

平成14年度

修士論文

磁場下におけるネマティック液晶の  
平行平板間流れの数値シミュレーション

高知工科大学大学院 工学研究科

基盤工学専攻 知能機械システム工学コース

知能流体力学研究室

諸田 聡史

## 目次

第1章 緒言	
1.1 はじめに	1
1.2 液晶	
1.2.1 液晶の分類	2
1.2.2 フレデリクス転移	3
1.2.3 物性値	3
1.3 研究目的	4
第2章 支配方程式	
2.1 基礎式	5
第3章 二次元定常解析	
3.1 はじめに	7
3.2 計算領域と座標系	8
3.3 無次元化	11
3.4 境界条件	12
3.5 結果および考察	
3.5.1 速度場と配向場	13
3.5.2 ディレクタと圧力の流れ方向分布および付加圧力損失	18
3.5.3 二次元フレデリクス転移	23
第4章 一次元非定常解析	
4.1 はじめに	25
4.2 計算領域と座標系	25
4.3 無次元化	26
4.4 境界条件	27
4.5 結果および考察	28
第5章 結言	38
付録	39
参考文献	40
謝辞	41

## 第1章 緒言

### 1.1 はじめに

一般に物質は常温，常圧のもとで結晶，液体，気体の三態のいずれかの状態で存在しており，温度や圧力に依存して変化する．一方，液晶状態を示す物質は一般の物質とは異なり結晶から液体には直接に転移せず，結晶と液体の両方の性質を示す中間の状態を経て液体になる．この中間の状態が液晶状態である．

液晶は発見されて以来，その特性，製造法，利用法など多方面にわたり研究がなされてきた．その特長は液体としての流動性と，結晶としての異方性の両立である．異方的であるので外場に対する応答が多彩であり，流動的なので変形を可逆的に起こさせる事ができる．これらの特性を活かし，さまざまな工業製品に液晶材料が利用されるようになってきた．低分子液晶の応用の代表例である液晶ディスプレイは，電場または磁場を用いて配向を局所的に変化させることによって，液晶を表示素子として機能させている．また，高分子液晶は，構成分子の配向方向をコントロールすることによって高強度が得られるため，エンジニアリングプラスチックとして注目されている．例えば防弾チョッキに代表される高強度繊維では，液晶状態で紡糸することによって再延伸などの工程なしで分子の高配向状態が得られる．しかし、これらの工業製品の製造過程における液晶の流動状態を把握するには，液晶の流れ挙動と分子の配向を同時に考えなければならず，その複雑さゆえにこの分野の研究結果が工業利用されるには至っていない．このことから液晶流動に関する研究が，液晶製品の生産性の向上のみならず，液晶材料の新たな用途の開拓に結びつく可能性を秘めている．

## 1.2 液晶

### 1.2.1 液晶の分類

液晶は棒状または円盤状の分子構造を持つ有機化合物からなり、その分子配向の規則性によって、ネマティック (nematic)、スメクティック (smectic)、コレステリック (cholesteric) といった分類がなされている。ネマティック液晶は最も単純な配向構造の液晶で、分子の向きに関する秩序は有するが、その重心位置の空間的な配置は液体のように無秩序であるような液晶である。各々の分子は、その長軸方向に自由に動く事ができるため流動性に富み、粘度は小さい。スメクティック液晶は、棒状分子が層構造を形成し、構成分子は互いに平行配列しているが、分子の重心は層内ではランダムな配列をしているような液晶である。それぞれの層間の結合は比較的弱く、層間で滑りやすいため流動性はあるが、分子の側面での相互作用が強いので、粘度は高いものが多い。コレステリック液晶は、カイラルネマティック液晶とも呼ばれ、ある層内で見ると分子が一方向にそろったネマティック液晶と似た分子配列をとっているが、隣り合う層ごとに少しずつねじれており、らせん構造になっているのが特徴である。また、液晶はこれらの分類の他に、液晶相の生成法の違いによりサーモトロピック (thermoropic) とライオトロピック (lyotropic) に分類される。物質を加熱または冷却した場合、ある温度範囲で液晶となるものをサーモトロピック液晶、ある種の物質を溶媒に溶かし、その濃度を適切に調節したときに液晶状態が現れるものをライオトロピック液晶と呼ぶ。

### 1.2.2 フレデリクス転移

磁化率の異方性が正のネマティック相に磁場を印加すると液晶分子は磁場方向に配向しようとする。しかし、液晶の配向方向を一定に束縛するように表面処理を施した2枚の平行平板間に液晶を封入し、配向方向に対し垂直に磁場を印加すると、図 1-1 のように、磁場強度  $H$  がある値  $H_c$  を超えるまでは、有限の磁場が存在するにもかかわらず分子配向は全く変化せず、 $H_c$  を超えると磁場方向に配向しはじめる。このような現象をフレデリクス転移 (Freedericksz transition)<sup>(1)</sup> と呼び、この敷居値  $H_c$  は液晶の物性値と平板間距離によって決定される。しかしこの現象の解析は一次元解析であり、そのうえ流動は考慮されていない。

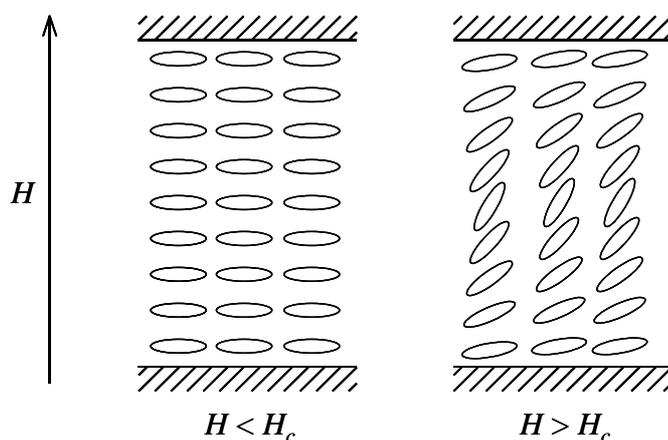


図 1-1 Freedericksz transition

### 1.2.3 物性値

本研究では低分子ネマティック液晶である *p*-azoxyanisole(PAA)を用いる。表 1 にその物性値を示す<sup>(2)</sup>。

Table 1 Material constants of PAA

(Pa·s)						(N)		(H/m)	
$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	$\alpha_4$	$\alpha_5$	$\alpha_6$	$K_1$	$K_3$	$\chi_{\perp}$	$\Delta\chi$
$\times 10^{-3}$						$\times 10^{-12}$		$\times 10^{-13}$	
4.3	-6.9	-0.2	6.8	4.7	-2.3	4.9	10.5	-6.03	1.58

### 1.3 研究目的

Leslie-Ericksen(L-E)理論<sup>(3)-(5)</sup>は 1960 年代に Frank の液晶弾性理論と Ericksen の Transversely Isotropic Fluid 理論を Leslie が組み合わせた事によって確立された。この理論はネマティック液晶の流動を記述する完成度の高い理論であり、従来の研究において幅広く用いられている<sup>(6)-(8)</sup>。しかし L-E 理論の構成方程式は複雑で、且つ分子の配向状態を規定するための角運動方程式が必要とされるので、数値解析の対象は支配方程式が常微分形となる簡単な流れに限定されてきた。最近、二次元流れの解析例もいくつか報告されているが<sup>(8)-(11)</sup>、電磁場の存在を考慮した数値的研究は、やはり取り扱いが容易な流れ、例えば流路全域に外場が作用するような流れに限られている<sup>(13)(14)</sup>。

液晶に電磁場を印加すると、分子の配向方向が変化し、結果として粘度の変化が生じる事から、液晶は ER(Electro-Rheological) あるいは MR (Magneto-Rheological) 流体の一つとして注目されている<sup>(15)</sup>。ER 流体とは、外部から電場をかけることでその粘性を変化させることができる流体であり、通常分散系と均一系の 2 つの種類に分けられる。分散系 ER 流体とは、分極しやすい物質の微粒子を絶縁性の液体中に多数分散させたものである。一方、均一系は単一の流体からなるものである。この 2 つは特性が異なり、それぞれの特徴を生かした応用デバイスが開発されている。液晶は均一流体であり、分散系 ER 流体に対し、分散粒子の沈降による層分離を生じないことや、電極間隔を狭くできるなどの長所を有しているため、応用範囲の広がりが更に期待できる流体である。

本研究の目的は、液晶の ER, MR 特性を数値的に調べることで、すなわち従来のフレデリクス転移を二次元に、そして流動が存在する場合に拡張することである。そこで、L-E 理論を用いて(1)平行平板流路の一部に磁場が作用する場合の流れ挙動、(2)流路全体に磁場が作用する場合の非定常挙動について数値解析を行い、磁場強度が分子配向場、速度場、圧力場に及ぼす影響について調べる。

## 第2章 支配方程式

### 2.1 基礎式

L-E 理論では，偏差応力テンソル $\tau$ は次式で表される．

$$\tau = \alpha_1 \mathbf{n} \mathbf{n} \mathbf{n} \cdot \mathbf{A} \cdot \mathbf{n} + \alpha_2 \mathbf{n} \mathbf{N} + \alpha_3 \mathbf{N} \mathbf{n} + \alpha_4 \mathbf{A} + \alpha_5 \mathbf{n} \mathbf{n} \cdot \mathbf{A} + \alpha_6 \mathbf{A} \cdot \mathbf{n} \mathbf{n} - \frac{\partial F}{\partial \mathbf{N} \mathbf{n}} \cdot (\nabla \mathbf{n})^T \quad (2-1)$$

ここで $\mathbf{n}$ は液晶分子の局所的平均配向方向を表す単位ベクトルで，ディレクタと呼ばれる． $\alpha_1 \sim \alpha_6$ はレズリー粘性係数である． $\mathbf{A}$ は変形速度テンソル， $\mathbf{N}$ はディレクタの相対角速度ベクトルで，それぞれ次式で与えられる．

$$2\mathbf{A} = (\nabla \mathbf{v})^T + \nabla \mathbf{v} \quad (2-2)$$

$$\mathbf{N} = \frac{D\mathbf{n}}{Dt} - \mathbf{\Omega} \cdot \mathbf{n} \quad (2-3)$$

$\mathbf{v}$ は速度ベクトル， $D/Dt$ は実質微分， $\mathbf{\Omega}$ は渦度テンソル

$$2\mathbf{\Omega} = (\nabla \mathbf{v})^T - \nabla \mathbf{v} \quad (2-4)$$

である．式(1)の $F$ はディレクタの空間的弾性ひずみに基づく自由エネルギー密度で

$$2F = K_1 (\nabla \cdot \mathbf{n})^2 + K_2 (\mathbf{n} \cdot \nabla \times \mathbf{n})^2 + K_3 |\mathbf{n} \times \nabla \times \mathbf{n}|^2 \quad (2-5)$$

と記述される．ここで $K_1, K_2, K_3$ は，それぞれディレクタの空間的広がり，ねじれ，曲がりに関する弾性定数である<sup>(16)</sup>．

磁場の作用下における液晶の等温流れを記述する保存則は

・連続の式：

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (2-6)$$

・運動方程式：

$$\rho \frac{D\mathbf{v}}{Dt} = \mathbf{F} - \nabla p + \nabla \cdot \tau \quad (2-7)$$

・角運動方程式：

$$\mathbf{0} = \mathbf{n} \times \left\{ \mathbf{G} - \frac{\partial F}{\partial \mathbf{n}} + \nabla \cdot \left( \frac{\partial F}{\partial \mathbf{N} \mathbf{n}} \right) + \gamma_1 \mathbf{N} + \gamma_2 \mathbf{A} \cdot \mathbf{n} \right\} \quad (2-8)$$

である．ここで $\gamma_1, \gamma_2$ は以下のように表される．

$$\gamma_1 = \alpha_3 - \alpha_2 \quad (2-9)$$

$$\gamma_2 = \alpha_6 - \alpha_5 = \alpha_2 + \alpha_3 \quad (2-10)$$

式(2-8)の $\rho$ は流体密度,  $p$ は圧力である.  $\mathbf{F}$ は磁場による単位体積当たりの外力,  $\mathbf{n} \times \mathbf{G}$ は磁場によるディレクタに作用する単位体積当たりのトルクであり, 磁場を  $\mathbf{H}$  とすると,  $\mathbf{F}$  および  $\mathbf{G}$  は

$$\mathbf{F} = (\chi_{\perp} \mathbf{H} + \Delta\chi \mathbf{n} \cdot \mathbf{H} \mathbf{n}) \cdot (\nabla \mathbf{H}) \quad (2-11)$$

$$\mathbf{G} = \Delta\chi \mathbf{n} \cdot \mathbf{H} \mathbf{H} \quad (2-12)$$

と表される. ただし  $\Delta\chi = \chi_{\perp} - \chi_{\parallel}$  は磁化率の異方性,  $\chi_{\perp}$  および  $\chi_{\parallel}$  はそれぞれディレクタに垂直, および平行方向の反磁性磁化率である.

## 第3章 二次元定常解析

### 3.1 はじめに

L-E 理論はネマティック液晶の流動を記述する完成度の高い理論であり，従来の研究において幅広く用いられている．しかし L-E 理論の構成方程式は複雑で，且つ分子の配向状態を規定するための角運動方程式が必要とされるので，数値解析の対象は支配方程式が常微分形となる簡単な流れに限定されてきた．最近，二次元流れの解析例もいくつか報告されているが，電磁場の存在を考慮した数値的研究は，やはり取り扱いが容易な流れ，例えば流路全域に外場が作用するような流れに限られている．

本研究では，従来のフレデリクス転移を二次元に，そして流動が存在する場合に拡張することを目的とする．そこで，L-E 理論を用いて平行平板流路の一部に磁場が作用する場合の流れ挙動について数値解析を行い，磁場強度が分子配向場，速度場，圧力場に及ぼす影響について調べる．

