# 平成14年度

# 修士論文

# 並列計算機によるエンジンのシミュレータ開発

指導教員 磯村 修一 教授

- 高知工科大学 大学院工学研究科 基盤工学専攻 知能機械コース
  - 1055052 都築 弘孝

目次

緒言	
第1章	エンジン・シミュレータ開発の目的
第2章	動特性の数式モデル
	2.1 燃焼系
	吸気過程
	压縮過程。 [1]
	爆発過程
	膨張過程
	排気過程
	2.2 ピストン・クランク軸系
	数式モデル
	ピストンの変位
	連接棒の座標
	クランク座標
第3章	開発環境
	3.1 開発ツール
	3.2 MPI
第4章	プログラム
212	4.1 プログラム開発手順
	4.2 プログラムの流れ
	4.3 計算式
第5章	シミュレーション結果
結言	
謝辞	
参考文南	状及びウェブサイト
付録	(シミュレーションの連続画像)

## 緒言

エンジン・シミュレータにはさまざまな目的・用途があるが、本研究では、加速性と制 御の問題に焦点を絞り、エンジンのダイナミックス(動特性)シミュレータを開発した。 エンジンのダイナミックシステムは

(1) 燃焼系統

(2) エンジン本体の運動系

(3) 過給機の動特性

からなる一種のフィードバック(特にポジティブフィードバック)システムである点に特 徴がある。このシステムの動特性研究では、これらの機器を設計、製作あるいは購入して、 解析と試験を実施したいところであるが本学の設備、予算の面から困難であった。

そこで、動特性の同定を目的としたエンジン動特性シミュレータ開発に取り組もうとしたのである。

必然的にエンジンの燃焼効率や摩擦損失など静的性能、静特性に関する詳細な検討は範 囲外となり、エンジンの過渡的な性能に関する部分に開発努力を集中した。

対象としてはガスタービン、またはターボ過給機付ディーゼルエンジンが適していると思われるが、動特性モデル作成用入力データが4サイクル-ガソリンエンジン用しか入手できなかったので、テーマを「4サイクル-ガソリンエンジンの動特性」とした。

## 第1章 エンジン・シミュレータ開発の目的

プロトタイプによるテストは動く機械の製造業にとってコスト高と納期遅延の原因とな る。したがって、精密かつ高速のシミュレータの開発は製造業にとって最重要課題の一つ と言える。最近ではシミュレーション技術の向上などで設計・製作過程のモデルがコンピ ュータ内に作られ、実機でミスが発見されるのを防げるようになりつつある。また、コン ピュータの性能の飛躍的向上で、リアルタイムシミュレータが実現し、工場や建設現場で のテストを省くことも出来るようになってきており、今後ますますシミュレーション技術 は重要になると思われる.

本研究の対象であるエンジンについては、レシプロエンジンやガスタービンエンジンは 輸送手段である自動車、船舶、航空機、列車の駆動用として採用され、高性能化の要求、 環境基準などを次々にクリアし20世紀にはほぼ完成の域に達し、もはや研究テーマは残さ れていないのではないかと思われていた。ところが、最近の電力自由化でビルや家庭向け などの分散型発電機の需要が世界的に高まる中、米国のガスタービンメーカーと日本のエ ンジンメーカーが互いの得意分野を補完し合う業界再編も加速される可能性がでてきた。

このような小型エンジンが輸送機関ではない発電機に採用された場合の解決すべき技術 問題点は何か?

効率の追求や環境対策のための技術は輸送機関の場合と特に変わっていないであろう。 今後クローズアップされるのは最新鋭火力発電設備と同様、加速性能と制御であると思われる。

加速性能の優れたマイクロガスタービンが発電用として有力と言われる中、低価格燃料、 高効率で優位に立つレシプロエンジンの最大のネックはその加速性にある。現在のレシプ ロエンジンは効率向上のために必ず排気ガスターボチャージャー(過給機)を装備してい るが、負荷上昇時限り過給機の追従遅れのため、出力上昇が追いつかず、発電機の回転数 が低下してなかなか回復しないという問題が予測される。そのため、ビルや家庭の電源周 波数が 60Hg 又は 50Hz から降下し電力系統における様々な悪影響が予想されるのである。

エンジンのシミュレータと言っても、その範囲は広く、分野、目的、用途により様々で 多岐にわたるため、すべての要求に応じられるシミュレータを開発することは容易ではない。

先ず、エンジンシミュレーションは Statics と Dynamics に分けられる。Dynamics はさら に Snap shot(Batch processing)と Real-Time processing(Animation)に分けられる。

Statics を計算するシミュレータはエンジンの性能を求めることから Heat balance program と呼ばれている。このプログラムに対する入力はエンジンの負荷、Fuel、Air などであり、出力はトルク、排気ガス温度(これは過給機への入力エネルギでもある)である。

このプログラムの目的はエンジンの効率をいかに上げるかを計算することなので、性能に かかわる因子、例えば熱力学的性質、燃焼室の形状寸法などのデータが理論あるいは実験 式の形で与えられなければならない。

一方、Dynamics の場合、全ての状態変数は時間の関数として扱われる。エンジンの中に はゆっくり変化するものから、非常に速く変化するものまで含まれている。これは固有値 の値が広範囲にわたっていることを意味する。例えば、物理学で電磁力、弱い力、強い力、 重力の4つの力があるようなものである。

ゆっくり変化するものには負荷変動に対するエンジン出力の追従性があり、速く変化す るものにはクランクシャフトの捩り振動や排気弁(動弁とも言う)の上下振動現象がある。 これらはスティッフな問題とも言われ高い固有振動数を持つ。そのため微分方程式の積分 には時間スケールを引き伸ばさないと莫大な計算時間がかかってしまう。

