int e^{i0x} \psi(t) dx = \hat{\psi}(0) \quad (4.8)$$

(アドミッシブル条件) より, $\int \psi(t) dx = 0$ (積分平均が 0) でなければならない。

この条件を満たす時,

$$f(t) = \frac{2}{C_\psi} \int_0^\infty \left[\int_{-infy}^{infy} \{(W_\psi f)(b, a)\} \right] \frac{da}{a^2} \quad (4.9)$$

これをウェーブレット逆変換という。つまり, 基底 $\psi_{a,t}(t)$ により信号 $f(t)$ が表現する事ができる。しかしこの表現では, 信号の再構成のために a と b とによる無限積分が必要で現実的ではないため, 数値計算により信号のウェーブレット変換および逆変換を行うときは離散ウェーブレット変換を使用する。

4.2 ウェーブレット変換

4.2.3 離散ウェーブレット変換

ψ がアナライジングウェーブレットであるとき，式 (4.4) がウェーブレット変換である．

パラメータ a, b が連続である限り，いかなるウェーブレットにおいても直交性を満足することはない．直交変換を実現するにあたって，パラメータ a, b の離散化が必要となる．

2乗可積分な実関数を元とする線形空間を $L^2(\mathbf{R})$ に対し，次式を満たす 2 つの実数， $0 < A, B < \infty$ が存在すれば，この A, B を $L^2(\mathbf{R})$ に対するフレームと呼ぶ．

$$A \leq \frac{\sum_{k \in Z} \left(\int_{-\infty}^{\infty} \psi_k(t) x(t) dt \right)^2}{\int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt} \leq B \quad (4.10)$$

(4.10) 式において A, B はフレーム境界とも呼ばれる． $A = B$ のときフレームはタイトであるといい，直交関数展開におけるエネルギー保存に相当する．一つでも $\psi_k(t)$ を取り除くとフレームに相当しない場合，フレームは完全であるといい，有限次元ベクトル空間における基底に相当する．また， $A > 0$ であることより，フレームによる $x(t)$ の展開係数から元信号 $x(t)$ を再構成できる．すなわち，任意の $x(t) \in L^2(\mathbf{R})$ に対して，

$$x(t) = \sum_{k \in Z} \left(\int_{-\infty}^{\infty} \psi_k(t) x(t) dt \right) \tilde{\psi}_k(t) \quad (4.11)$$

を満足するフレーム $[\tilde{\psi}_k(t) | k \in Z]$ が存在する．

ウェーブレット $\psi(t)$ に対して，パラメータ a, b を離散化して生成されるウェーブレットは， $a = 2^i, b = 2^i k$ とすると，

$$\psi_{j,k}(t) = 2^{-\frac{j}{2}} \psi(2^j t - k) \quad (4.12)$$

と表される．この $\psi_{j,k}$ による $x(t)$ のウェーブレット変換を，

$$W_{j,k} = \int_{-\infty}^{\infty} \psi_{j,k}(t) x(t) dt, \quad j, k \in Z \quad (4.13)$$

4.3 多重解像度解析

これを離散ウェーブレット変換という．ここで， $\psi_{j,k}(t)$ が $L^2(\mathbf{R})$ に対するフレームとなるならば，(4.11) より，

$$x(t) = \sum_{j,k \in \mathbf{Z}} W_{j,k} \tilde{\psi}_{j,k}(t) \quad (4.14)$$

として再構成することができるので，逆変換が存在する．

4.3 多重解像度解析

本研究では，離散ウェーブレット変換による多重解像度解析によって，画像の特徴量を解析する方法により，画像の特徴量と音響特性の相関をはかる方法を提案する．

離散ウェーブレットによる 2 次元画像データの多重解像度分解の流れを以下に示す．

画像データは 2 次元の離散データとして与えられるものとして， $f(m, n)$ と表す．最初に横軸方向に対して離散ウェーブレット変換を行い，その係数に対して縦軸方向に離散ウェーブレット変換を行う．