### 3.2 計算領域と座標系

図 3-1 に計算領域と座標系を示す．予備計算より，主流方向の領域長さを流路幅  $W$  の 30 倍とした．また，速度場が二次元でもディレクタ  $\mathbf{n}$  はこの平面外の成分を有することもあるが，本研究では  $\mathbf{n}$  について in-plane 仮定を用いる．すなわち図 3-1 の  $x-y$  座標系において，ディレクタが  $x$  軸となす角度を  $\theta(x, y)$  (ディレクタの配向角) とすれば

$$\mathbf{n} = (\cos \theta, \sin \theta, 0)^T \quad (3-1)$$

のように表される．

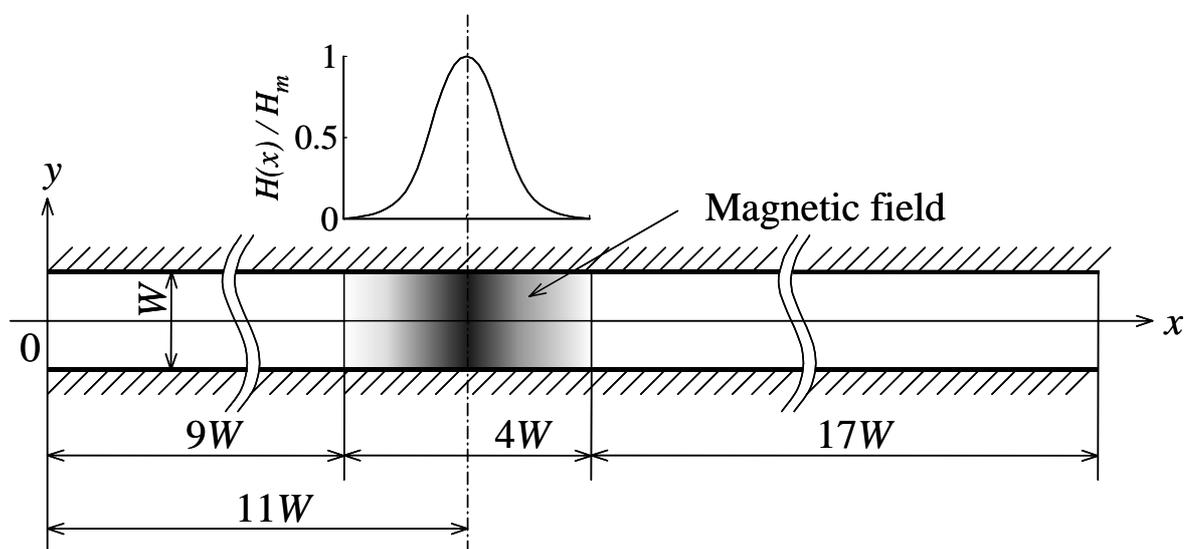


Fig. 3-1 Computation geometry and coordinate system

当然のことながら，流れ場は設定する磁場の分布形状に依存する．現実には存在しないような極端に理想化された磁場中での計算は意味を持たないが，逆に特定の磁場に対して得られる結果は一般性を有しないので，本研究の目的からすれば，過度に厳密な磁場設定も必要ないと考えられる．そこで以下の手順で磁場を決定した．まず図 3.2 に示すように， $x=11W$  の位置に，流路を挟んで互いに異極を対向させて置かれた，幅  $W$  ( $x$  方向)，長さ  $4W$  ( $y$  方向) の永久磁石が作り出す磁場を計算した．すなわち，電磁場に関するマクスウェルの方程式<sup>(17)</sup>

$$\begin{cases} \nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{0} \\ \nabla \cdot \mathbf{H} = 0 \end{cases} \quad (3-2)$$

を，一辺が  $20W$  の正方領域について，領域境界で垂直方向に磁場強度が変化しない条件の下で差分法で解いた．

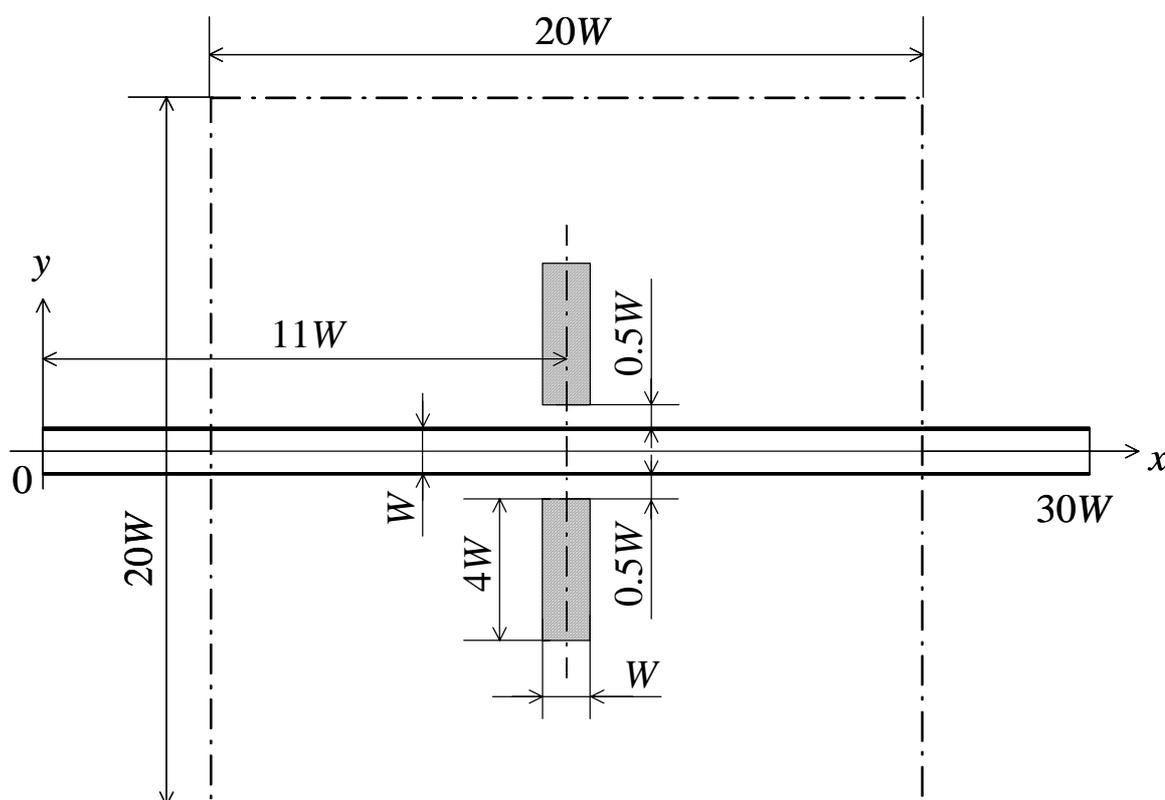


Fig. 3-2 Computation geometry of a magnetic field

次に、流路内では磁場強度は  $y$  方向に変化しないと仮定し、流路中心線上の磁場強度分布(磁場ベクトルは  $x$  方向成分を有しない)のみを用いた。図 3.3 に示すように、この数値解を領域の一部である  $9W \leq x \leq 13W$  の範囲にわたって指数関数で近似した。以上の結果、磁場  $\mathbf{H}$  は

$$\mathbf{H} = [0, H(x), 0]^T$$

$$H(x) = \begin{cases} 0 & 0 \leq x \leq 9W \\ H_m e^{-1.83(x/W-11)^2} & 9W \leq x \leq 13W \\ 0 & 13W \leq x \leq 30W \end{cases} \quad (3-3)$$

と表される。 $H_m$  は磁場強度の最大値である。式(3-3)の指数関数で近似した場合、 $x = 9W, 13W$  で  $H(x)/H_m$  は 0 にならないが、その値はたかだか  $6.6 \times 10^{-4}$  であるので無視できる。

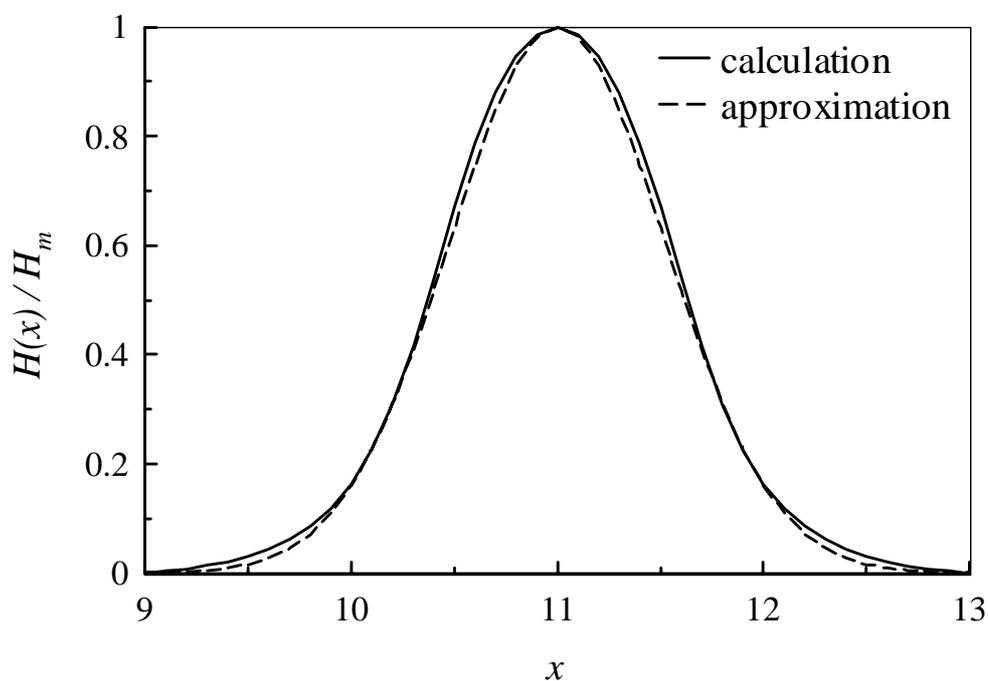


Fig. 3-3 Distribution of a magnetic field

### 3.3 無次元化

以上の座標系で基礎式を展開し，流路幅  $W$ ，平均流速  $U$ ，粘性係数  $\alpha_4$ ，弾性定数  $K_1$ ，磁場強度の最大値  $H_m$ ，磁化率の異方性  $\Delta\chi$  で無次元化を行った（特に断らない限り，これ以後の物理量は無次元である）．式(3-1) (3-3)を運動方程式(2-7) 角運動方程式(2-8)に代入し，さらに流れ関数  $\psi$ ，渦度  $\omega$ を導入すれば，無次元化された渦度輸送方程式，流れ関数と渦度の関係式，および角運動方程式はそれぞれ以下となる．

$$\begin{aligned} \text{Re} \left( u \frac{\partial \omega}{\partial x} + v \frac{\partial \omega}{\partial y} \right) &= \frac{1}{2} \nabla^2 \omega + \frac{1}{\text{Er}} f_1(\theta) + f_2(\theta, \psi) \\ &+ \frac{Z^2}{2\text{Er}} \left\{ \left( \frac{\partial H}{\partial x} \right)^2 \sin 2\theta + 2H \frac{\partial H}{\partial x} \frac{\partial \theta}{\partial x} \cos 2\theta + H \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} \sin 2\theta \right\} \end{aligned} \quad (3-4)$$

$$\nabla^2 \psi = -\omega \quad (3-5)$$

$$\begin{aligned} \text{Er} \left( u \frac{\partial \theta}{\partial x} + v \frac{\partial \theta}{\partial y} \right) &= \frac{1+K_3}{2} \nabla^2 \theta + \frac{1}{2} \text{Er} \omega \\ &+ \text{Er}(\alpha_2 + \alpha_3) \left\{ \sin 2\theta \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial y} + \frac{1}{2} \cos 2\theta \left( \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} \right) \right\} \\ &+ \frac{1-K_3}{2} \left[ \sin 2\theta \left\{ \left( \frac{\partial \theta}{\partial x} \right)^2 - 2 \frac{\partial^2 \theta}{\partial x \partial y} - \left( \frac{\partial \theta}{\partial y} \right)^2 \right\} \right. \\ &\left. - \cos 2\theta \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial \theta}{\partial x} \frac{\partial \theta}{\partial y} - \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} \right) \right] \\ &+ \frac{1}{2} Z^2 H^2 \sin 2\theta \end{aligned} \quad (3-6)$$

$u, v$  はそれぞれ速度ベクトルの  $x$  方向および  $y$  方向成分，式(14)中の関数  $f_1, f_2$  については付録に示す．式(3-4)，(3-6)中に現れる3種類の無次元数は，それぞれ Reynolds 数

$$\text{Re} = \frac{\rho W U}{\alpha_4} \quad (3-7)$$

粘性力と弾性力の比を表す Ericksen 数

$$\text{Er} = \frac{\alpha_4 W U}{K_1} \quad (3-8)$$

磁力と弾性力の比を表す Zöcher 数

$$Z = W H_m \sqrt{\frac{\Delta\chi}{K_1}} \quad (3-9)$$

である（式(3-7)～(3-9)の右辺の物理量は有次元である）。

### 3.4 境界条件

境界条件として，速度場，配向場ともに，計算領域の最上流位置では一次元の解を与え，最下流位置では十分発達した流れ，すなわち  $x$  方向に変化がないとした．壁面では，速度はすべり無しの条件，配向はディレクタが壁面に沿う条件，すなわち  $\theta(x, \pm 0.5) = 0^\circ$  を与えた．

式(3-4)～(3-6)の解法には差分法を用いた．計算において格子サイズの選択は重要である．流路幅の  $1/20$ ， $1/40$ ，および  $1/60$  の3通りの正方格子を用いた予備計算より，以下の計算では流路幅の  $1/40$  の正方格子を用いた．

式(3-7)，(3-8)から明らかなように，物性値を固定すると Reynolds 数と Ericksen 数は互いに独立なパラメータではなく，PAA の場合  $Re$  は  $Er$  の約  $1/10^4$  である．以下では， $Er$  と  $Z$  をパラメータに選んで結果を表示する．

### 3.5 結果および考察

#### 3.5.1 速度場と配向場

図 3-4(a)~(c)に, Ericksen 数  $Er = 1$  の場合の流線, 速度ベクトルの  $x$  方向成分  $u$ , およびディレクタの配向分布を示す. 流れ関数の値は下壁で  $-0.5$ , 上壁で  $0.5$  で,  $0.1$  きざみである. 磁場によって引き起こされるディレクタの回転は, 時計方向, 反時計方向それぞれ同確率で起こる. 本研究では反時計方向の回転 ( $\theta$  は正值) として扱うことにする. 図(a)の Zöcher 数  $Z = 1$  では, 流線は管壁に平行な直線, 速度分布は管中心軸に関して対称, そしてディレクタは流路全域で主流方向に配向しており, 磁場 ( $x=9 \sim 13$ ) の影響はまったく見られない.  $Z$  が  $5$  に増加すると (図(b)), 磁場領域の流線にわずかなゆがみが生じ, 速度分布は平坦な形状になるとともにその対称性は崩れている. ディレクタについては  $x$  軸に関して概ね  $45^\circ$  方向に配向するようになり, 磁場の影響が現れている. さらに  $Z$  が増加すると, 図(c)のように磁場領域のディレクタは壁面近傍を除いて磁場方向 ( $y$  方向) に配向している. 速度場について見ると流線のゆがみは大きくなり, 磁場領域流入直後の  $x=9 \sim 10$  で流線は  $y$  の負の方向に一旦シフトした後,  $x=10 \sim 11$  では逆に  $y$  の正方向へシフトし, 結果として  $x=10, 11$  の管壁で逆流が発生している.

図 3-5, 3-6 は, それぞれ  $Er=10, 30$  の結果である. 図 3-5 より,  $Er$  が  $10$  に増加すると磁場の影響は  $Z=5$  では見られず,  $Z=10$  で現れており,  $Er$  がさらに増加して  $30$  になると (図 3-6),  $Z=10$  でも磁場の影響は認められない. 以上のことから, Ericksen 数の増加は磁場の影響を抑制するように働くことがわかる.