この動弁系の問題はバネを分布系として、つまり無限の固有値とモードを持つ偏微分方 程式として扱わねばならず、5年と1億円をかけて計算、実験を繰り返した例もある。

物理学の 4 つの力を 1 つの式で計算することが困難であるように、エンジンのあらゆる 動的な現象を一挙にシミュレートすることは不可能に近いといえる。

そこで用途別に、つまり目的向き(Object Oriented)にシミュレータを作ることになる。 エンジンシステムのように要素が複雑に構成されているシステムでは、一本のパイプの中 の流れの計算のようなわけにはいかない。部分的、機能毎に分割して数式モデルを作り、 ーつーつ積み重ねるしかないのである。部分では意味がないと言われればそれまでである が、設備、予算上の制約がありとてもエンジン全体まではできないのである。極論すれば 吸気過程の計算すらも完全には出来ないであろう。

その為には前述した、目的に応じたシミュレータを作り、使い分けることになる。

エンジンのシミュレータを作成するにあたっては、全システムの微分方程式を一気に書 き下ろして計算してしまうわけにはいかないので、次のようにシステムを分ける。

1.燃焼系(吸気、圧縮、爆発、膨張、排気)の各過程の解析を行う部分

2. ピストン、クランク、コンロッドなどの運動部分

これらを一つ一つ作成し最後に統合する。

境界条件の扱いについては、回転部分のシミュレータにピストン圧力が必要となるが、 シリンダガス圧を求めて加えるだけでは不十分である。これはピストンの動きがガス圧に も影響するからである。このことは出力インピーダンスが0ではないということであり、 全体システムのシミュレータで考慮されなければならない。

# 第2章 動特性の数式モデル

#### 2.1 燃焼系

#### 吸気過程

- シリンダ内の流れは集中定数
- シリンダ壁は断熱
- 吸気流は等エントロピ
- 定圧比熱 Cp、定容比熱 Cv は時間によらず一定
- シリンダ内燃焼ガスは完全ガス
- 吸気温度は一定(等温変化)

と仮定する。

シリンダ内ガスの密度を、、シリンダ容積をV、吸気流量を*m*。とすると、質量収支は、

$$\frac{d}{dt}(\rho V) = \dot{m}_c \qquad 1 - 1$$

となる。式1-1の左辺は積の微分より

$$\rho \frac{dV}{dt} + V \frac{d\rho}{dt} = \dot{m}_c \qquad 1 - 2$$

となる。ピストンストロークを×、ピストンの断面積を A とするとシリンダ体積 V はV = Ax 1 - 3

であり、両辺を微分して

$$\frac{dV}{dt} = A\frac{dx}{dt} \qquad 1 - 4$$

を得る。dx/dt はピストン速度である。式1-4を式1-2に代入して

$$\rho A \frac{dx}{dt} + V \frac{d\rho}{dt} = \dot{m}_c \qquad 1 - 5$$

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{1}{V}\dot{m}_c - \frac{A\rho}{V} \cdot \frac{dx}{dt}$$
 1 - 6

を得る。一方、温度 T は T=Tc で一定なので、完全ガスの状態方程式

$$\frac{P}{\rho} = RT_c \qquad 1 - 7$$

から、密度は



$$\rho = \frac{P}{RT_c} \qquad 1 - 8$$

となる。ここに、Rはガス定数である。式1-8の両辺を微分して

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{1}{RT_c} \frac{dP}{dt}$$
 1 - 9

を得、式1-9を式1-6に代入すると

$$\frac{1}{RT_c} \cdot \frac{dP}{dt} = \frac{1}{V} \dot{m}_c - \frac{A\rho}{V} \frac{dx}{dt}$$

すなわち、dP/dtは

$$\frac{dP}{dt} = \frac{RT_c}{V}\dot{m}_c - \frac{ART_c\rho}{V}\frac{dx}{dt}$$
1 - 10

となる。

等エントロピ ( 断熱 ) 流れの吸気流量  $\dot{m}_c$  は、吸気孔の断面積 Zc、流量係数を とすると  $\dot{m}_c = \alpha Z_c u$  1 - 11

ここに流速 u は

$$u = \sqrt{\frac{2\kappa}{\kappa - 1} \cdot \frac{P_c}{\rho_c}} \left\{ 1 - \left(\frac{P}{P_c}\right)^{\frac{\kappa - 1}{\kappa}} \right\}$$
 1 - 12

である。

以上の式をまとめると、吸気過程の動特性は

$$\frac{dP}{dt} = \frac{RT_c}{V} \dot{m}_c - \frac{ART_c \rho}{V} \frac{dx}{dt}$$

$$T = T_c$$

$$\rho = \frac{P}{RT_c}$$

$$\dot{m}_c = \rho Z_c u$$

$$u = \sqrt{\frac{2\kappa}{\kappa - 1}} \cdot \frac{P_c}{\rho_c} \left\{ 1 - \left(\frac{P}{P_c}\right)^{\frac{\kappa - 1}{\kappa}} \right\}$$

で表される。ここに Pc、Tc、 $\rho_c$ は給気の圧力、温度、密度、 は比熱比 =Cp/Cv である。

## 圧縮過程

•	シリンダ内の流れは集中定数
•	シリンダ壁は断熱

- シリンダ内混合ガスの状態変化は等エントロピ
- 圧縮期間中ガスの定圧比熱 Cp、定容比熱 Cv は 時間によらず一定
- シリンダ内混合ガスは完全ガス

#### と仮定する

シリンダ内の密度を、、シリンダ容積をV、とすると質量収支は

$$\frac{d}{dt}(\rho V) = 0 \qquad 2 - 1$$

となる。圧縮過程でのシリンダ内熱量をqとすると、エネルギー収支は

$$\frac{d}{dt}(q\rho V) = 0 \qquad 2 - 2$$

である。式2-2の積の微分は

$$q\frac{d}{dt}(\rho V) + \rho V\frac{dq}{dt} = 0$$
2 - 3

であるから、式2-1を代入して

$$\rho V \frac{dq}{dt} = 0 \qquad 2 - 4$$

を得る。熱力学第一法則 dq = dh - vdp、 $v = 1/\rho$  より、エンタルピ h を用いて  $\frac{dq}{dt} = \frac{dh}{dt} - \frac{1}{dt} \frac{dP}{dt}$ 2 - 5

$$\frac{dt}{dt} = \frac{dt}{dt} - \frac{\rho}{\rho} \frac{dt}{dt}$$

であるから。式2-4を代入して

$$\frac{dh}{dt} - \frac{1}{\rho} \frac{dP}{dt} = 0$$

すなわち

$$\frac{dh}{dt} = \frac{1}{\rho} \frac{dP}{dt}$$
 2 - 6

を得る。定圧比熱 Cp とシリンダ内の絶対温度 T を用いてエンタルピh の時間微分は

$$\frac{dh}{dt} = C_p \frac{dT}{dt} \qquad 2 - 7$$

となり、式2-6を代入して



$$C_{p} \frac{dT}{dt} = \frac{1}{\rho} \frac{dP}{dt}$$
$$\frac{dT}{dt} = \frac{1}{C_{p}\rho} \frac{dP}{dt}$$
2 - 8