源画像 $f(m, n)$ をレベル 0 のスケーリング係数 $s_{m,n}^{(0)}$ とみなし，まず横軸方向に離散ウェーブレット変換を行う．

$$\begin{aligned} s_{m,n}^{(j+1,x)} &= \sum_k \overline{p_{k-2m}} s_{k,n}^{(j)} \\ w_{m,n}^{(j+1,x)} &= \sum_k \overline{q_{k-2m}} s_{k,n}^{(j)} \end{aligned} \quad (4.15)$$

$s_{m,n}^{(j+1,x)}$ および $w_{m,n}^{(j+1,x)}$ は横軸方向のスケーリング係数およびウェーブレット展開係数を表す．

図 (4.3) はレベル $j = 0$ の場合を示している．

横軸のウェーブレット変換に続いて次に，それぞれの係数に対して縦軸方向に離散ウェーブレット変換を行う．

$$s_{m,n}^{(j+1)} = \sum_l \overline{p_{l-2n}} s_{m,l}^{(j+1,x)}$$

4.3 多重解像度解析

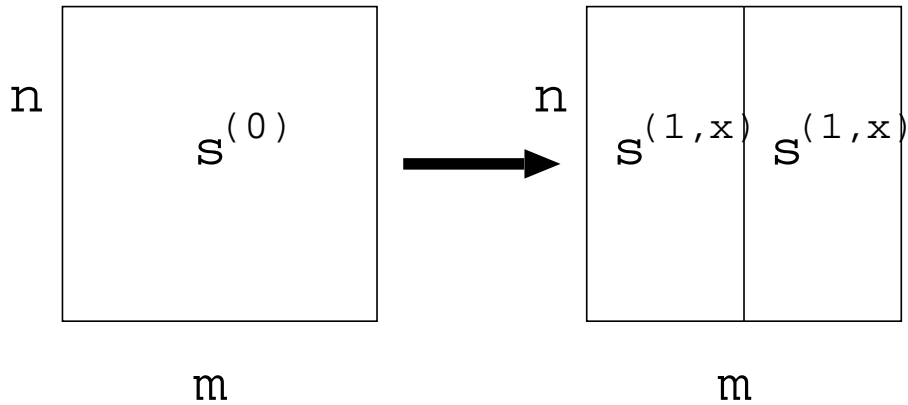


図 4.3 横軸方向の離散ウェーブレット変換

$$\begin{aligned}
 w_{m,n}^{(j+1,h)} &= \sum_l \overline{q_{l-2n}} s_{m,l}^{(j+1,x)} \\
 w_{m,n}^{(j+1,v)} &= \sum_l \overline{p_{l-2n}} w_{m,l}^{(j+1,x)} \\
 w_{m,n}^{(j+1,d)} &= \sum_l \overline{q_{l-2n}} w_{m,l}^{(j+1,x)}
 \end{aligned} \tag{4.16}$$

$w_{m,n}^{(j+1,h)}$ は横軸方向にスケーリング関数，縦軸方向にウェーブレットを作用させた係数を示す． $w_{m,n}^{(j+1,v)}$ は横軸方向にウェーブレット，縦軸方向にスケーリング関数を，そして $w_{m,n}^{(j+1,d)}$ は縦，横の両軸方向ともにウェーブレットを作用させた係数を示しています．