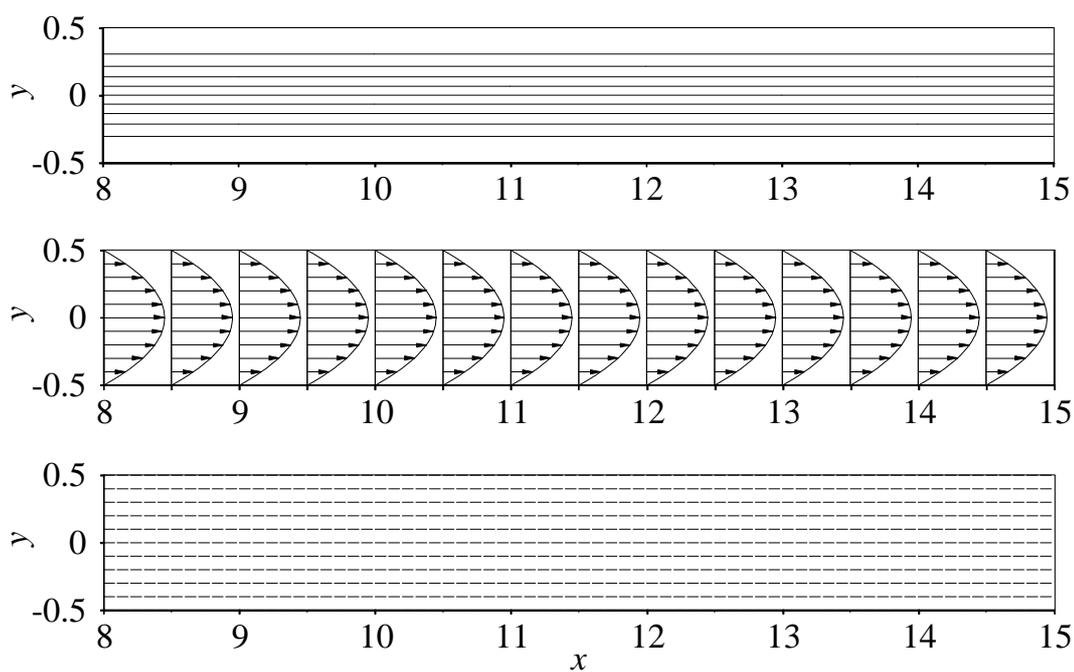
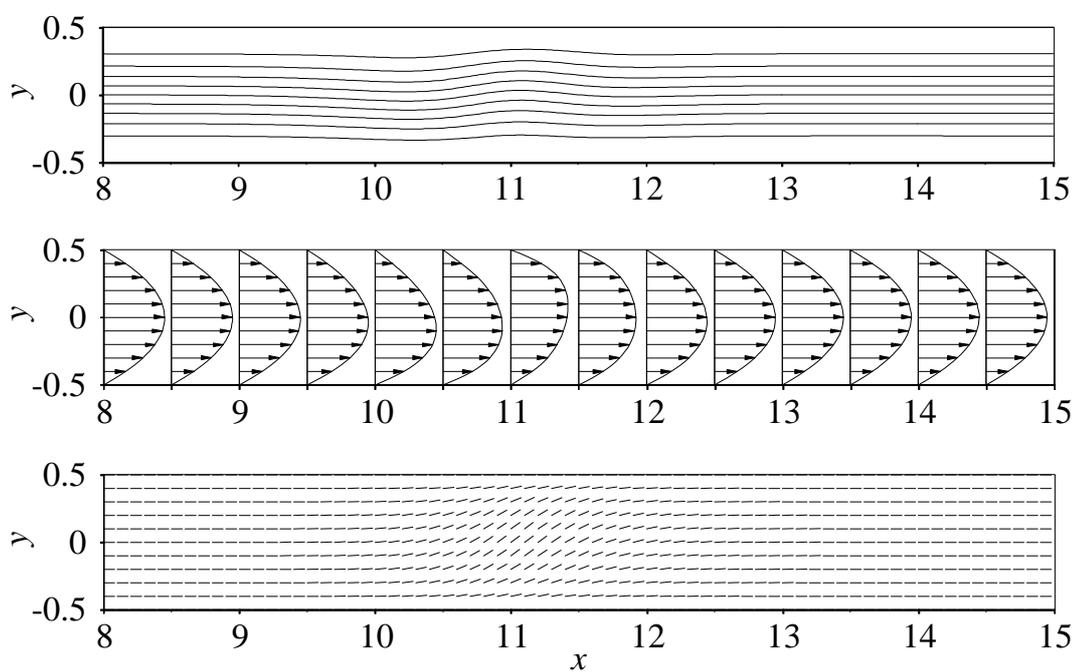
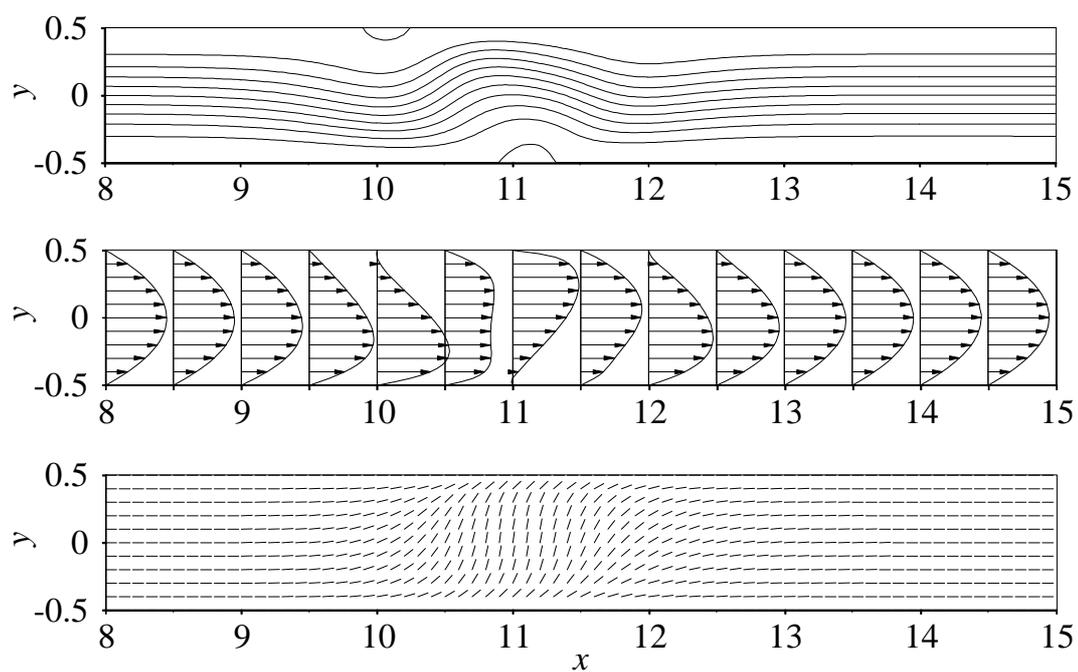
(a)  $Z = 1$ (b)  $Z = 5$ 

Fig.3-4 Streamlines, velocity profiles in the  $x$  direction  
and director orientation profiles for  $Er = 1$



(c)  $Z = 10$

Fig.3-4 Streamlines, velocity profiles in the  $x$  direction  
and director orientation profiles for  $Er = 1$

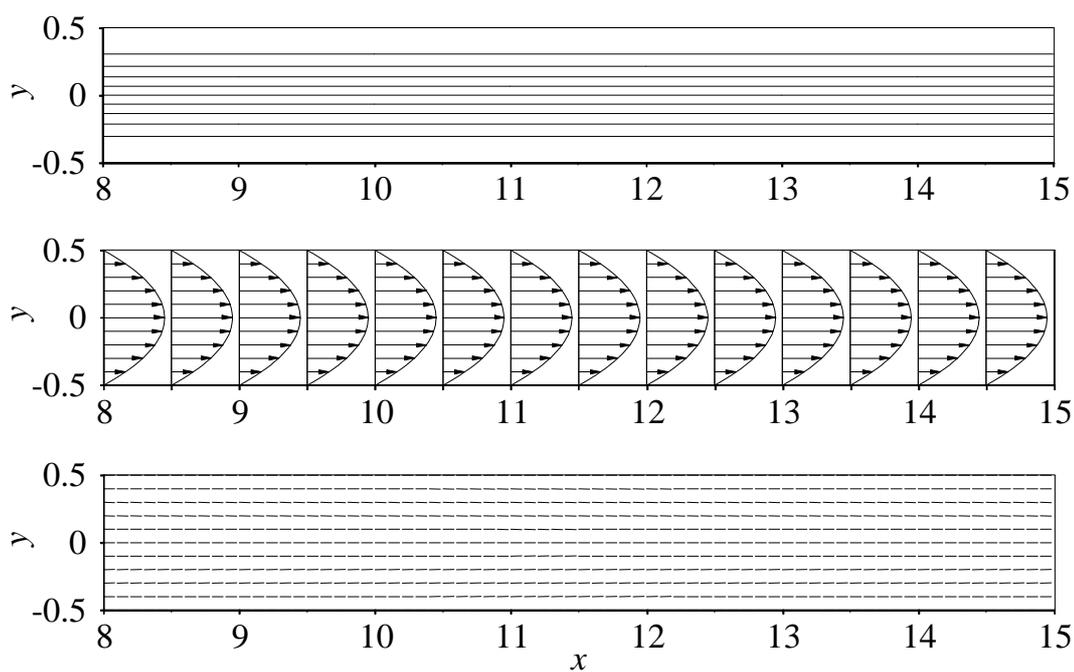
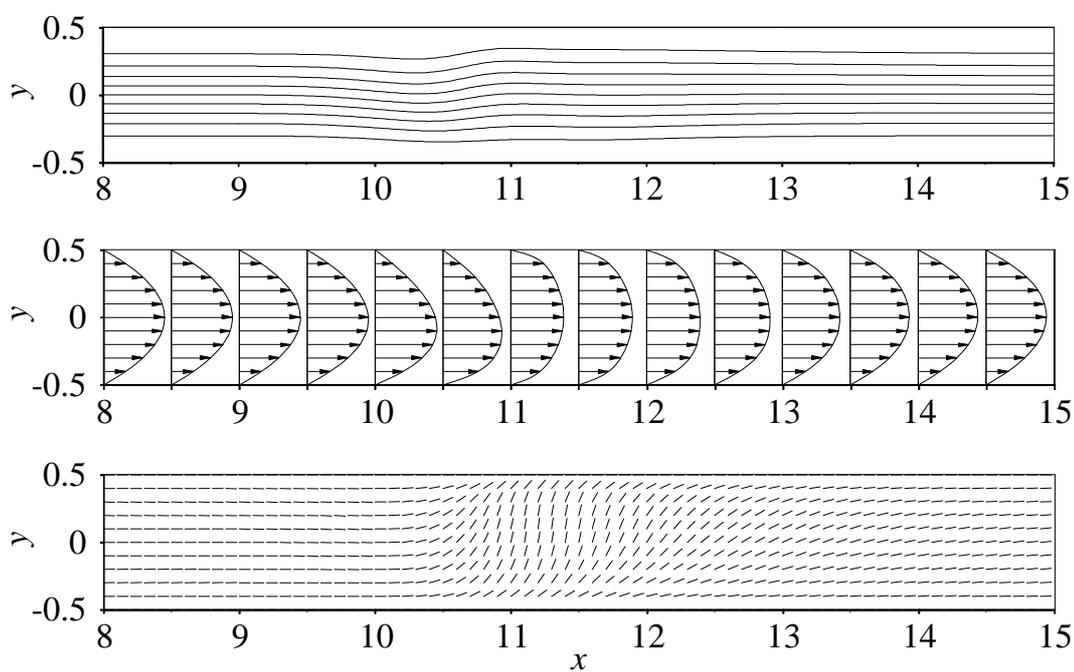
(a)  $Z = 5$ (b)  $Z = 10$ 

Fig.3-5 Streamlines, velocity profiles in the  $x$  direction  
and director orientation profiles for  $Er = 10$

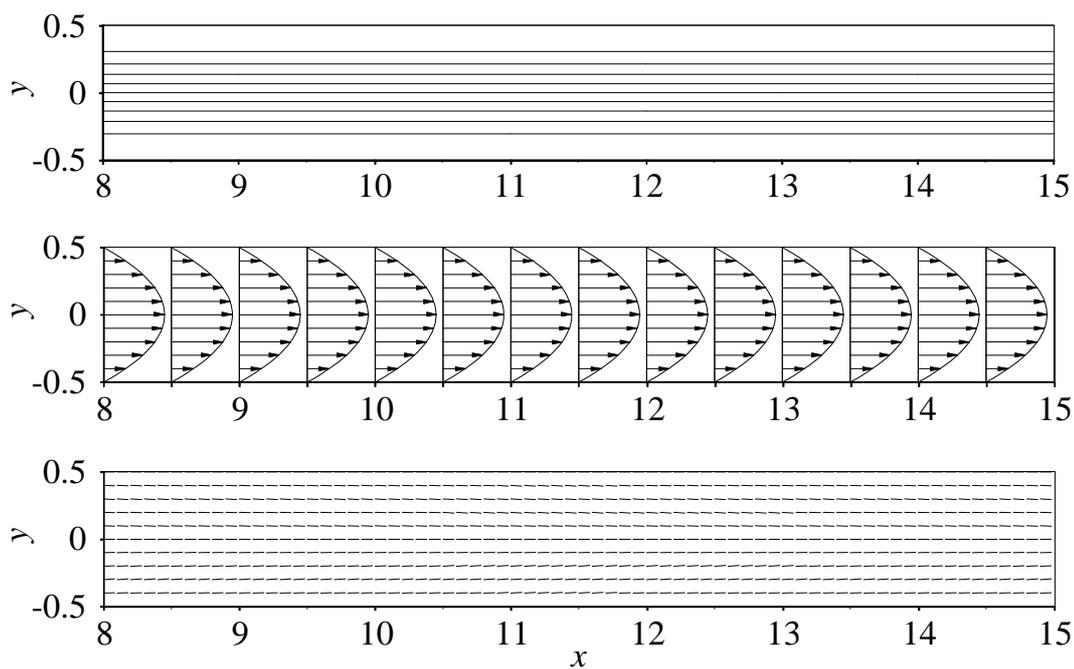
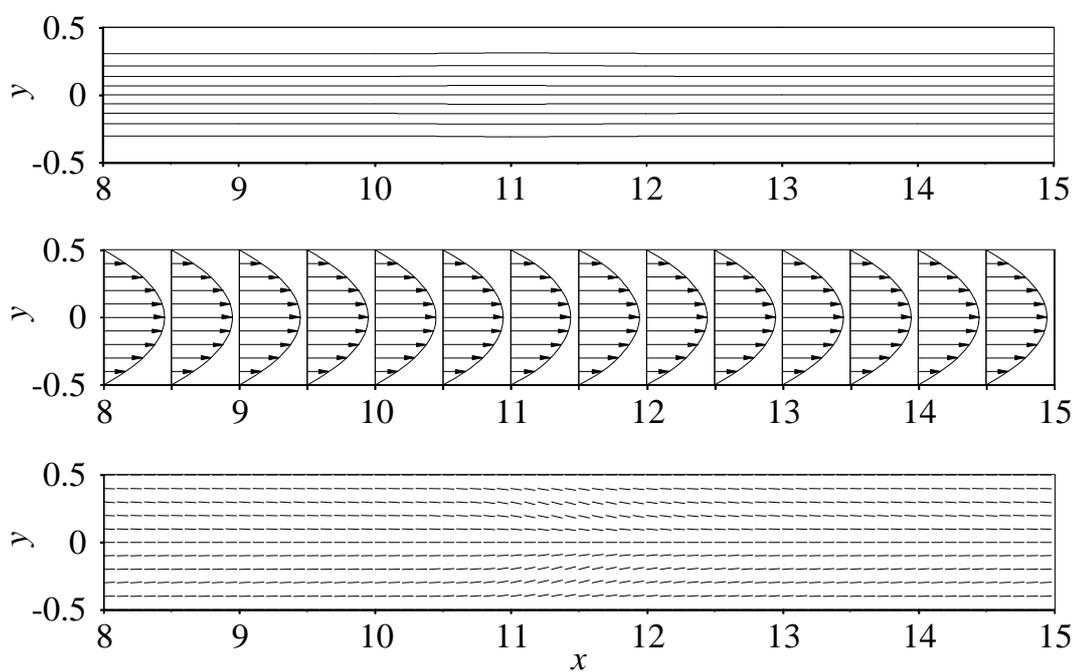
(a)  $Z = 5$ (b)  $Z = 10$ 

Fig.3-6 Streamlines, velocity profiles in the  $x$  direction  
and director orientation profiles for  $Er = 30$