を得る。一方、質量収支は式2-1より

$$\rho \frac{dV}{dt} + V \frac{d\rho}{dt} = 0$$
 2 - 9

であるから、dV/dt はストローク x との関係 V=Ax を用いて書き直すと

$$\frac{dV}{dt} = A\frac{dx}{dt}$$
 2 - 10

$$\rho A \frac{dx}{dt} + A x \frac{d\rho}{dt} = 0 \qquad 2 - 9'$$

ここで、dx/dt はピストン速度、A はピストン断面積である。ガス定数を R とすると、完全 ガスの状態方程式は

$$\frac{P}{\rho} = RT$$
 2 - 11

と表されるから、密度 は

$$\rho = \frac{P}{RT}$$

となり、両辺を微分して  $\frac{d\rho}{dt} = \frac{1}{RT} \frac{dP}{dt} - \frac{P}{RT^2} \frac{dT}{dt}$ 2 - 12

を得る。式2-10と式2-12を式2-9に代入して

$$A\rho \frac{dx}{dt} + V \left(\frac{1}{RT} \frac{dP}{dt} - \frac{P}{RT^2} \frac{dT}{dt}\right) = 0$$
 2 - 13

となる。式 2 - 13 は  
$$\frac{dP}{dt} - \frac{P}{T}\frac{dT}{dt} = -\frac{ART\rho}{V}\frac{dx}{dt}$$

となるから、以上をまとめて

$$\frac{dP}{dt} - \frac{P}{T}\frac{dT}{dt} = -\frac{ART\rho}{V}\frac{dx}{dt}$$
$$\frac{dP}{dt} - C_p \rho \frac{dT}{dt} = 0$$

を得る。完全ガスの状態方程式

$$\frac{P}{\rho} = RT \qquad 2 - 11$$

$$\frac{dP}{dt} - \frac{P}{T}\frac{dT}{dt} = -\frac{AP}{V}\frac{dx}{dt}$$
$$\frac{dP}{dt} - C_p \rho \frac{dT}{dt} = 0$$

となる。これは

$$\begin{bmatrix} 1 & -P/T \\ 1 & -C_p \rho \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dP/dt \\ dT/dt \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{AP}{V} \frac{dx}{dt} \\ 0 \end{bmatrix}$$
 2 - 14

と書けるから、これを解いて(クラメールの公式による)

$$\begin{aligned} \frac{dP}{dt} &= \left| -\frac{AP}{V} \frac{dx}{dt} - \frac{P}{T} \right| / \left| \frac{1}{1} - \frac{P}{T} \right| \\ &= \frac{C_p \rho \frac{AP}{V}}{\frac{P}{T} - C_p \rho} \cdot \frac{dx}{dt} \\ &= \frac{C_p AP}{V (R - C_p)} \cdot \frac{dx}{dt} \\ &= \frac{C_p AP}{V (R - C_p)} \cdot \frac{dx}{dt} \\ &= \frac{C_p AP}{V} \cdot \frac{1}{C_p - C_v - C_p} \cdot \frac{dx}{dt} \qquad ( Cp-Cv=R \downarrow U ) ) \\ &= -\frac{C_p}{C_v} \cdot \frac{AP}{V} \cdot \frac{dx}{dt} \\ &= \frac{dP}{dt} = -\kappa \frac{AP}{V} \cdot \frac{dx}{dt} \qquad ( = Cp/Cv \downarrow U ) ) \end{aligned}$$

となる。一方、dT/dt についても、式2-14から

$$\frac{dT}{dt} = \begin{vmatrix} 1 & -\frac{AP}{V} \frac{dx}{dt} \\ 1 & 0 \end{vmatrix} / \begin{vmatrix} 1 & -P/T \\ 1 & -C_p \rho \end{vmatrix}$$
$$\frac{dT}{dt} = -\frac{AP}{C_v \rho V} \cdot \frac{dx}{dt}$$
$$2 - 15$$
  
式 2 - 11 から P/ = RT を代入して  

$$\frac{dT}{dt} = -\frac{ART}{C_v V} \cdot \frac{dx}{dt}$$

となる。以上をまとめると

$$\frac{dP}{dt} = -\kappa \frac{AP}{V} \cdot \frac{dx}{dt}$$
$$\frac{dT}{dt} = -\frac{ART}{C_v V} \cdot \frac{dx}{dt}$$

を得る。

## 爆発過程

- 燃焼室内は集中定数
- 燃焼室壁は断熱
- 爆発は一定の体積 Vc の燃焼室内で行われる
- 定容比熱 Cv は一定
- 燃焼室内ガスは完全ガス(理想気体)

爆発

(ピストン上死点近傍)

3 - 5

と仮定する

燃焼室内密度を、燃焼室容積をVc、燃料流量を $\dot{m}_{f}$ とすると、質量収支は

$$\frac{d}{dt}(\rho V_c) = \dot{m}_f \qquad \qquad 3 - 1$$

となる。爆発過程での燃料の発熱量を Hu、燃焼室内熱量を q とするとエネルギー収支は

$$\frac{d}{dt}(q\rho V_c) = H_u \dot{m}_f \qquad 3 - 2$$

となる。式3-2は積の微分により

となるから、式3 - 1を代入して

を得る。熱力学第一法則 dq = de + Pdv、  $v = 1/\rho$  より内部エネルギー  $de = C_v dT$ 

を用いて

$$\frac{dq}{dt} = \frac{de}{dt} - \frac{P}{\rho^2} \frac{d\rho}{dt}$$

$$\frac{dq}{dt} = C_{v} \frac{dT}{dt} - \frac{P}{\rho^{2}} \frac{d\rho}{dt}$$
  
を得る。式3 - 1を代入して  
$$\frac{dq}{dt} = C_{v} \frac{dT}{dt} - \frac{P}{\rho^{2}} \frac{1}{V_{c}} \dot{m}_{f}$$
 3 - 6