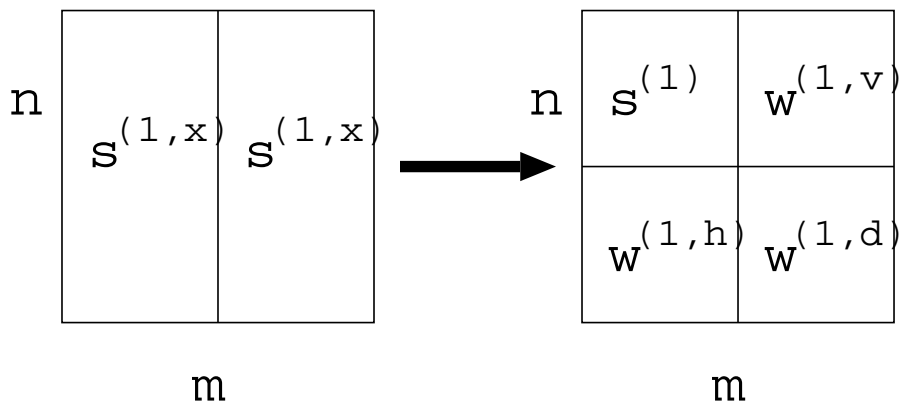


図 4.4 横軸方向の離散ウェーブレット変換

図 (4.4) はレベル $j = 1$ の場合を示している．式 (4.15)，式 (4.16) をまとめると，

4.3 多重解像度解析

$$\begin{aligned}
 s_{m,n}^{(j+1)} &= \sum_l \sum_k \overline{p_{k-2m} p_{l-2n}} s_{k,l}^{(j)} \\
 w_{m,n}^{(j+1,h)} &= \sum_l \sum_k \overline{p_{k-2m} q_{l-2n}} s_{k,l}^{(j)} \\
 w_{m,n}^{(j+1,v)} &= \sum_l \sum_k \overline{q_{k-2m} p_{l-2n}} s_{k,l}^{(j)} \\
 w_{m,n}^{(j+1,d)} &= \sum_l \sum_k \overline{q_{k-2m} q_{l-2n}} s_{k,l}^{(j)}
 \end{aligned} \tag{4.17}$$

式 (4.17) において，スケーリング係数 $s_{m,n}^{(j+1)}$ をさらに 4 成分に分解する操作を繰り返すことで，2 次元の多重解像度解析を行う．

再構成は，次式により行われる．

$$s_{m,n}^{(j)} = \sum_k \sum_l \left[p_{m-2k} p_{n-2l} s_{k,l}^{(j+1)} + p_{m-2k} q_{n-2l} w_{k,l}^{(j+1,h)} \right] \tag{4.18}$$

$$+ q_{m-2k} p_{n-2l} w_{k,l}^{(j+1,v)} + q_{m-2k} q_{n-2l} s_{k,l}^{(j+1,d)} \tag{4.19}$$