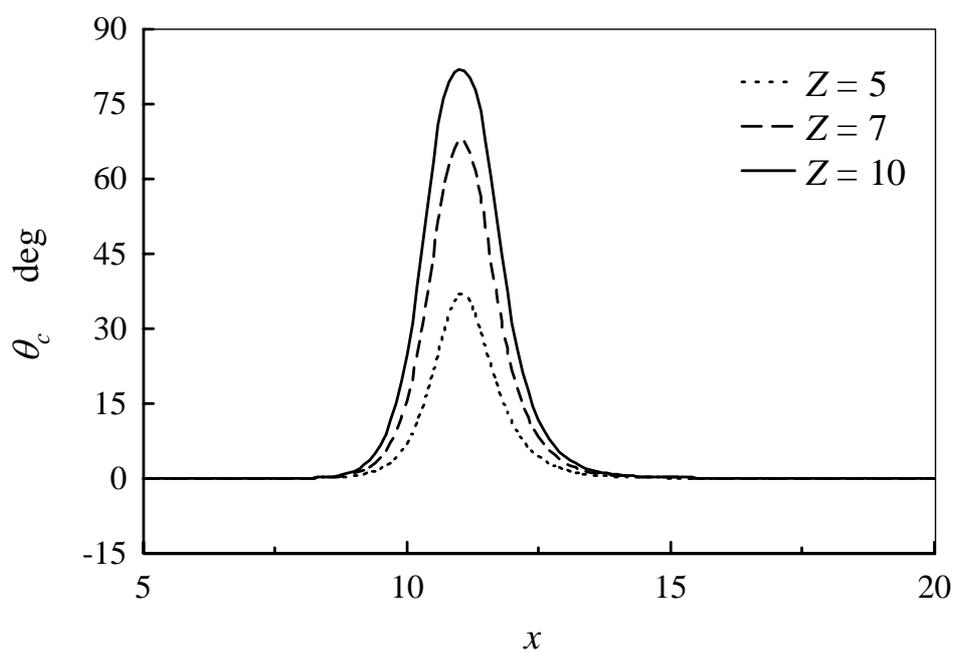
### 3.5.2 ディレクタと圧力の流れ方向分布および付加圧力損失

図 3-7(a)~(c)に, Ericksen 数  $Er = 1, 5, 10$  の場合の流路中心軸上におけるディレクタの配向角  $\theta_c$  を示す. いずれの図においても, 磁場領域に近づくとともに  $\theta_c$  は増加し, 最大値を示した後, 再度  $0^\circ$  へ漸近している. 図(a)の  $Er = 1$  の場合, 分布形状は磁場領域の中心, すなわち  $x=11$  に対してほぼ対称であるが,  $Er$  の増加とともに磁場の影響が下流方向へシフトしている. そのため図(c)の  $Er = 10$  では,  $\theta_c$  が  $0^\circ$  に戻る位置は  $x=20$  付近にまで達している. これは角運動方程式(16)から明らかなように,  $Er$  は左辺の配向角  $\theta$  の対流項に掛かっており, 速度場に対する Reynolds 数と同様の役割を演じていることから,  $Er$  の増加によって上流からの対流効果が増加したためと考えられる. また  $Er = 5, 10$  の場合, 磁場領域流入直後で  $\theta_c$  が一旦負値をとっている. 図 3-5(b)の流線図から明らかなように, この領域の流線は  $y$  の負の方向に曲がっており, ディレクタは流線にほぼ沿うことから (PAA の場合, 単純せん断流中でディレクタとせん断方向のなす角度は約  $10^\circ$  である<sup>(9)</sup>), 負値を示す結果になったと考えられる. ただし  $Er$  が小さい場合には弾性の効果が大きく,  $0^\circ$  に設定した壁面配向角の影響が管中心にまで強く及ぶので, 図(a)の  $Er = 1$  ではこのような現象は現れていない.

流路中心軸上の圧力分布  $p_c$  を,  $x=0$  での値を基準として示したのが図 3-8(a)~(c)である. 図中の一点鎖線は磁場が存在しない場合の圧力分布で, 直線である. 速度場, 配向場は既知であるので,  $p_c$  は運動方程式(7)の  $x$  成分を最上流位置から中心軸に沿って単純に積分して求めた. 物性値を固定すれば  $Er$  の増加は流量の増加に相当するので,  $Er$  の増加とともに圧力降下の割合は大きくなっている. いずれの図においても, 流路上流から単調に減少してきた  $p_c$  は磁場領域で一旦回復する傾向を示している. とくに図(a)ではこの傾向が端的に見られ, 磁場が存在しない場合の圧力降下直線をかかなり上回っている. 磁場領域ではディレクタは流れに対して有限の角度で配向するので (Zöcher 数  $Z$  が大きいほど垂直に配向する), 図 3-4, 3-5 の平坦な速度分布が示すように速度の大きい流路中心近傍は減速する. 従って単純に, 動圧の減少が静圧の増加として現れた結果であると考えられる. 磁場領域の中心を過ぎた位置で  $p_c$  は大きく減少し, その後一定こう配で下降する.  $Z$  が大きいほど磁場領域でのディレクタの流れに対する抵抗が大きくなるので, その分, 圧力損失としては大きく現れている.

図 3-9 に, 磁場の存在による付加圧力損失  $\Delta p$  と  $Z$  の関係を示す.  $\Delta p$  は, 計算領域の最下端  $x=30$  において, 図 3-8 に示した磁場の存在しない一点鎖線と  $p_c$  との差から求めた. 例えば  $Er = 5$  では,  $Z$  がおよそ 5 に達するまでは  $\Delta p$  は 0 であるが,  $Z$  が 5 を超えると  $\Delta p$  は増加し, ある値に漸近していることがわかる. 立ち上がりの  $Z$  の値は異なるが, 他の  $Er$  につ

いても同様の傾向が見られる．この結果については次節で説明する．本研究では流量一定の計算を行ったが，圧力差一定の流動では，図のように磁場強度の変化で管路抵抗を変えることができるので，結果的に流量の適切な制御につながる．



(a)  $Er = 1$

Fig.3-7 Director orientation angles along the channel centerline

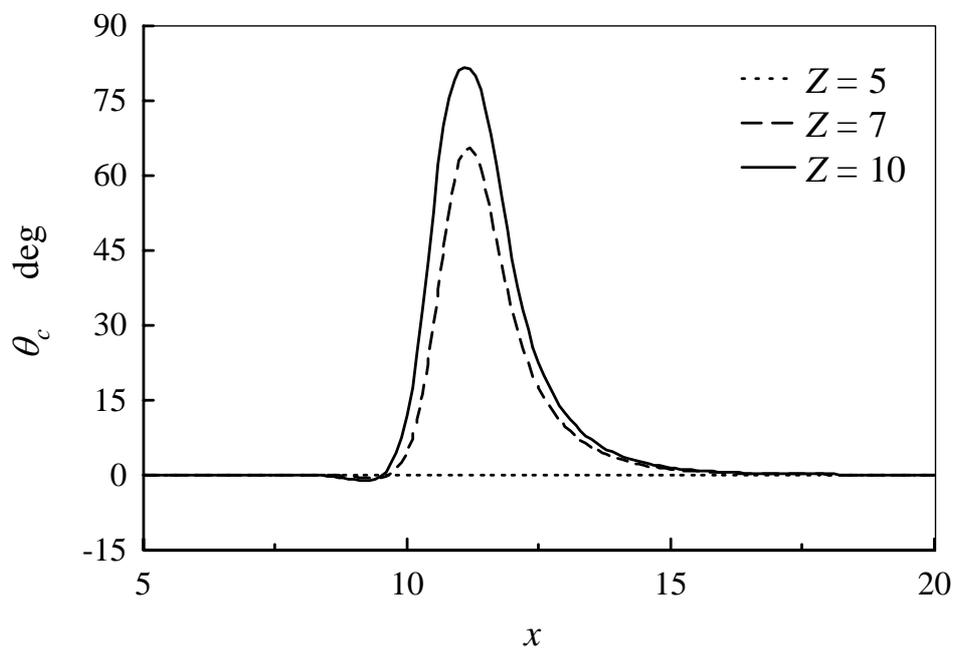
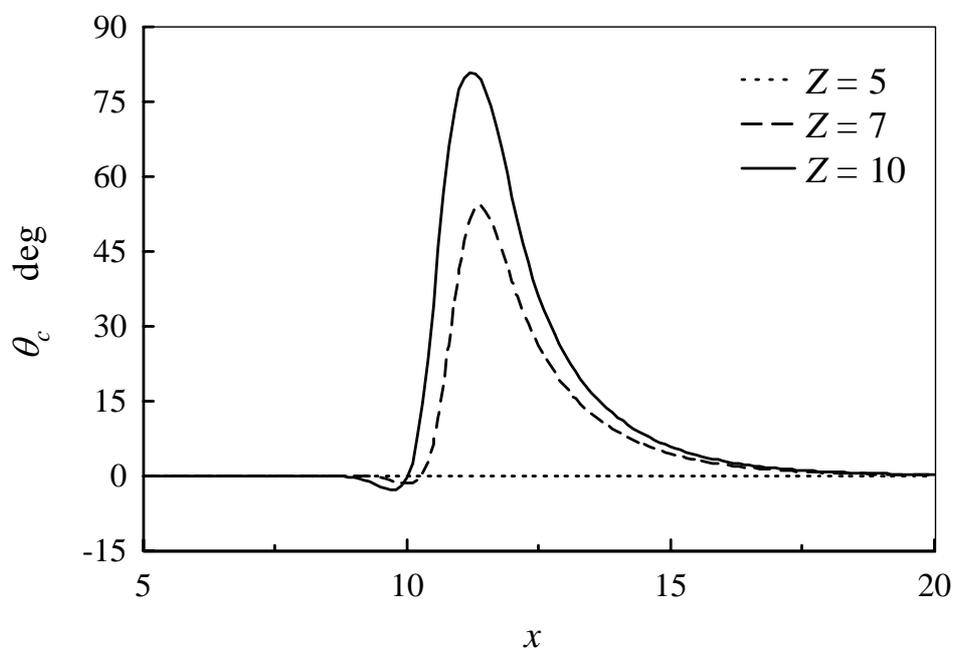
(b)  $Er = 5$ (c)  $Er = 10$ 

Fig.3-7 Director orientation angles along the channel centerline

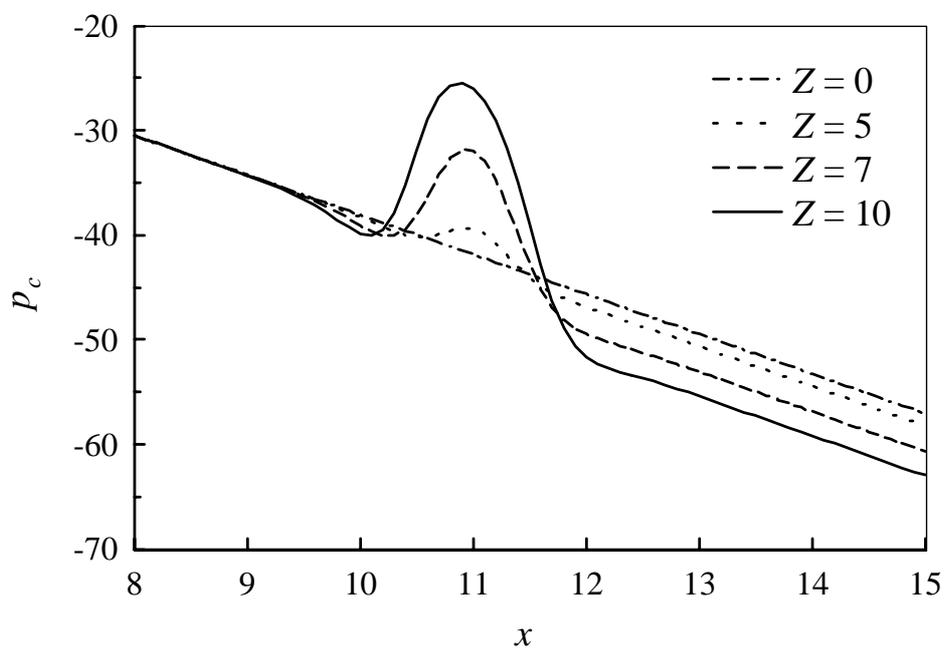
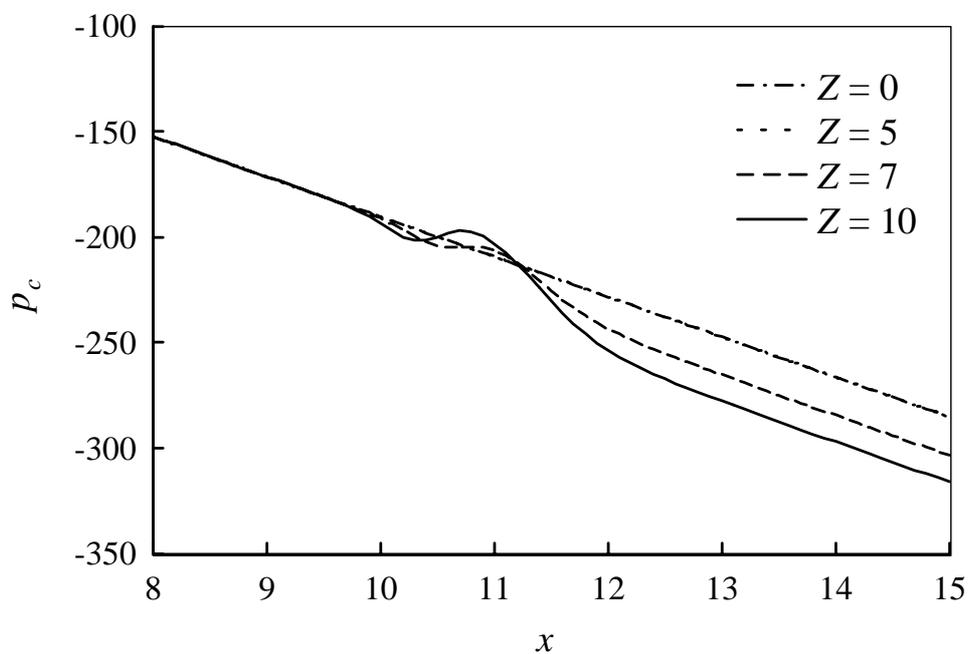
(a)  $Er = 1$ (b)  $Er = 5$ 