となり、式3-5、式3-6を用いて

$$\rho \frac{dV_c}{dt} + V_c \frac{d\rho}{dt} = \dot{m}_f \tag{3 - 8}$$

であるが、Vc=const と仮定しているので

が成り立つ、完全ガスの状態方程式 P/ =RT より、密度 は

$$\rho = \frac{P}{RT}$$

となり、両辺を時間tで微分して

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{1}{RT} \cdot \frac{dP}{dt} - \frac{P}{RT^2} \cdot \frac{dT}{dt}$$
3 - 10

$$\frac{1}{RT} \cdot \frac{dP}{dt} - \frac{P}{RT^2} \cdot \frac{dT}{dt} = \frac{1}{V_c} \dot{m}_f$$
$$\frac{dP}{dt} = \frac{RT}{V_c} \dot{m}_f + \frac{P}{T} \cdot \frac{dT}{dt}$$
3 - 11

を得る。以上をまとめると

$$\frac{dP}{dt} = \frac{RT}{V_c} \dot{m}_f + \frac{P}{T} \cdot \frac{dT}{dt}$$
$$\frac{dT}{dt} = \frac{H_u - C_v T}{\rho C_v V_c} \dot{m}_f$$

となる。ここで、 $\dot{m}_f = dm_f/dt$ で $m_f$ は1サイクルに噴射される燃料の質量である。

### 膨張過程

- シリンダ内の流れは集中定数
- シリンダ壁は断熱
- 定圧比熱 Cp、定容比熱 Cv は一定
- シリンダ内のガスは完全ガスの状態方程式に従う

と仮定する

シリンダ内の密度を、、シリンダ体積を V とすると、質量収支は

$$\frac{d}{dt}(\rho V) = 0 \tag{4 - 1}$$

となる。膨張過程でのシリンダ内熱量をqとすると、エネルギー収支は

$$\frac{d}{dt}(q\rho V) = 0 \qquad 4 - 2$$

となる。式4-2で積の微分を行って

$$q\frac{d}{dt}(\rho V) + \rho V\frac{dq}{dt} = 0$$

$$4 - 3$$

式4-1の関係を用いて

.

$$\rho V \frac{dq}{dt} = 0 \qquad 4 - 4$$

を得る。熱力学第一法則 dq = dh - vdp、  $v = 1/\rho$ より

 $\frac{dq}{dt} = \frac{dh}{dt} - \frac{1}{\rho} \frac{dP}{dt}$  4 - 5

であるから、エンタルピトを用いて、式4-4とから

$$\frac{dh}{dt} = \frac{1}{\rho} \frac{dP}{dt}$$
 4 - 6

を得る。定圧比熱 Cp とシリンダ内絶対温度 Tを用いて



$$\frac{dh}{dt} = C_p \frac{dT}{dt}$$
 4 - 7

と表されるので、式4-6を代入して

$$C_{p} \frac{dT}{dt} = \frac{1}{\rho} \frac{dP}{dt}$$
$$\frac{dT}{dt} = \frac{1}{C_{p}\rho} \frac{dP}{dt}$$
$$4 - 8$$

を得る。一方、質量収支の式4-1より

$$\rho \frac{dV}{dt} + V \frac{d\rho}{dt} = 0 \tag{4 - 9}$$

dV/dt はピストンストローク x を用いて

$$\frac{dV}{dt} = A\frac{dx}{dt}$$
 4 - 10

と書けるから

$$\rho A \frac{dx}{dt} + V \frac{d\rho}{dt} = 0 \qquad 4 - 11$$

を得る。ここで dx/dt はピストン速度、A はピストン断面積である。完全ガスの状態方程式は、ガス定数を R とすると

$$\frac{P}{\rho} = RT$$
であるから、密度 は

$$\rho = \frac{P}{RT}$$

となり、両辺を微分して

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{1}{RT}\frac{dP}{dt} - \frac{P}{RT^2}\frac{dT}{dt}$$
 4 - 12

となる。式4 - 11 と式4 - 12 から

$$A\rho \frac{dx}{dt} + V \left(\frac{1}{RT} \frac{dP}{dt} - \frac{P}{RT^2} \frac{dT}{dt}\right) = 0$$

$$4 - 13$$

を得る。式4-13は

$$\frac{dP}{dt} - \frac{P}{T}\frac{dT}{dt} = -\frac{A\rho RT}{V}\frac{dx}{dt}$$

となるから、以上をまとめると

$$\frac{dP}{dt} - \frac{P}{T}\frac{dT}{dt} = -\frac{A\rho RT}{V}\frac{dx}{dt}$$

$$\frac{dP}{dt} - C_p \rho \frac{dT}{dt} = 0$$

を得る。完全ガスの状態方程式 P/ =RT を用いて

$$\frac{dP}{dt} - \frac{P}{T}\frac{dT}{dt} = -\frac{AP}{V}\frac{dx}{dt}$$
$$\frac{dP}{dt} - C_p \rho \frac{dT}{dt} = 0$$

となる。これは

$$\begin{bmatrix} 1 & -P/T \\ 1 & -C_p \rho \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dP/dt \\ dT/dt \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{AP}{V} \frac{dx}{dt} \\ 0 \end{bmatrix}$$
 4 - 14