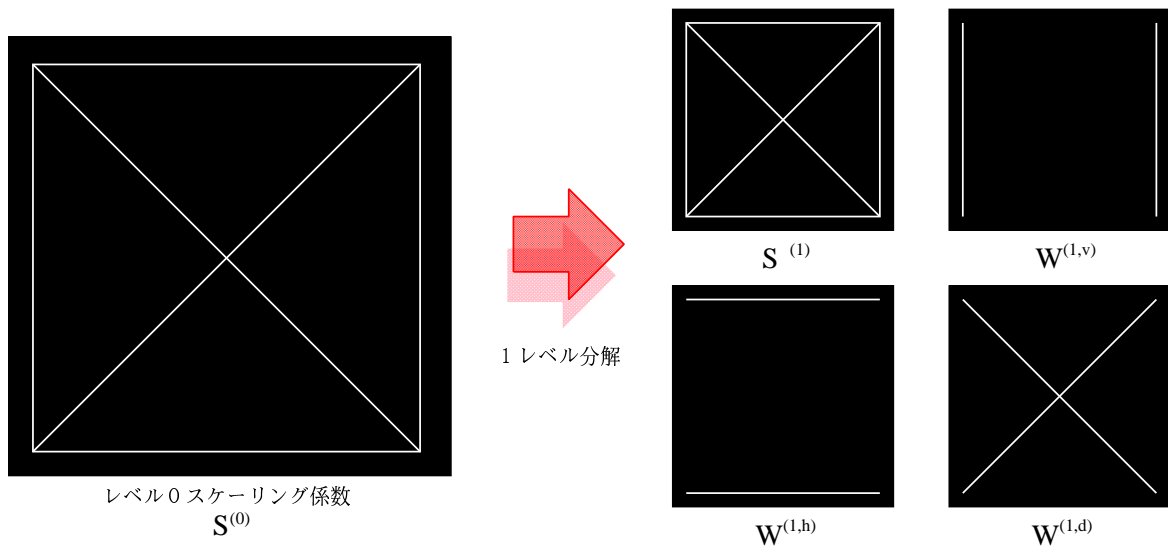


図 4.5 haar のウェーブレットによる多重解像度解析

図 (4.5) は haar ウェーブレットによる 2 次元画像の多重解像度解析に依る分解例である． haar のウェーブレットにより 1 レベル，多重解像度解析をおこなうと，画像の高周波数

4.3 多重解像度解析

成分が角係数に現れる．

図上の $w^{(1, v)}$ には源画像の垂直方向の高周波数成分， $w^{(1, h)}$ には水平方向の高周波数成分， $w^{(1, d)}$ には対角方向の高周波数成分，また $s^{(1)}$ には源画像 $s^{(o)}$ を平均化した低周波数成分が現れてわれている．

本研究ではこの離散ウェーブレット多重解像度解析をもちいて，境界面の画像の高周波数成分を特徴量して，その境界面の形状の複雑さをある程度類推できるものと考えた．

画像に現れる高周波数成分は，画像の特徴をよく現している．画像の柄が細かい部分や，明暗の違いが大きい部分に発生する．高周波数成分の多い画像では，形状が複雑である可能性が十分示唆できるので，この境界面に音波が伝搬されて来た場合に，反射波のエネルギーが分散され，音居特性に何らかの影響を与えられる．

第 5 章

むすび

5.1 提案手法モデル

むすびにまず本研究における，画像情報による音響特性の解析を実現するための流れをまとめとめておく．

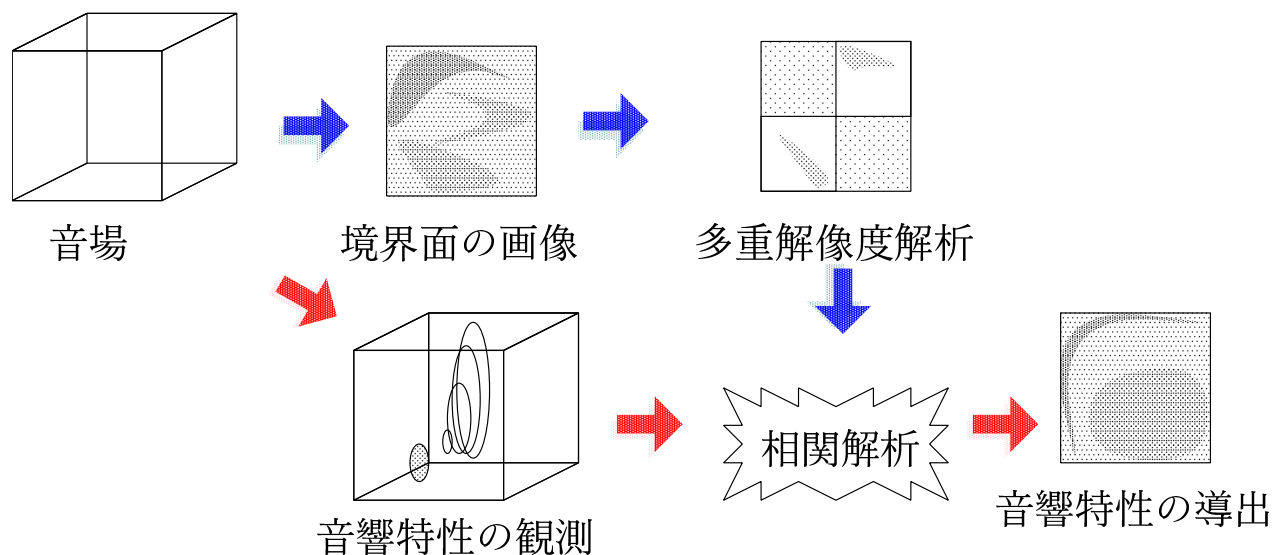


図 5.1 解析モデル図

図 (5.1) は室内音場において，本研究で提案する手法で音響特性を導出する流れを示している．

音場内の境界面画像を離散ウェーブレット変換による，多重解像度解析によって適宜のレベル分解をおこない，画像から周波数特性を解析する．この解析結果から，境界面の形状の複雑さがある程度推定される．その推定された複雑さの度合から，この境界面で音波が反射