Fig.3-8 Pressure distributions along the channel centerline

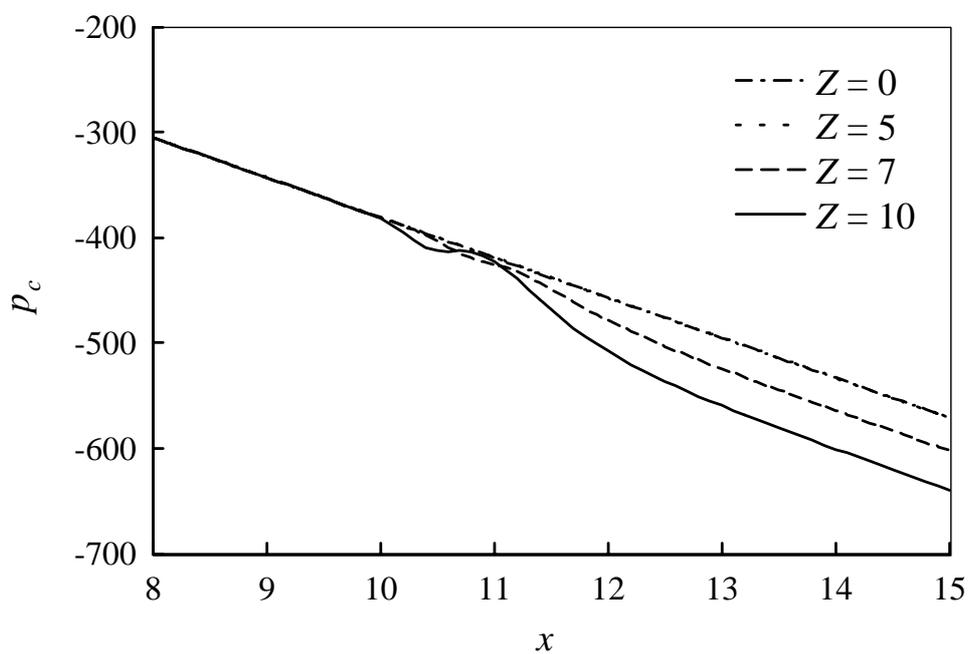
(c)  $Er = 10$ 

Fig.3-8 Pressure distributions along the channel centerline

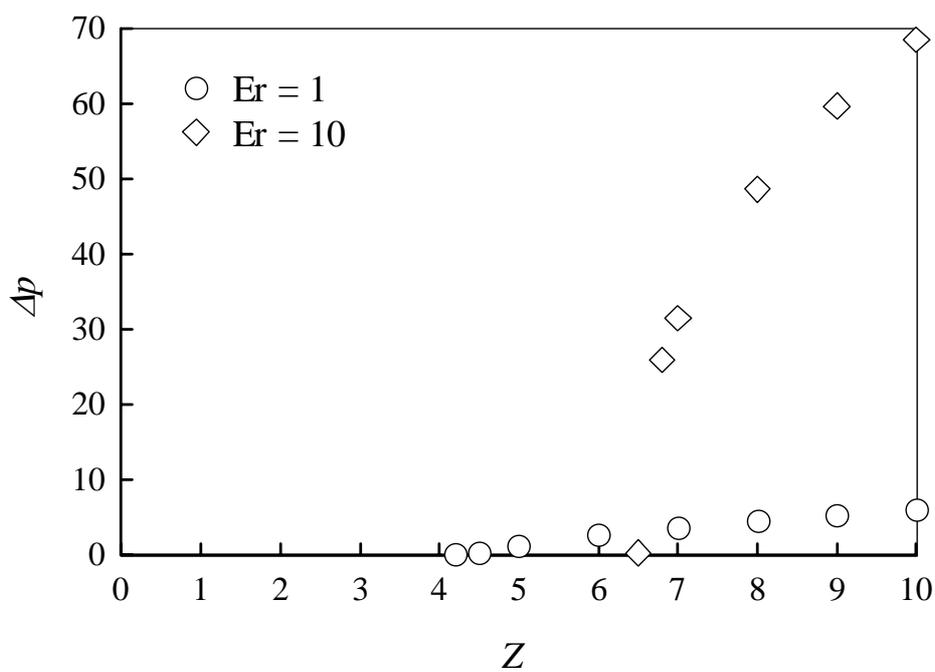


Fig.3-9 Additional pressure losses vs. Zöcher number

### 3.5.3 二次元フレデリクス転移

Ericksen 数  $Er$  と Zöcher 数  $Z$  がディレクタの配向に及ぼす影響を詳細に調べるため、 $Er$  をパラメータとして、磁場領域中央部 ( $x=11, y=0$ ) でのディレクタの配向角  $\theta_m$  と  $Z$  の関係を図 3-10 (白抜きプロット) に示す。 $Z$  が小さい場合  $\theta_m$  は  $0^\circ$  を維持し、 $Z$  がある値に達すると  $\theta_m$  は急増して  $90^\circ$  に漸近している。 $Er$  が大きいほどこの  $Z$  の臨界値は増加しており、転移現象を遅らせていることがわかる。これは、 $Er$  の増加は流れの対称性を維持する粘性力の増加に対応し、結果的に磁場の影響を抑制するためである。なお、図 3-9 において  $Z$  が小さい範囲で付加圧力損失  $\Delta p$  が  $0$  を維持した結果は、以上のことから容易に理解できる。

上述の転移現象は、無限に広い平行平板間に封入された静止状態 ( $Er=0$ ) の液晶に、無限の広がりを持つ一様磁場を印加した場合の挙動と類似である。この挙動は、緒言で簡単に言及したようにフレデリクス転移<sup>(1)</sup>と呼ばれ、すでに明らかにされている (便宜上、従来のフレデリクス転移を一次元フレデリクス転移、本研究のそれを二次元フレデリクス転移と呼ぶ)。すなわち、磁場の印加により液晶分子は磁場方向に再配向しようとする。しかし固体壁面でのアンカリングによる配向束縛力も作用しているため、磁場強度がある臨界値を超えるまでは磁場が印加されても分子配向は変化しないということである。

$Er=0$  の場合、一次元フレデリクス転移が起こる臨界磁場強度  $H_m$  は解析的に得られ<sup>(1)</sup>

$$H_m = \frac{\pi}{W} \sqrt{\frac{K_1}{\Delta\chi}} \quad (3-10)$$

と表される (式(20)は有次元である)。従って式(19)、(20)より、臨界 Zöcher 数は  $\pi$  となる。 $Er=0$  における一次元フレデリクス転移の結果を図 3-10 (黒抜きプロット) に併記する。 $Er=0$  の二次元フレデリクス転移 ( ) と比較すると、 $Z$  の大きい範囲を除き両者には明らかに差異が見られる。磁場領域の大きさが有限の場合、式(5)で示したディレクタの空間ひずみによる弾性トルクを介して、磁場領域外のディレクタの配向が磁場領域内の配向に影響を及ぼす。磁場領域外では  $0^\circ$  に配向しているので、この影響を受けて二次元解析の  $\theta_m$  の方が小さい。

本研究結果は、式(13)で表される磁場強度の結果であり、この分布形状が変われば当然のことながら結果も異なる。従って液晶を ER 流体として活用するには、単純な一次元解析では精度に限界があり、個々の問題に則した二次元、あるいは三次元の精密解析が必要である。

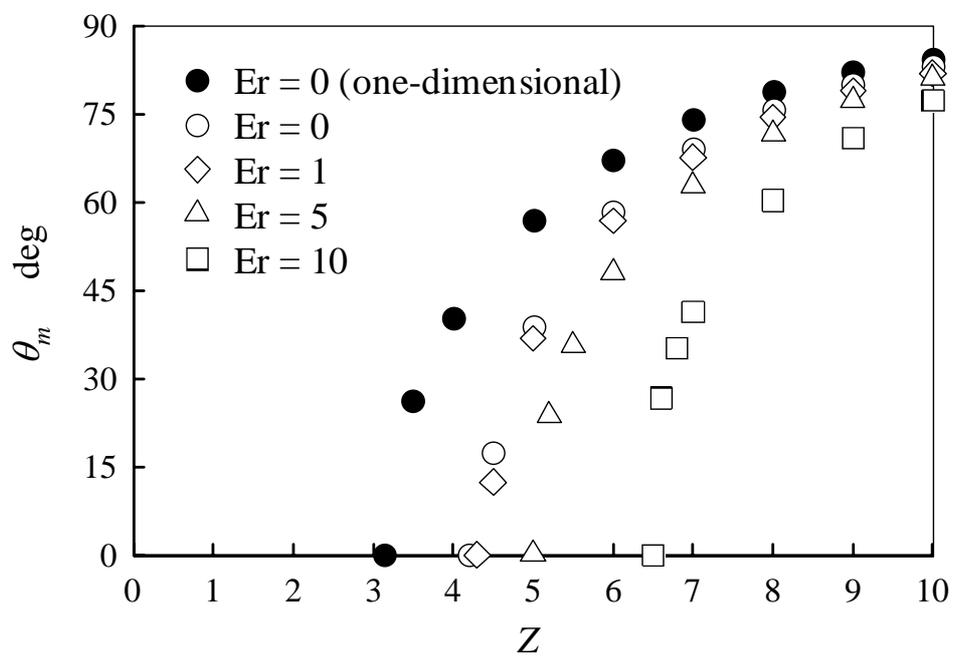


Fig.3-10 Two-dimensional Fredericksz transition

## 第4章 一次元非定常解析

### 4.1 はじめに

機能性流体として液晶を使用した応用機器に関する研究は、介護機器およびマイクロマシンなど盛んに行われている。しかし、電磁場により変化する圧力、流動状態のメカニズムなどに関しては、特に非定常流れの場合、ほとんど分かっていない。電磁場が液晶流れに及ぼす影響を調べる事は、液晶を作動流体に使用した流体制御システムを設計し、その動特性を予測する上で必要である。

そこで本研究では、Leslie-Ericksen 理論を用い、流路全域に磁場が印加された平行平板間流れの配向場及び圧力勾配の時間変化について解析し、磁場が液晶流動に与える影響を明らかにする。

### 4.2 計算領域と座標系

図 4-1 に計算領域と座標系を示す。図のように、領域全体にわたって一様磁場が流れに対して垂直方向に印加されているとする。すなわち

$$\mathbf{H} = (0, \bar{H}, 0)^T \quad (4-1)$$

とする。

また、ディレクタ  $\mathbf{n}$  はこの平面外の成分を有することもあるが、本研究では  $\mathbf{n}$  について in-plane 仮定を用いる。すなわち図 4-1 の  $x-y$  座標系において、ディレクタが  $x$  軸となす角度を  $\theta(x, y)$  (ディレクタの配向角) とすれば

$$\mathbf{n} = (\cos \theta, \sin \theta, 0)^T \quad (4-2)$$

のように表される。

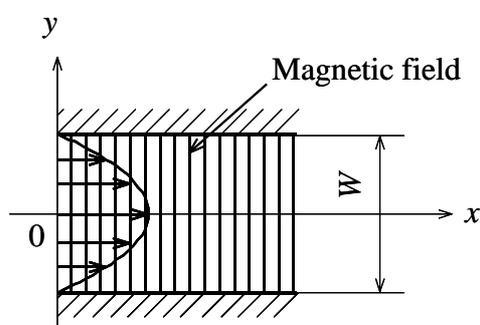


Fig.4-1 Computation geometry and coordinate system

### 4.3 無次元化

以上の座標系で基礎式を展開し，流路幅  $W$ ，平均流速  $U$ ，粘性係数  $\alpha_4$ ，弾性定数  $K_1$ ，磁場強度  $H_m$ ，磁化率の異方性  $\Delta\chi$  で無次元化を行った．式(4-1)，(4-2)を運動方程式(2-7)，角運動方程式(2-8)に代入し，さらに流れ関数  $\psi$ ，渦度  $\omega$  を導入すれば，無次元化された渦度輸送方程式，流れ関数と渦度の関係式，および角運動方程式はそれぞれ以下となる．

$$\begin{aligned} \text{Re} \frac{\partial \omega}{\partial t} = & -\frac{1}{2} \gamma_1 \frac{\partial^3 \theta}{\partial t \partial y^2} + \frac{1}{2} \alpha_1 \sin 4\theta \left( \omega \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} + 2 \frac{\partial \theta}{\partial y} \frac{\partial \omega}{\partial y} \right) \\ & + \sin 2\theta \left\{ \gamma_2 \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} \left( \frac{\partial \theta}{\partial t} - \omega \right) + 2 \gamma_2 \frac{\partial \theta}{\partial y} \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial t \partial y} + \frac{\partial \omega}{\partial y} \right) \right\} \\ & + \frac{1}{8} (\alpha_1 - 2\gamma_1 + 2\alpha_5 + 2\alpha_6 + 4) \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \\ & - \frac{1}{8} \alpha_1 \cos 4\theta \left\{ \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} - 16\omega \left( \frac{\partial \theta}{\partial y} \right)^2 \right\} \\ & + \frac{1}{2} \cos 2\theta \left\{ 4\gamma_2 \left( \frac{\partial \theta}{\partial t} - \omega \right) \left( \frac{\partial \theta}{\partial y} \right)^2 - \gamma_2 \left( \frac{\partial^3 \theta}{\partial t \partial y^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \right) \right\} \end{aligned} \quad (4-3)$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = -\omega \quad (4-4)$$

$$\begin{aligned} \text{Er} \gamma_1 \frac{\partial \theta}{\partial t} = & \frac{1}{2} \text{Er} \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} (\gamma_1 + \gamma_2 \cos 2\theta) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} \{1 + K_3 + \cos 2\theta(1 - K_3)\} \\ & + \frac{1}{2} \sin 2\theta \left\{ H^2 Z^2 - (1 - K_3) \left( \frac{\partial \theta}{\partial y} \right)^2 \right\} \end{aligned} \quad (4-5)$$

$u, v$  はそれぞれ速度ベクトルの  $x$  方向および  $y$  方向成分である．式(23)，(25)中に現れる3種類の無次元数は，それぞれ Reynolds 数

$$\text{Re} = \frac{\rho W U}{\alpha_4} \quad (4-6)$$

粘性力と弾性力の比を表す Ericksen 数

$$\text{Er} = \frac{\alpha_4 W U}{K_1} \quad (4-7)$$

磁力と弾性力の比を表す Zöcher 数

$$Z = WH_m \sqrt{\frac{\Delta\chi}{K_1}} \quad (4-8)$$

である (式(4-7)~(4-8)の右辺の物理量は有次元である)。

#### 4.4 境界条件

境界条件として壁面では、速度はすべり無しの条件、配向はディレクタが壁面に沿う条件、すなわち  $\theta(x, \pm 0.5) = 0^\circ$  を与えた。また初期値として、速度場、配向場ともに液晶流れの一次元解を与えた。

無次元化した式を差分法により数値計算を行った。予備計算より、以下の計算では流路幅の 1/100 の格子を用いた。

物性値には低分子ネマティック液晶である *p*-azoxyanisole (PAA) の値を用い、密度は  $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$  とした。以下では、 $Z$  をパラメータに選んで結果を表示する。

#### 4.5 結果および考察

図 4-2 ~ 4-4 に  $Er=10$ ,  $Z=1,5,10$  の場合の平板中心( $y=0$ )での, 配向角  $\theta_c$  および圧力勾配  $\partial p/\partial x$  の時間変化を示す.  $Z=1$  の場合,  $\theta_c$  は変化せずそのまま定常に至っている. そのため圧力勾配にも変化が見られない.  $Z=5$  の場合,  $t^*=6$  程度までは  $\theta_c$  は  $0^\circ$  を保つが, それを超えると減少をはじめ,  $t^*=8\sim 10$  で急激に変化した後, 磁場方向に配向した定常状態に至っている. この磁場方向への配向の変化はフレデリクス転移によるものであると考えられる.  $Z=10$  の場合,  $\theta_c$  は  $Z=5$  のときに比べ定常に至るまでの時間が早まっている. 圧力勾配は,  $Z=5$  のときに比べ複雑な変化を示し, 磁場印加直後に減少する. その後  $t^*=4$  付近までほぼ一定値を保った後, 一度増加した後減少し,  $\partial p/\partial x \approx -9$  の定常値に至る.