と書けるからこれを解いて

$$\begin{aligned} \frac{dP}{dt} &= \left| -\frac{AP}{V} \frac{dx}{dt} - \frac{P}{T} \right| / \left| 1 - \frac{P}{T} \right| \\ &= \frac{C_p \rho AP}{V(P_T' - C_p \rho)} \cdot \frac{dx}{dt} \\ &= \frac{C_p AP}{V(R - C_p)} \cdot \frac{dx}{dt} \\ &= \frac{C_p AP}{V(C_p - C_v - C_p)} \cdot \frac{dx}{dt} \\ &= -\frac{C_p AP}{C_v V} \cdot \frac{dx}{dt} \\ &= -\frac{C_p AP}{C_v V} \cdot \frac{dx}{dt} \\ &\geq t \approx 0, \quad = Cp/Cv \notin \Pi \text{ In } T \\ &= \frac{dP}{dt} = -\kappa \frac{AP}{V} \cdot \frac{dx}{dt} \\ &\notin \# 3. \quad & \notin 5 \text{ In } \pi + 14 \text{ Poins} \\ &= \frac{dT}{dt} = \left| 1 - \frac{AP}{V_v} \frac{dx}{dt} \right| / \left| 1 - \frac{P/T}{1 - C_p \rho} \right| \\ &= \frac{dT}{dt} = -\frac{AP}{C_v \rho V} \cdot \frac{dx}{dt} \end{aligned}$$

4 - 15

$$\frac{dT}{dt} = -\frac{ART}{C_v V} \cdot \frac{dx}{dt}$$
  
となる。以上をまとめると  

$$\frac{dP}{dt} = -\kappa \frac{AP}{V} \cdot \frac{dx}{dt}$$
  

$$\frac{dT}{dt} = -\frac{ART}{C_v V} \cdot \frac{dx}{dt}$$

となる。

排気過程

- シリンダ内の流れは集中定数
- シリンダ壁は断熱
- 排気流は等エントロピ流れ
- 定圧比熱 Cp、定容比熱 Cv は時間によらず一定
- シリンダ内燃焼ガスは完全ガス
- 排気温度一定(等温変化)



(P/ =RTより)

と仮定する。

シリンダ内の密度を、、シリンダ容積をV、排気流量を*m<sub>e</sub>と*すると、質量収支は

$$\frac{d}{dt}(\rho V) = -\dot{m}_e \qquad 5 - 1$$

と表される。積の微分を行って

$$\rho \frac{dV}{dt} + V \frac{d\rho}{dt} = -\dot{m}_e$$
 5 - 2

を得る。ピストンのストロークをx、ピストンの断面積をAとすると、シリンダ容積Vは V = Ax5 - 3

であるから、両辺を微分して

$$\frac{dV}{dt} = A\frac{dx}{dt}$$
 5 - 4

となる。dx/dt はピストンの速度である。式5-4を式5-2に代入して

$$\rho A \frac{dx}{dt} + V \frac{d\rho}{dt} = -\dot{m}_e \qquad 5 - 5$$

を得る。d /dt について書き直すと

$$\frac{d\rho}{dt} = -\frac{1}{V}\dot{m_e} - \frac{A\rho}{V} \cdot \frac{dx}{dt}$$
5 - 6  
となる。等温変化と仮定しているので、温度 T は  
 $T = T_e$   
である。ここに Te は排気温度である。完全ガスの状態方程式は

 $\frac{P}{\rho} = RT_e$  5 - 7

だから、密度 は

$$\rho = \frac{P}{RT_e}$$
 5 - 8

となり、両辺を時間 t で微分すると  $\frac{d\rho}{dt} = \frac{1}{RT_e} \frac{dP}{dt}$ (dTe/dt=0) 5 - 9

を得る。式5-9を式5-6に代入すると

$$\frac{1}{RT_e} \cdot \frac{dp}{dt} = -\frac{1}{V} \dot{m}_e - \frac{A\rho}{V} \frac{dx}{dt}$$

となり、dP/dtは

$$\frac{dP}{dt} = -\frac{RT_e}{V}\dot{m}_e - \frac{A\rho RT_e}{V}\frac{dx}{dt}$$
5 - 10

となる。排気流量 $\dot{m}_e$ は、排気孔の断面積をZe、流量係数を 、背圧をPeとすると  $\dot{m}_e = oZ_e u$  5 - 11

ここで流速 u は

$$u = \sqrt{\frac{2\kappa}{\kappa - 1} \cdot \frac{P}{\rho}} \left\{ 1 - \left(\frac{P_e}{P}\right)^{\frac{\kappa - 1}{\kappa}} \right\}$$
 5 - 12

である。以上をまとめると、排気過程の動特性基礎方程式は

$$\frac{dP}{dt} = -\frac{RT_e}{V}\dot{m}_e - \frac{A\rho RT_e}{V}\frac{dx}{dt}$$
$$T = T_e$$
$$\rho = \frac{P}{RT_e}$$
$$\dot{m}_e = \alpha Z_e u$$
$$u = \sqrt{\frac{2\kappa}{\kappa - 1}} \cdot \frac{P}{\rho} \left\{ 1 - \left(\frac{P_e}{P}\right)^{\frac{\kappa - 1}{\kappa}} \right\}$$

となる。

# 2.2 ピストン・クランク軸系

### 数式モデル

- ・ エンジン駆動部分をピストン、クランク軸、連接棒の要素で代表させ、剛体として扱う。
- ・ ピストンは直線運動、連接棒は直線及び回転の複雑な運動をするが、すべてクランク軸
   回りの回転運動に換算する。
- ・ ピストン・クランク軸系の運動エネルギを求める。
- ・ ピストンにかかるガス圧からクランク軸にかかるエンジン駆動トルクを求める。
- ・ 起動時はセルモータートルクで駆動する。
- ・ 負荷トルクは自動車の走行速度の2乗に比例するとし、クランク軸の角速度の2乗に比例するトルクとして与える。
- ・ 駆動系への入力はエンジン・シリンダーのガス圧、セルモーターの駆動トルクである。

・ 駆動系の出力はピストンの変位、連接棒各点の変位、クランク軸の回転角である。

ピストン、連接棒、クランク軸の関係を図2-1に示す。



図 2 - 1

クランク軸の回転運動のエネルギーT<sub>4</sub>

$$T_k = \frac{1}{2} I_k \dot{\theta}^2 \qquad 1 - 1$$

ピストンの運動エネルギー*T*<sub>n</sub>

$$T_{p} = \frac{1}{2}m_{p}\dot{X}^{2}$$
 1 - 2

連接棒の回転及び直線運動のエネルギー $T_c$ 

$$T_{c} = \frac{1}{2} \left( I_{c} \dot{\phi}^{2} + m_{c} \dot{X}^{2} \right)$$
 1 - 3