5.2 今後の課題

音することで、どれほどエネルギーが拡散するかがわかる。この解析されたデータと、音場内の音響特性を、シュミレーションなり、実際に実験によるなりして求め、観測値と境界面の複雑さから何らかの相関が求めれば、ほんの一部に過ぎないが、音場の音響特性のを知り得ることができると考えた。

5.2 今後の課題

今回、本研究では複雑な手法によらず手軽に音場解析を行うための手法について論じたが、実際の音場と画像による相関を調査するにはいならず、あくまで音響解析の手法を提案したにとどまっている。

今後の課題として、実際に音場の画像と音場の測定や、もしくは音場のシュミレーションによって、本提案による音響特性の解析が有効であるかを調査する必要がある。

また、ウェーブレット変換を画像の解析にもちいながら、その特徴である、周波数の時間を追った解析などを考慮していないため、音場の測定を時間的に変化させて記録したデータを解析したり、解析画像に動画を利用するなど、より詳細に空間と音響特性について検証する必要がある。

さらには、2次元画像から3次元の事象である音響について論ずるのには限界があるため、CADなどの3次元画像から特徴量を解析して音響特性に関わりがあるか検証する必要がある。

謝辞

本研究を行うにあたって、あたたかくご指導、ご鞭撻を頂いた上に、日常生活の面でもご指導、していただきました、高知工科大学情報システム工学科の福本昌弘助教授に、心から感謝致します。また、本論文のご審議をしてくださいます、岡田守教授ならびに竹田史章教授に深謝いたします。最後に、日頃から多岐にわたりご尽力いただきました、高知工科大学大学院生の秋山由佳様に舟橋積仁様さらに福本研究室の皆様に感謝致します。

参考文献

- [1] 伊藤 敦子, 安田 洋介, 佐久間 哲哉 “高速多重境界要素法による大規模音場解析のための基礎的研究”
- [2] 中野 宏毅, 山本 鎮男, 吉田 靖夫 “ウェーブレットによる信号処理と画像処理” 共立出版株式会社 1999
- [3] 桜井 明, 荒井 勉 共訳 チャールズ K. チュウイ 著 “ウェーブレット入門” 東京電機大学出版局 1993
- [4] 桜井 明, 荒井 勉 共訳 チャールズ K. チュウイ 著 “ウェーブレット応用” 東京電機大学出版局 1997
- [5] 城戸 健一 “音響工学” コロナ社 1994
- [6] 大賀 寿郎, 山崎 芳男, 金田 豊 “音響システムとデジタル処理” 社団法人電子情報通信学会編 1995
- [7] 城戸 健一 “基礎音響工学” コロナ社 1995
- [8] Real World Computing Partnership ホ ー ム ペ ー ジ
<http://tosa.mri.co.jp/sounddb/index.htm>
- [9] 東京農工大学 Yamada Laboratory “音響工学” <http://www.tuat.ac.jp/yamada/>
- [10] 信州大学 PIT Lab “教材コンテンツ集” <http://laputa.cs.shinhu-u.ac.jp/yizawa/>
- [11] 早稲田大学 音響情報処理研究室 “音響工学原論” <http://ww.acoust.rise.waseda.ac.jp/>
- [12] Koichi Hayashi home page “波動方程式の差分解法と Reverse Time Migration”