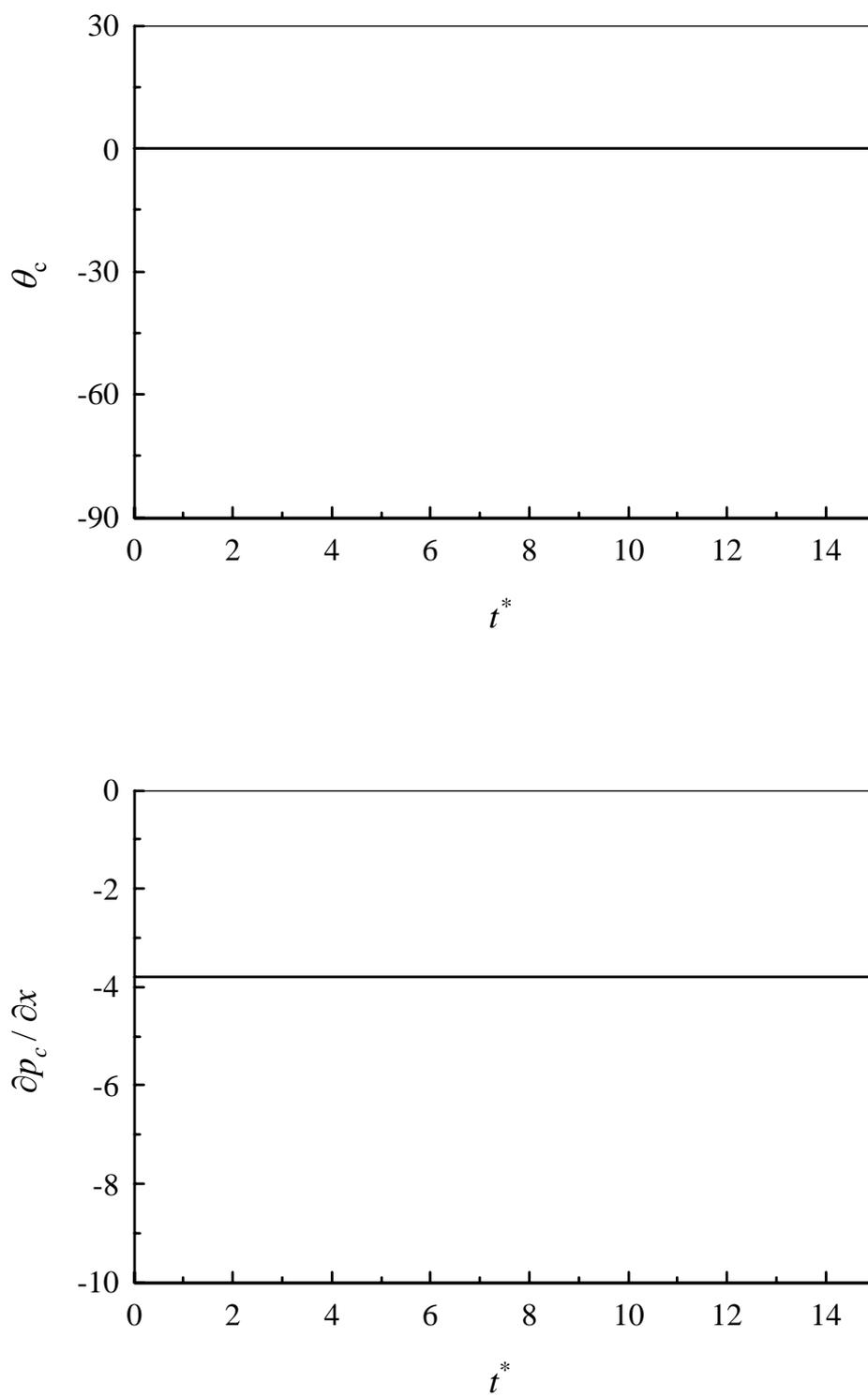


Fig.4-2 Orientation and pressure gradient at center for Er=10 Z=1

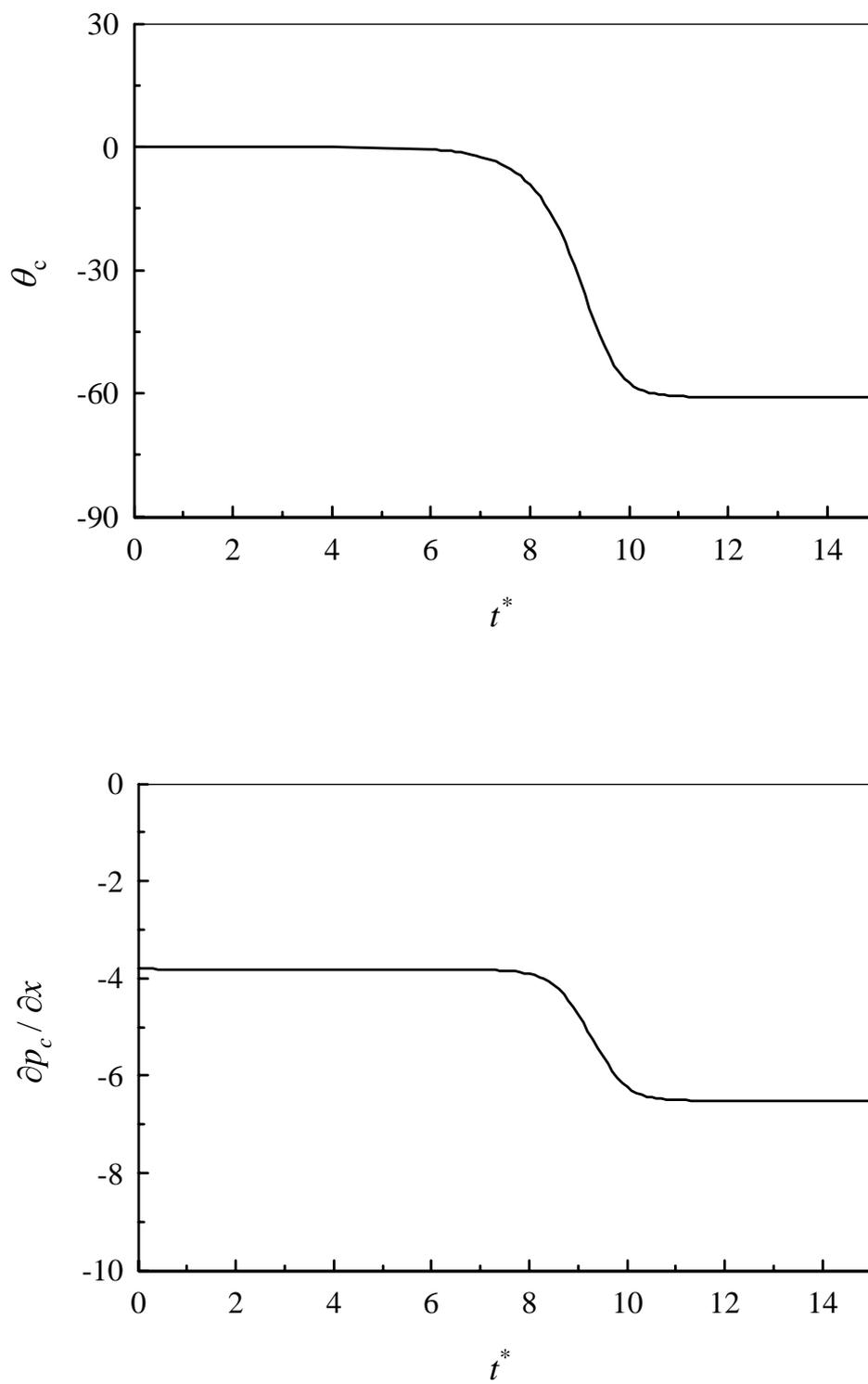


Fig.4-3 Orientation and pressure gradient at center for Er=10 Z=5

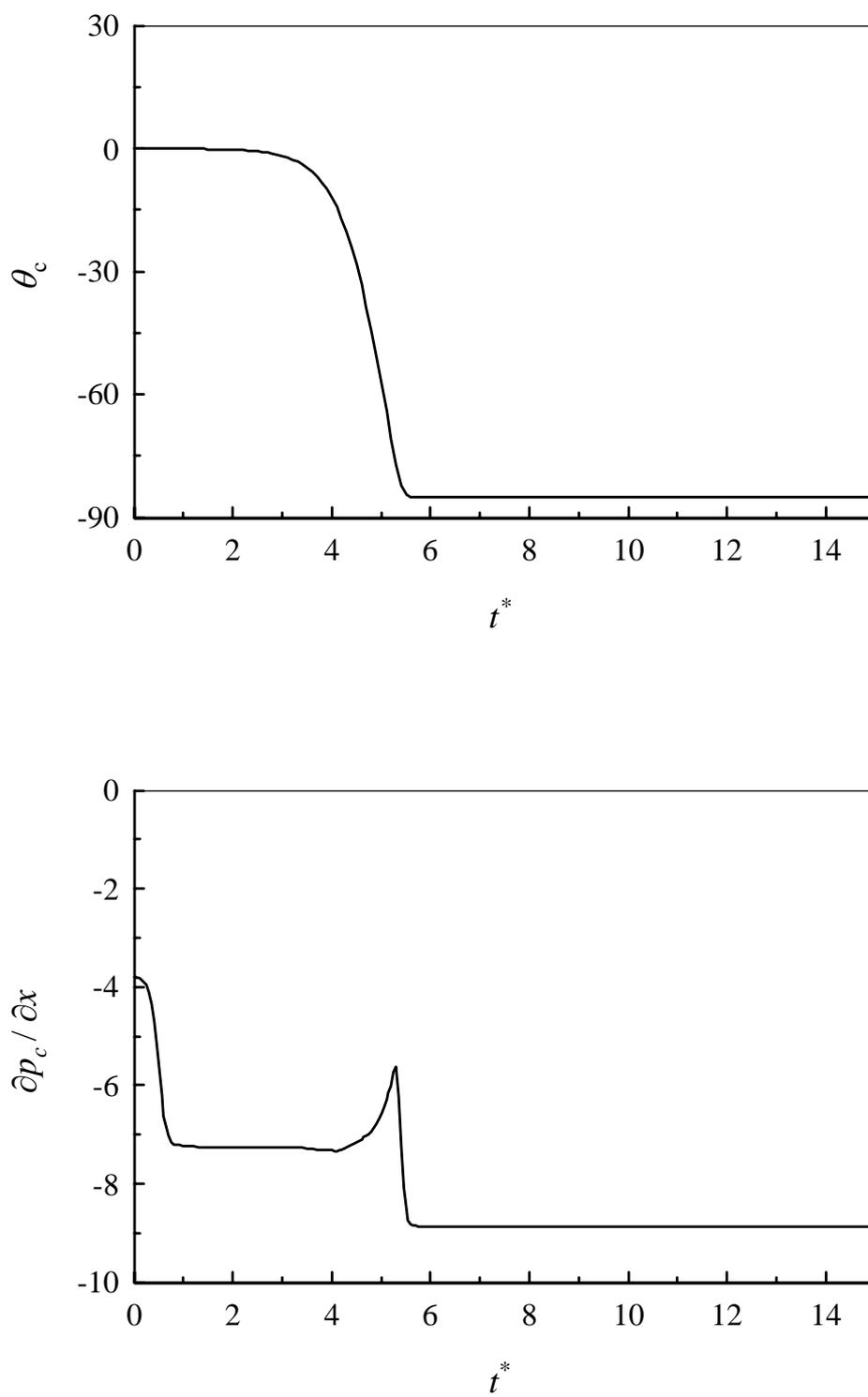
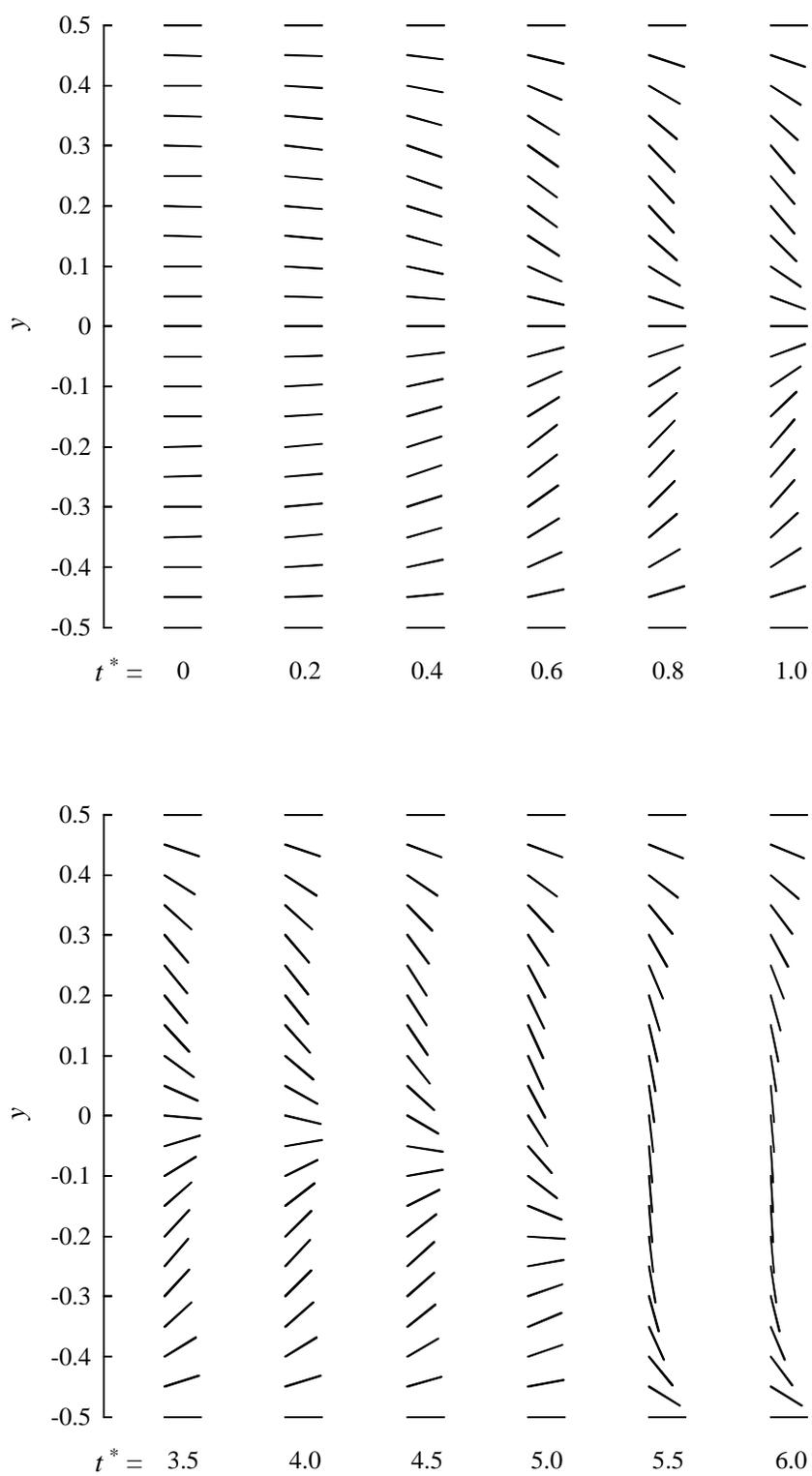