ここに  $I_k$ : クランク軸の慣性モーメント  $I_c$ : 連接棒の慣性モーメント

$$m_p$$
:ピストンの質量  $m_c$ :連接棒の質量

$$T = \frac{1}{2}I_{k}\dot{\theta}^{2} + \frac{1}{2}m_{p}\dot{X}^{2} + \frac{1}{2}(I_{c}\dot{\phi}^{2} + m_{c}\dot{X}^{2})$$
$$= \frac{1}{2}I_{k}\dot{\theta}^{2} + \frac{1}{2}(m_{p} + m_{c})\dot{X}^{2} + \frac{1}{2}I_{c}\dot{\phi}^{2}$$
$$1 - 4$$

図 2 - 1 から X、 、 の関係が次のように求められる。  

$$L\sin\phi = r\sin\theta$$
 1 - 5  
 $X = (L+r) - (L\cos\phi + r\cos\theta)$  1 - 6

式1-5から

$$\sin\phi = \frac{r}{L}\sin\theta \qquad 1 - 7$$
$$\cos^2\phi = 1 - \sin^2\phi$$

$$\cos^2\phi = 1 - \sin^2$$

$$=1 - \left(\frac{r}{L}\right)^2 \sin^2 \theta$$
$$\cos \phi = \sqrt{1 - \left(\frac{r}{L}\right)^2 \sin^2 \theta}$$
 1 - 8

式1 - 7を時間tで微分して

$$\cos\phi\dot{\phi} = \frac{r}{L}\cos\theta\dot{\theta}$$
$$\dot{\phi} = \frac{r}{L}\frac{\cos\theta}{\cos\phi}\dot{\theta}$$
$$= \frac{r}{L}\frac{\cos\theta}{\sqrt{1 - (r/L)^2 \sin^2\theta}}\dot{\theta}$$
$$1 - 9$$

$$\dot{\phi}^2 = \left(\frac{r}{L}\right)^2 \frac{\cos^2 \theta}{1 - \left(\frac{r}{L}\right)^2 \sin^2 \theta} \dot{\theta}^2 \qquad 1 - 10$$

#### が得られる。

また、式1-6を時間tで微分して次式を得る。

 $\dot{X} = L\sin\phi\dot{\phi} + r\sin\theta\dot{\theta}$  $\dot{X} = L\frac{r}{L}\sin\theta\frac{r}{L}\frac{\cos\theta}{\sqrt{1-(r/L)^2\sin^2\theta}}\dot{\theta} + r\sin\theta\dot{\theta}$  $\dot{X} = r\sin\theta\left\{1 + \frac{\frac{r}{L}\cos\theta}{\sqrt{1-(r/L)^2\sin^2\theta}}\right\}\dot{\theta}$ 1 - 11

$$\dot{X}^{2} = r^{2} \sin^{2} \theta \left\{ 1 + \frac{\frac{r}{L} \cos \theta}{\sqrt{1 - (r/L)^{2} \sin^{2} \theta}} \right\}^{2} \dot{\theta}^{2}$$
 1 - 12

結局、全運動のエネルギー $T = T(\theta, \dot{\theta})$ は

$$T = \frac{1}{2}I_{k}\dot{\theta}^{2} + \frac{1}{2}(m_{p} + m_{c})r^{2}\sin^{2}\theta \left\{1 + \frac{\frac{r}{L}\cos\theta}{\sqrt{1 - (r/L)^{2}\sin^{2}\theta}}\right\}^{2}\dot{\theta}^{2}$$
$$+ \frac{1}{2}I_{c}\left(\frac{r}{L}\right)^{2}\frac{\cos^{2}\theta}{1 - (r/L)^{2}\sin^{2}\theta}\dot{\theta}^{2}$$
$$T = \frac{1}{2}\left[I_{k} + (m_{p} + m_{c})r^{2}\sin^{2}\theta\left\{1 + \frac{\frac{r}{L}\cos\theta}{\sqrt{1 - (r/L)^{2}\sin^{2}\theta}}\right\}^{2} + I_{c}\left(\frac{r}{L}\right)^{2}\frac{\cos^{2}\theta}{1 - (r/L)^{2}\sin^{2}\theta}\right]\dot{\theta}^{2}$$
$$1 - 13$$

となる。ここで

$$f(\theta) = I_{k} + (m_{p} + m_{c})r^{2}\sin^{2}\theta \left\{ 1 + \frac{\frac{r}{L}\cos\theta}{\sqrt{1 - (r/L)^{2}\sin^{2}\theta}} \right\}^{2} + I_{c}\left(\frac{r}{L}\right)^{2}\frac{\cos^{2}\theta}{1 - (r/L)^{2}\sin^{2}\theta}$$

$$1 - 14$$

とおくと、運動エネルギー1 - 13 は
$$T = \frac{1}{2} f(\theta) \dot{\theta}^2$$
 1 - 15

となる。 Euler-Lagrange による運動方程式 Lagrangian Lagrangian L=T U と表されるが、重力を無視すれば U=0 より L=T となる。 Euler-Lagrange の方程式  $\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} - \frac{\partial L}{\partial \theta} = Q$ 1 - 16 を求める。式1-15から  $\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} = f(\theta)\dot{\theta}$  $\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} = \frac{\partial f(\theta)}{\partial \theta}\frac{d\theta}{dt}\dot{\theta} + f(\theta)\ddot{\theta}$  $\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} = \frac{\partial f(\theta)}{\partial \theta}\dot{\theta}^2 + f(\theta)\ddot{\theta}$  $\frac{\partial L}{\partial \theta} = \frac{1}{2} \frac{\partial f(\theta)}{\partial \theta} \dot{\theta}^2$  $\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} - \frac{\partial L}{\partial \theta} = \frac{\partial f(\theta)}{\partial \theta} \dot{\theta}^2 + f(\theta)\ddot{\theta} - \frac{1}{2}\frac{\partial f(\theta)}{\partial \theta} \dot{\theta}^2$ となり、式1-16は  $f(\theta)\ddot{\theta} + \frac{1}{2}\frac{\partial f(\theta)}{\partial \theta}\dot{\theta}^2 = Q$ 1 - 17 となる。ここに、 $f(\theta)$ は式1 - 14 で与えられる。 クランク軸にかかる全トルククは  $Q = Q_e + Q_c - Q_L$ 1 - 18 とする。 ここで $Q_e$ :エンジントルク、 $Q_c$ :セルモータートルク、 $Q_L$ :負荷トルクである。