付録 A

A.1 フックの法則

バネ定数を K とすると，つりあい状態からの伸び Δa に対する復元力は，

$$\Delta F = -K\Delta a \quad (\text{A.1})$$

で与えられる．形式的に比較してみると気体は，

$$K = k_s^{-1} \frac{A}{a} \quad (\text{A.2})$$

のバネ定数をもつバネのように振舞う．

A.2 運動方程式

ニュートンの運動方程式，

$$F = ma \quad (\text{A.3})$$

または

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = F \quad (\text{A.4})$$

付録 B

B.1 フーリエ級数展開

ある周期関数を $x(t)$ とする．ここで時間は t ，周期は T_0 ．この関数がディリクレの条件を満たす時， \sin と \cos の重ね合わせにより表すことができ，

$$x(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\omega_0 t + b_n \sin n\omega_0 t) \quad (\text{B.1})$$

が成立する．これは周期関数 $x(t)$ のフーリエ級数展開である． ω_0 は角速度で，基本周期 T_0 に対応する基本周波数を f_0 とすると， $\omega_0 = 2\pi f_0 = \frac{2\pi}{T_0}$ が成立する．

(B.1) 式の係数 a_0 直流成分を表す．また， $\frac{1}{2}$ は直流と正弦波の平均電力を一致させるための補正係数であるまた係数 a_n, b_n は $x(t)$ に含まれる \sin, \cos 成分の大きさを表し， $x(t)$ により一義的に定る．周期関数 $x(t)$ が定まった時の係数は次式により与えられる．

$$\begin{aligned} a_0 &= \frac{2}{T_0} \int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} x(t) dt \\ a_n &= \frac{2}{T_0} \int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} \cos n\omega_0 t dt (n = 1, 2, 3, \dots) \\ b_n &= \frac{2}{T_0} \int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} \sin n\omega_0 t dt (n = 1, 2, 3, \dots) \end{aligned} \quad (\text{B.2})$$

B.2 複素フーリエ級数展開

複素平面において単位円を考える．この単位円上のある点を角度 θ を用いて，

$$e^{j\theta} = \cos \theta + j \sin \theta \quad (j \text{ は虚数単位})$$

B.2 複素フーリエ級数展開

と表すことができる．これをオイラーの公式という．この式を変形し以下を得る．

$$\begin{aligned}\cos \theta &= \frac{1}{2} (e^{j\theta} + e^{-j\theta}) \\ \sin \theta &= \frac{1}{2j} (e^{j\theta} - e^{-j\theta})\end{aligned}\tag{B.3}$$

(B.3) 式をもちいて (B.1) 式を変形すると，

$$\begin{aligned}x(t) &= \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\omega_0 t + b_n \sin n\omega_0 t) \\ &= \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{a_n}{2} (e^{jn\omega_0 t} + e^{-jn\omega_0 t}) + \frac{b_n}{2j} (e^{jn\omega_0 t} - e^{-jn\omega_0 t}) \right) \\ &= \frac{a_0}{2} + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} (a_n e^{jn\omega_0 t} + a_n e^{-jn\omega_0 t} - b_n j e^{jn\omega_0 t} + b_n e^{-jn\omega_0 t}) \\ &= \frac{a_0}{2} + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} ((a_n - jb_n) e^{jn\omega_0 t} + (a_n + jb_n) e^{-jn\omega_0 t})\end{aligned}\tag{B.4}$$

ここで， $C_0 = \frac{a_0}{2}$ ， $C_n = \frac{a_n - jb_n}{2}$ ， $C_{-n} = \frac{a_n + jb_n}{2}$ とおくと，

$$\begin{aligned}x(t) &= C_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (C_n e^{jn\omega_0 t} + C_{-n} e^{-jn\omega_0 t}) \\ &= \sum_{-n=1}^{\infty} C_{-n} e^{-jn\omega_0 t} + C_0 e^0 + \sum_{n=1}^{\infty} C_n e^{jn\omega_0 t} \\ &= \sum_{n=1}^{-\infty} C_n e^{jn\omega_0 t} + C_0 e^0 + \sum_{n=1}^{\infty} C_n e^{jn\omega_0 t} \\ &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n e^{jn\omega_0 t}\end{aligned}\tag{B.5}$$