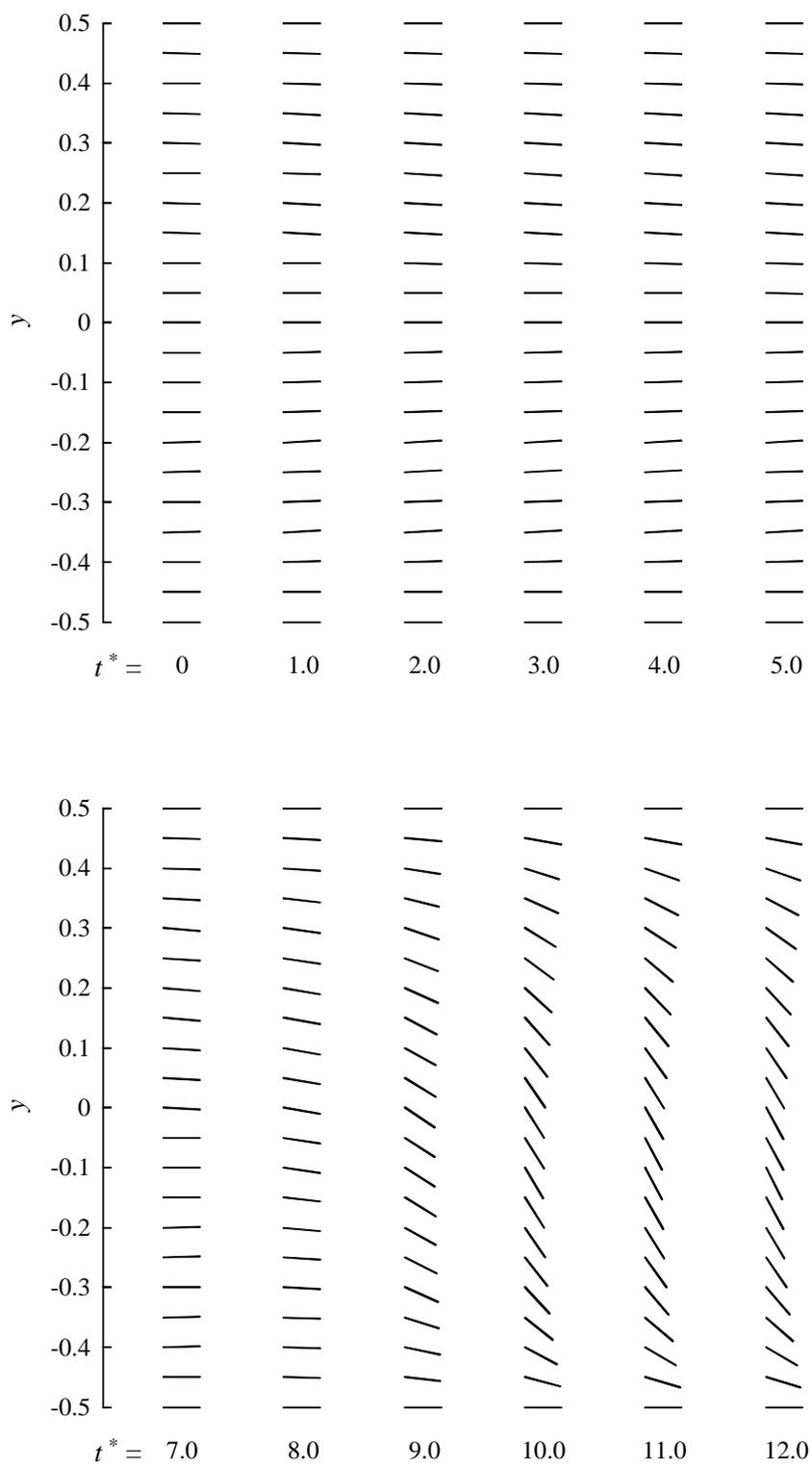
Fig.4-4 Orientation and pressure gradient at center for Er=10 Z=10

図 4-5 に  $Er=10$ ,  $Z=10$ ,  $t^*=0 \sim 1, 3.5 \sim 6.0$  のディレクタの配向分布を示す。これは、図 4-4 の圧力勾配の変化が大きい時間について、時間ごとにディレクタを示したものである。 $t^*=0 \sim 1$  で、ディレクタは平板中心で  $\theta$  はほぼ  $0^\circ$  のままで、中心より上部では負、下部では正の値を取り、中心軸で対称になるように配向が変化している。平板間流れにおいて、液晶は壁面と平板中心での速度差のためせん断を受け、流路上半分では僅かに負、下半分では正の配向角をとる。この流動による配向状態に磁場を印加すると、流動による配向角を増幅する方向に磁場によるトルクが働く。すなわち、磁場が流路上半分では負、下半分で正トルクを生じ、配向角が大きく変化したと考えられる。その結果、流動に抵抗が生じ、最初の圧力変化が起こったと考えられる。その後、 $t^*=3.5 \sim 6.0$  で図 4-4 に見られるように、それまでの配向の均衡が崩れ、 $\theta$  は全て負の方向に配向している。この影響は、圧力勾配にも強く反映される。一方、 $Z=5$  の場合は、図 4-6 の  $t^*=0 \sim 5$  に見られるように、 $Z=10$  のときのような磁場印加直後の目立った配向変化は起こらない。このため、 $Z=5$  の場合は磁場印加直後の大きな圧力変化は起こらなかったと考えられる。その後均衡が崩れ、 $t^*=7 \sim 12$  に見られるように、 $\theta$  は全て負の方向に配向する。この時圧力勾配は減少する。

図 4-7 にディレクタの  $y$  方向成分の 2 乗平均、すなわち  $\overline{\sin^2 \theta}$  と圧力勾配の  $y$  方向平均の関係を示す。 $Z=10$  の場合、 $\overline{\sin^2 \theta}$  は  $t^*=0 \sim 1, 4.5 \sim 5.5$  の間で 2 度の段階的な増加が見られる。 $Z=5$  の場合は、磁場印加直後の配向変化が起こらないため、 $\overline{\sin^2 \theta}$  の変化は 1 度である。また、 $\overline{\sin^2 \theta}$  の増加は圧力勾配の変化と対応している。これは、 $\overline{\sin^2 \theta}$  の増加が粘性の増加に対応し、本計算では流量一定のため粘性の増加により圧力が変化するためである。

図 4-8 に、 $Er=10$ ,  $Z=10$  の場合の各時間での  $y$  方向の速度分布を示す。 $t^*=0$  ではポアゼユ流に類似した速度分布を示しているが、 $t^*=0.2, 0.4$  と進むに従い磁場印加直後の配向変化が起こるため流れに抵抗が生じ、速度分布は平坦な形状へ移行するが、平板中心 ( $y=0$ ) で  $\theta$  は  $0^\circ$  を保つため少し尖った形状になっている。 $t^*=3.5 \sim 6.0$  で次の配向変化が起こり、 $\theta$  は一方向に配向するため、平板中心での尖りは無くなっている。

Fig.4-5 Orientation profiles for  $Er=10$   $Z=10$

Fig.4-6 Orientation profiles for  $Er=10$   $Z=5$

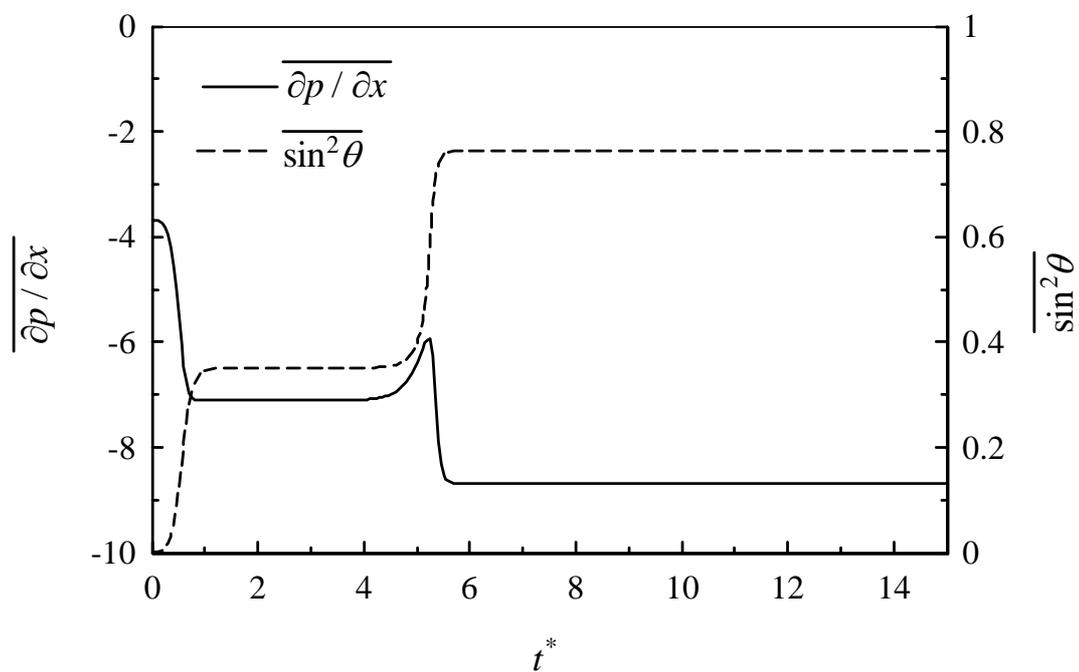
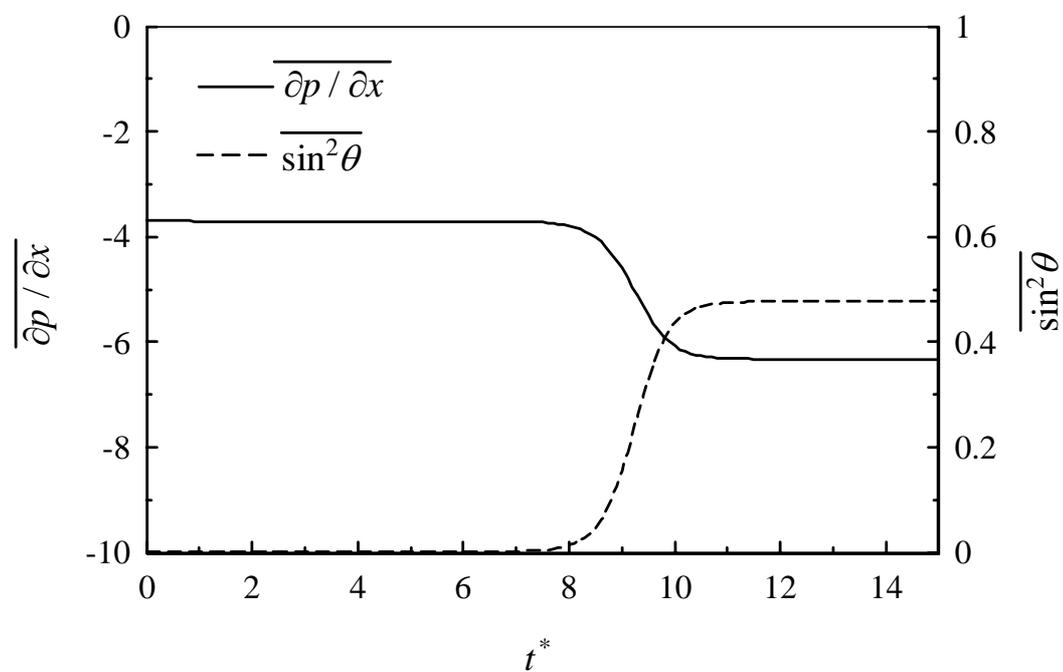
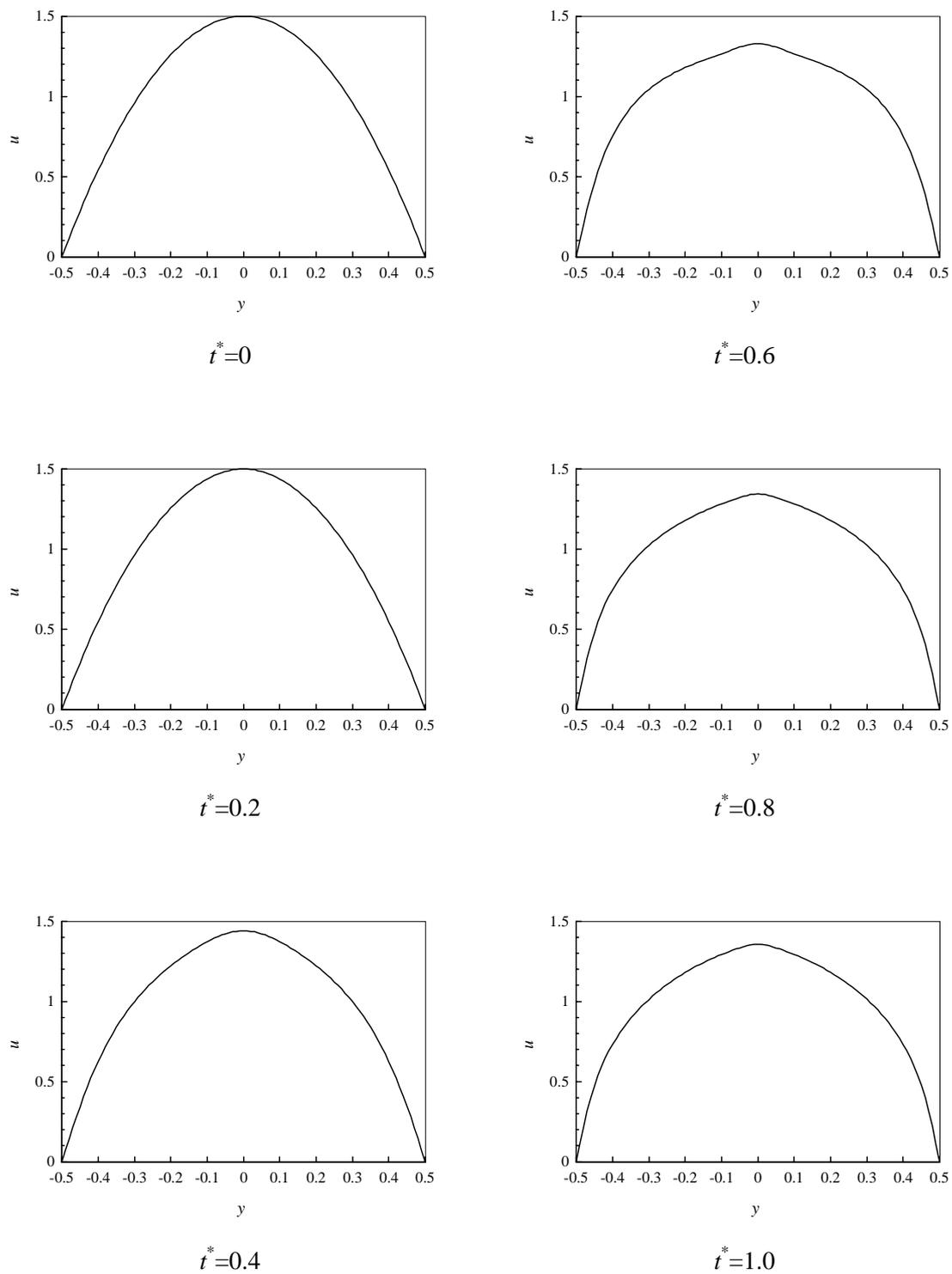
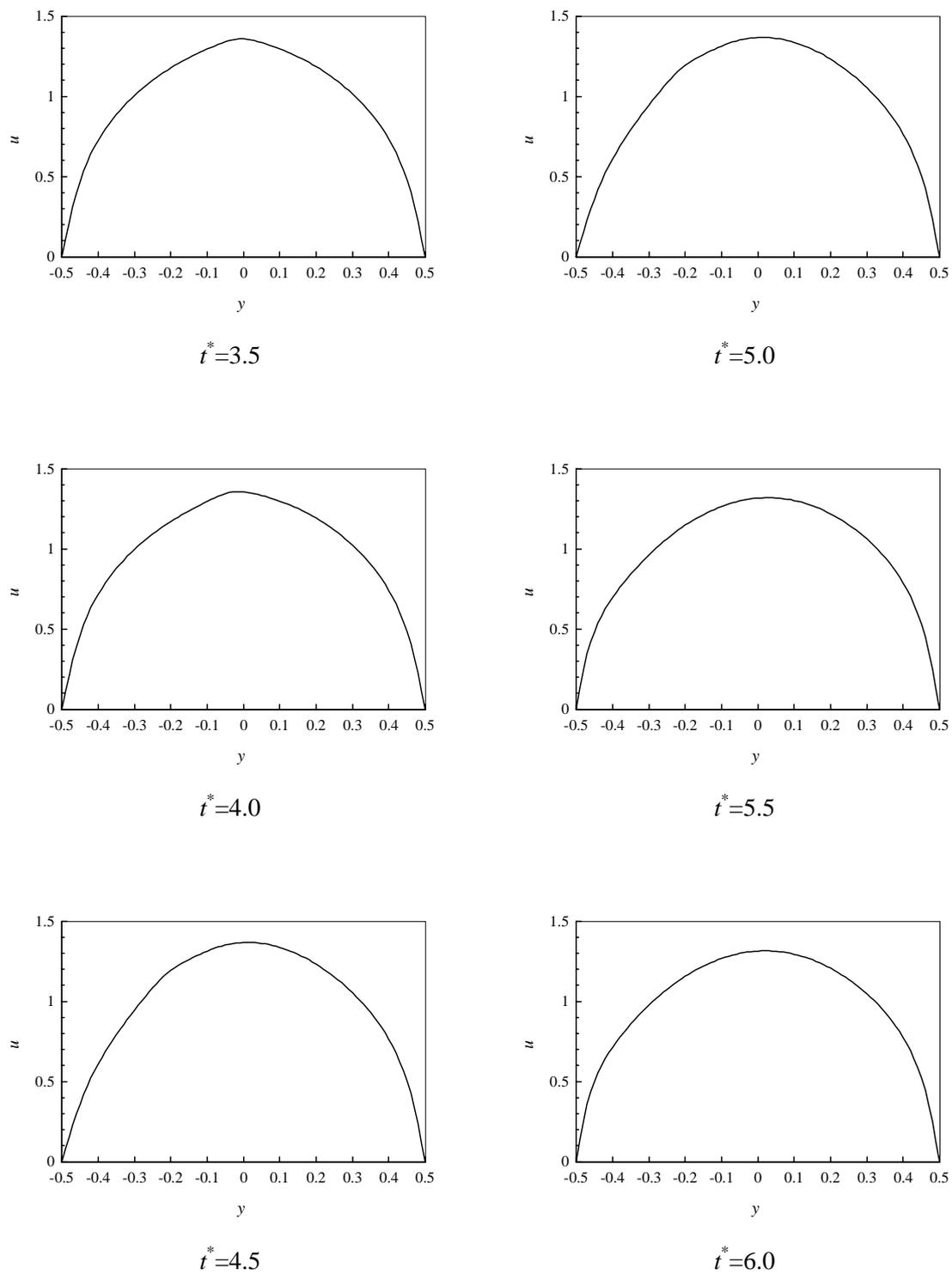
(a)  $Z=10$ (b)  $Z=5$ 