エンジントルクについて

ピストンに加えられる力は PA で与えられる。ここに、P は圧力、A はピストン断面積で ある。これをクランク軸にかかるトルクに換算する。

連接棒に働く力は

 $PA\cos\phi$ 

クランクピンの接線方向にかかる力は

$$PA\cos\phi\sin(\theta+\phi)$$
  
したがって、クランク軸にかかるトルク $Q_e$ は  
 $Q_e = PAr\cos\phi\sin(\theta+\phi)$  1 - 19  
となる。式1 - 7と式1 - 8から

$$\sin \phi = \frac{r}{L} \sin \theta$$
$$\cos \phi = \sqrt{1 - \left(\frac{r}{L}\right)^2 \sin^2 \theta}$$

であるから

 $Q_e = PAr\cos\phi(\sin\theta\cos\phi + \sin\phi\cos\theta)$ 

$$Q_e = PAr\left[\left\{1 - \left(\frac{r}{L}\right)^2 \sin^2\theta\right\} + \frac{r}{L}\cos\theta\right]\sin\theta \qquad 1 - 20$$

負荷トルクは車のスピードすなわちクランク軸の回転数に比例するので、

$$Q_L = \zeta \dot{\theta} \left| \dot{\theta} \right| \qquad \qquad 1 - 21$$

と表せる。ここに $\zeta$ は比例定数である。

クランク軸系の運動方程式は

$$\left[I_{k} + (m_{p} + m_{c})r^{2}\sin^{2}\theta\left\{1 + \frac{\frac{r}{L}\cos\theta}{\sqrt{1 - (r/L)^{2}\sin^{2}\theta}}\right\}^{2} + I_{c}\left(\frac{r}{L}\right)^{2}\frac{\cos^{2}\theta}{1 - (r/L)^{2}\sin^{2}\theta}\right]\ddot{\theta} + \frac{1}{2}\frac{\partial f(\theta)}{\partial \theta}\dot{\theta}^{2} + \zeta\dot{\theta}\dot{|}\dot{\theta}\dot{|}$$

$$= PAr\left[\left\{1 - \left(\frac{r}{L}\right)^2 \sin^2\theta\right\} + \frac{r}{L}\cos\theta\right]\sin\theta + Q_c \qquad 1 - 22$$

となる。

# ピストンの変位

ピストンの上死点からのピストン変位を X、ストローク(行程)を S、クランク半径を r = S/2、 連接棒の長さを L,シリンダ中心線からのクランク角度を、、連接棒の傾き角度をとし

$$\lambda = L/r$$
とおくと、ピストンの変位 X は

$$X = r \left\{ 1 - \cos\theta + \lambda \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{1}{\lambda^2} \sin^2 \theta} \right) \right\}$$

と表される。

## 連接棒の座標

連接棒の運動は P 点を中心に回転すると同時に、P 点が振動するので、連接棒の形状デ ータ(座標)は回転中心 P を原点として求める。

連接棒の任意の相対座標を $(\Delta x_1, \Delta y_1)$ とし、相対座標 $(\Delta x_1, \Delta y_1)$ が P 点の回りに だけ回転した座標を $(x_2, y_2)$ とすると、 $(x_2, y_2)$ は次のように表すことが出来る。

$$\begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ r\cos\theta + L\cos\phi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \cos\phi & -\sin\phi \\ \sin\phi & \cos\phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta y_1 \end{bmatrix}$$

# クランク座標

クランク軸回りのクランク各点の座標は点 O を中心とする回転のみなので、任意の点  $(x_1, y_1)$ がの回転によって点 $(x_2, y_2)$ に移されるとすると。点 $(x_2, y_2)$ は、次のように表す ことが出来る。

$$\begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix}$$

## 第3章 開発環境

### 3.1 開発ツール

#### 計算結果の表示

ノート型パソコン(1台) OS(Windows2000)、CPU(600MHz)

各シリンダ内の温度、圧力の計算 デスクトップ型パソコン(4 台) OS(WindowsXP)、CPU(Celeron1.7GHz)

スイッチングハブ

10/100Mbps (Half-duplex) 20/200Mbps (Full-duplex)

プログラムの開発

Microsoft Visual C++6.0

各コンピュータには MPICH をインストールし、LAN により接続した環境でシミュレーションを行った。

#### 3.2 MPI

MPI

MPI(Message Passing Interface)は分散メモリ型並列計算機における、メッセージパッ シングをパラダイムとする並列プログラミングとする並列プログラミングのための標準的 な API(Application Programming Interface)を提供するライブラリ。

MPICH

MPICH はアメリカのアーゴン国立研究所(Argonne National Laboratory)が模範実装 として開発し、無償でソースコードを配布している。移植しやすさを重視したつくりにな っている為、盛んに移植が行われ、日本を含め、世界中のほとんどのベンダの並列マシン の上で利用できる。また、LAN 環境でも利用できる。

# 第4章 プログラム

## 4.1 プログラム開発手順

燃焼系シミュレーション・プログラムの作成は以下のように行った。

- ・ 燃焼系の各過程の数式モデルを作成する。
- ・ ピストン・クランク・連接棒からなる運動系の3次元アニメーション用に、3次元 CG
   用のデータの作成、スキャンライン法を用いた描画プログラムの作成。
- ・ 燃焼系の数式モデルを基に時間領域で解くプログラムを作る。
- ・ MPIを用いて、計算結果の送受信を行い結果の表示を行うプログラムを作成しシミュレ ータを完成させる。

# 4.2 プログラムの流れ

シリンダ内(燃焼系)の計算を行うコンピュータ(PC-1~PC-4)

- 1) それぞれのクランク角度に応じた各過程の計算を行う。
- 2) 計算結果を PC 0 に送る。

計算結果の表示を行うコンピュータ(PC-0)

- 1) 各コンピュータ (PC-1~PC-4) から送られてきた計算結果を受け取り格納 する。
- 2) 送られてきたデータを画面に表示する。

#### 4.3 計算式

各過程間で受け渡すデータは P(圧力)、T(温度)とし、各過程での圧力、温度を求める 為に2章で求めた以下の式を用いた。

吸気過程(0)

$$\frac{dP}{dt} = \frac{RT_c}{V} \dot{m}_c - \frac{ART_c \rho}{V} \frac{dx}{dt}$$

$$T = T_c$$

$$\rho = \frac{P}{RT_c}$$

$$\dot{m}_c = \rho Z_c u$$

$$u = \sqrt{\frac{2\kappa}{\kappa - 1} \cdot \frac{P_c}{\rho_c}} \left\{ 1 - \left(\frac{P}{P_c}\right)^{\frac{\kappa - 1}{\kappa}} \right\}$$

Pc:給気圧力、Tc:給気温度、 :給気密度、V:シリンダ容積、 A:ピストンの断面積、 $\dot{m}_c$ :吸気流量、Zc:吸気孔の断面積、 :流量係数、 :比熱比、u:流速、dx/dt:ピストンの速度

圧縮過程( <2 )  

$$\frac{dP}{dt} = -\kappa \frac{AP}{V} \cdot \frac{dx}{dt}$$

$$\frac{dT}{dt} = -\frac{ART}{C_v V} \cdot \frac{dx}{dt}$$
V:シリンダ容積、A:ピストンの断面積、 :比熱比、Cv:定容比熱、  
dx/dt:ピストンの速度

爆発過程(ピストン上死点近傍)

 $\frac{dP}{dt} = \frac{RT}{V_c} \dot{m}_f + \frac{P}{T} \cdot \frac{dT}{dt}$  $\frac{dT}{dt} = \frac{H_u - C_v T}{\rho C_v V_c} \dot{m}_f$ 

 $Vc: 燃焼室容積、Hu: 燃料の発熱量、<math>\dot{m}_f: 燃料流量、Cv: 定容比熱$ 

膨張過程(2 < 3 )  $\frac{dP}{dt} = -\kappa \frac{AP}{V} \cdot \frac{dx}{dt}$   $\frac{dT}{dt} = -\frac{ART}{C_v V} \cdot \frac{dx}{dt}$ V:シリンダ容積、A:ピストンの断面積、 :比熱比、Cv:定容比熱、 dx/dt:ピストンの速度

排気過程(3 4)  
$$\frac{dP}{dt} = -\frac{RT_e}{V}\dot{m}_e - \frac{A\rho RT_e}{V}\frac{dx}{dt}$$
$$T = T_e$$
$$\rho = \frac{P}{RT_e}$$
$$\dot{m}_e = \alpha Z_e u$$
$$u = \sqrt{\frac{2\kappa}{\kappa - 1}} \cdot \frac{P}{\rho} \left\{ 1 - \left(\frac{P_e}{P}\right)^{\frac{\kappa - 1}{\kappa}} \right\}$$

Pe:背圧、Te:排気温度、 :シリンダ内の密度、V:シリンダ容積、 A:ピストンの断面積、 $\dot{m}_e$ :排気流量、Ze:排気孔の断面積、 :流量係数、 :比熱比、u:流速、dx/dt:ピストンの速度

# 第5章 シミュレーション結果





図1.燃焼系のシミュレーション結果



図2.燃料の噴射を0とした場合のシミュレーション結果

ピストン・クランク軸系の運動系のシミュレーション結果を 3 次元アニメーションとし て表示したものの一部を図3に示す。



図3.ピストン・クランク軸系の3次元アニメーション表示

# 結言

本来、回転角速度は刻々と変化するピストンに働くガス圧、慣性力により変動している が、今回のシミュレーションでは角速度一定として、吸気、圧縮、爆発、膨張、排気から なる燃焼系のシミュレーション及び、ピストン・クランク軸系の3次元アニメーション表示 を行った。

シミュレーションの時間ステップ毎に結果をマスター(PC 0)に送ると通信時間が動特 性の計算時間を上回るが、まとめて送るようにすることで並列化の効果が得られた。

今後の課題として

- ・ 過給機
- ・ 制御システム

の数式モデルの作成、追加がある。

# 謝辞

磯村研究室で開発中の4サイクルエンジンの燃焼系の数式モデルを基に、本研究ではC 言語を用いて動特性を把握するため燃焼系のシミュレーションプログラムを開発した。

本研究を進めるにあたり、御指導して頂いた、磯村修一 教授に深く感謝致します。また、協力を惜しまなかった関田晃弘氏、柳瀬一成氏に感謝の意を表したい。

### 参考文献及びウェブサイト

参考文献

- 卒業論文「4サイクルエンジン燃焼系動特性シミュレーション」
   今垣真介、谷口貴史
   高松工業高等専門学校 機械工学科 1997.2.28
- 2) 卒業論文「4サイクルガソリンエンジンの動特性シミュレーション」
   朝日一平、中林宏之
   高松工業高等専門学校 機械工学科 1997.2.28
- 3) 卒業論文「4サイクルガソリンエンジンの動特性について」
   下司真也、佐々木兵太
   高知工科大学 工学部 知能機械システム工学科 2000.2.28
- 4) ニューメディア技術シリーズ「コンピュータグラフィックス」
   電子情報通信学会編
   中前栄八郎 著

参考ウェブサイト

" Argonne National Laboratory "

http://www.anl.gov/

" MCS: Mathematics and Computer Science Division "

http://www-fp.mcs.anl.gov/division/welcome/default.asp

" MPI Forum "

http://www-unix.mcs.anl.gov/mpi/

" MPICH Home Page " http://www-unix.mcs.anl.gov/mpi/mpich/

# 付録 (シミュレーションの連続画像)



[1]





[3]

[4]



[5]

[6]