Fig.4-7 Pressure gradient and y components of a director

Fig.4-8 velocity profiles for  $Er=10$   $Z=10$

Fig.4-8 velocity profiles for  $Er=10$   $Z=10$

## 第5章 結 言

本研究では，平行平板流路の一部または全域に，流れに対して垂直方向に磁場が作用する場合の液晶流れを，構成方程式として Leslie-Ericksen 理論を用いて数値解析した．得られた結果を以下に示す．

- (1) Ericksen 数の増加は磁場の影響を抑制するように働く．
- (2) Zöcher 数が大きいほど磁場領域でのディレクタの流れに対する抵抗が大きくなるので，付加圧力損失は増加する．
- (3) 低 Ericksen 数では，流路中心軸上のディレクタの配向角は，磁場領域の中心に関して上流下流でほぼ対象であるが，Ericksen 数が増加すると磁場の流れへの影響が下流方向へシフトする．
- (4) 二次元解析においても，一次元フレデリクス転移と類似の結果が得られた．ただし磁場領域外でのディレクタの配向の影響により，一次元解析に比べてフレデリクス転移は遅れる．また Ericksen 数が大きいほどフレデリクス転移の生じる臨界 Zöcher 数は増加する．
- (5) 壁面の影響に対し磁場が十分大きい場合，磁場印加直後に配向が変化し， $\theta$ は流路上半分で負，下半分では正の値をとる．このとき圧力勾配は減少する．
- (6) 磁場印加後ある時間で配向の均衡が崩れ， $\theta$ はすべて一方向に配向する．このとき圧力勾配は大きく変化する．

## 付 録

式(2-4)の  $f_1$  と  $f_2$  を以下に示す．ただし下付き添字は偏微分を表す．

$$f_1 = K_3 \{ -2 \theta_y^2 (\sin 2\theta \theta_{xy} + \cos 2\theta \theta_{xx}) + 2 \theta_x (\sin^2 \theta \theta_{yyy} + \cos 2\theta \theta_{yy} \theta_x - \sin 2\theta \theta_x \theta_{xy} + \sin 2\theta \theta_{xy} + \cos^2 \theta \theta_{xx}) + 2 \theta_y (\sin 2\theta \theta_{yy} \theta_x - \sin^2 \theta \theta_{xy} + \sin 2\theta \theta_x \theta_{xx} - \sin 2\theta \theta_{xy} - \cos^2 \theta \theta_{xxx}) \} / 2 \\ + \theta_y^2 (\sin 2\theta \theta_{xy} + \cos 2\theta \theta_{xx}) + \theta_x (\cos^2 \theta \theta_{yyy} - \cos 2\theta \theta_{yy} \theta_x + \sin 2\theta \theta_x \theta_{xy} - \sin 2\theta \theta_{xy} + \sin^2 \theta \theta_{xx}) - \theta_y (\sin 2\theta \theta_{xy} \theta_x + \cos^2 \theta \theta_{xy} + \sin 2\theta \theta_x \theta_{xx} - \sin 2\theta \theta_{xy} + \sin^2 \theta \theta_{xxx})$$

$$f_2 = -\alpha_6 \{ \psi_{yyyy} + \cos 2\theta \psi_{yyy} - 4 \cos 2\theta \theta_{yy} \psi_{xy} + 8 \sin 2\theta \theta_x^2 \psi_{xy} - 4 \sin 2\theta \theta_x \psi_{xy} - 2 \sin 2\theta \psi_{xy} + 2 \sin 2\theta \theta_{yy} \psi_{xx} + 4 \cos 2\theta \theta_x^2 \psi_{xx} + \theta_y^2 (-4 \cos 2\theta \psi_{yy} + 8 \sin 2\theta \psi_{xy} + 4 \cos 2\theta \psi_{xx}) - 4 \cos 2\theta \psi_{xy} \theta_{xx} + 2 \sin 2\theta \psi_{xx} \theta_{xx} - 2 \psi_{yy} (\sin 2\theta \theta_{yy} + 2 \cos 2\theta \theta_x^2 + \sin 2\theta \theta_{xx}) - 8 \cos 2\theta \theta_x \psi_{xy} - 4 \theta_y (\sin 2\theta \psi_{yy} + 2 \cos 2\theta \psi_{xy} - \sin 2\theta \psi_{xx}) + 2 \psi_{xy} + 4 \sin 2\theta \theta_x \psi_{xx} - 2 \sin 2\theta \psi_{xxx} + \psi_{xxx} - \cos 2\theta \psi_{xxx} \} / 4 \\ + \alpha_3 \{ -\psi_{yyy} - \cos 2\theta \psi_{yyy} + 4 \cos 2\theta \psi_{yy} \theta_x - 4 \sin 2\theta \theta_x \psi_{xy} + 2 \sin 2\theta \psi_{xy} + 2 \sin 2\theta \theta_{yy} \psi_{xx} - 4 \cos 2\theta \theta_x^2 \psi_{xx} + 4 \cos 2\theta \theta_{xy} \psi_{xx} + 4 \cos 2\theta \theta_y^2 (\psi_{yy} + \psi_{xx}) - 2 \sin 2\theta \psi_{xx} \theta_{xx} + 2 \psi_{yy} (\sin 2\theta \theta_{yy} - 2 \cos 2\theta \theta_x^2 + 2 \cos 2\theta \theta_{xy} - \sin 2\theta \theta_{xx}) + 4 \cos 2\theta \theta_x \psi_{xy} - 2 \psi_{xy} - 4 \sin 2\theta \theta_x \psi_{xx} + 4 \theta_y (\sin 2\theta \psi_{yy} - 2 \sin 2\theta \psi_{xy} \theta_x + \cos 2\theta \psi_{xy} - 2 \sin 2\theta \theta_x \psi_{xx} + \sin 2\theta \psi_{xy} + \cos 2\theta \psi_{xxx}) + 2 \sin 2\theta \psi_{xxx} - \psi_{xxx} + \cos 2\theta \psi_{xxx} \} / 4 \\ - \alpha_5 \{ \psi_{yyy} - \cos 2\theta \psi_{yyy} + 4 \cos 2\theta \theta_{yy} \psi_{xy} - 8 \sin 2\theta \theta_x^2 \psi_{xy} + 4 \sin 2\theta \theta_x \psi_{xy} + 2 \sin 2\theta \psi_{xy} - 2 \sin 2\theta \theta_{yy} \psi_{xx} - 4 \cos 2\theta \theta_x^2 \psi_{xx} + 4 \theta_y^2 (\cos 2\theta \psi_{yy} - 2 \sin 2\theta \psi_{xy} - \cos 2\theta \psi_{xx}) + 4 \cos 2\theta \psi_{xy} \theta_{xx} - 2 \sin 2\theta \psi_{xx} \theta_{xx} + 2 \psi_{yy} (\sin 2\theta \theta_{yy} + 2 \cos 2\theta \theta_x^2 + \sin 2\theta \theta_{xx}) + 8 \cos 2\theta \theta_x \psi_{xy} + 4 \theta_y (\sin 2\theta \psi_{yy} + 2 \cos 2\theta \psi_{xy} - \sin 2\theta \psi_{xx}) + 2 \psi_{xy} - 4 \sin 2\theta \theta_x \psi_{xx} + 2 \sin 2\theta \psi_{xxx} + \psi_{xxx} + \cos 2\theta \psi_{xxx} \} / 4 \\ + \alpha_2 \{ \psi_{yyy} - \cos 2\theta \psi_{yyy} + 4 \cos 2\theta \psi_{yy} \theta_x - 4 \sin 2\theta \theta_x \psi_{xy} + 2 \sin 2\theta \psi_{xy} + 2 \sin 2\theta \theta_{yy} \psi_{xx} - 4 \cos 2\theta \theta_x^2 \psi_{xx} + 4 \cos 2\theta \theta_{xy} \psi_{xx} + 4 \cos 2\theta \theta_y^2 (\psi_{yy} + \psi_{xx}) - 2 \sin 2\theta \psi_{xx} \theta_{xx} + 2 \psi_{yy} (\sin 2\theta \theta_{yy} - 2 \cos 2\theta \theta_x^2 + 2 \cos 2\theta \theta_{xy} - \sin 2\theta \theta_{xx}) + 4 \cos 2\theta \theta_x \psi_{xy} + 2 \psi_{xy} - 4 \sin 2\theta \theta_x \psi_{xx} + 4 \theta_y (\sin 2\theta \psi_{yy} - 2 \sin 2\theta \psi_{xy} \theta_x + \cos 2\theta \psi_{xy} - 2 \sin 2\theta \theta_x \psi_{xx} + \sin 2\theta \psi_{xy} + \cos 2\theta \psi_{xxx}) + 2 \sin 2\theta \psi_{xxx} - \psi_{xxx} + \cos 2\theta \psi_{xxx} \} / 4 \\ - \alpha_1 \{ \psi_{yyy} - \cos 4\theta \psi_{yyy} + 8 \cos 4\theta \psi_{yy} \theta_x + 8 \cos 4\theta \theta_{yy} \psi_{xy} + 32 \sin 4\theta \theta_x^2 \psi_{xy} - 16 \sin 4\theta \psi_{xy} \theta_{xy} - 24 \sin 4\theta \theta_x \psi_{xy} + 4 \sin 4\theta \psi_{xy} - 4 \sin 4\theta \theta_{yy} \psi_{xx} + 16 \cos 4\theta \theta_x^2 \psi_{xx} - 8 \cos 4\theta \theta_{xy} \psi_{xx} + 16 \theta_y^2 (\cos 4\theta \psi_{yy} - 2 \sin 4\theta \psi_{xy} - \cos 4\theta \psi_{xx}) - 8 \cos 4\theta \psi_{xy} \theta_{xx} + 4 \sin 4\theta \psi_{xx} \theta_{xx} + 4 \psi_{yy} (\sin 4\theta \theta_{yy} - 4 \cos 4\theta \theta_x^2 + 2 \cos 4\theta \theta_{xy} - \sin 4\theta \theta_{xx}) - 24 \cos 4\theta \theta_x \psi_{xy} + 2 \psi_{xy} + 6 \cos 4\theta \psi_{xy} + 8 \sin 4\theta \theta_x \psi_{xx} + 8 \theta_y (\sin 4\theta \psi_{yy} - 4 \sin 4\theta \psi_{xy} \theta_x - 8 \cos 4\theta \theta_x \psi_{xy} + 3 \cos 4\theta \psi_{xy} + 4 \sin 4\theta \theta_x \psi_{xx} - 3 \sin 4\theta \psi_{xy} - \cos 4\theta \psi_{xxx}) - 4 \sin 4\theta \psi_{xxx} + \psi_{xxx} - \cos 4\theta \psi_{xxx} \} / 8$$

## 参考文献

- (1) 例えば，日本學術振興会情報科学用有機材料第 142 委員会液晶部会編，液晶辞典，(1989)，196，培風館.
- (2) Tseng, H. C., ほか 2 名，*Phys. Fluids*, **15** (1972), 1213.
- (3) Ericksen, J. L., *Arch. Ration. Mech. Anal.*, **4** (1960), 231.
- (4) Ericksen, J. L., *Trans. Soc. Rheol.*, **5** (1961), 23.
- (5) Leslie, F. M., *Arch. Ration. Mech. Anal.*, **28** (1968), 265.
- (6) de Gennes, P. G. and Prost, J., *The Physics of Liquid Crystals, 2nd Ed.*, Clarendon Press, Oxford (1993).
- (7) Jenkins, J. T., *Ann. Rev. Fluid Mech.*, **10** (1978), 197.
- (8) Leslie, F. M., *Adv. Liq. Cryst.*, **4** (1979), 1.
- (9) 蝶野成臣・辻知宏・Denn, M. M.，*機論*，**60**，B (1994), 1944.
- (10) 蝶野成臣・辻知宏，*機論*，**61**，B (1995), 1600.
- (11) Chono, S., and Tsuji, T., *Mol. Cryst. Liq. Cryst.*, **309** (1998), 217.
- (12) Chono, S., Tsuji, T. and Denn, M. M., *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, **79** (1998), 515.
- (13) A. D. Rey and M. M. Denn, *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, **27** (1988), 375-401.
- (14) A. D. Rey and M. M. Denn, *Liquid Crystals*, **4** (1989), 253-272.
- (15) 小山清人監修，電気粘性（ER）流体の開発，シーエムシー，1999.
- (16) Frank, F. C., *Discuss. Faraday Soc.*, **25** (1958), 19.
- (17) 棚橋隆彦，電磁熱流体の数値解析，(1995)，森北出版.

## 謝辞

本研究を行うにあたり，終始懇切丁寧な御指導を賜りました蝶野成臣教授ならびに辻知宏助教授に対し，深く感謝いたします．

また，高知工科大学知能流体力学研究室の皆さんからは多大なるご援助いただき，あわせて感謝いたします．