NEWS RELEASE

高知工科大学
KOCHI UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

令和元年7月17日

高知工科大学 地域教育支援センター 主催
第７回「高知県高等学校数学コンクール」応募開始

本学　地域教育支援センター主催の「高知県高等学校数学コンクール」を実施いたします。
本コンクールは、高知県内の高等学校に在籍する生徒を対象にして、数学に興味・関心を有する方の数学的な見方や考え方、および思考力を育てることを目的として平成25年より開催しています。

問題は、本学と県内高校の数学担当教員が協力して作成しており、難しい問題に取り組むこと、解答までの様々なアプローチを見つける過程や解を導き出す達成感など、数学の楽しさ、奥深さを体感してもらうことを期待しています。
県下の全高校に問題の発送を完了しており、以下の要領で解答を募集します。
また、11月10日（日）には表彰式を行い、応募者の中から優れた解答を提出した方に対し、最優秀賞、優秀賞、奨励賞をそれぞれ授与します。

第７回「高知県高等学校数学コンクール」実施概要

【応募方法】
応募資格：高知県内の高等学校に在籍する生徒（学年不問）
　　※個人単位での申込のみとする。
応募締切：2019年９月９日（月）（当日消印有効、学校経由で本学に提出）
問　　題：各学校もしくは大学ホームページよりダウンロード

数学の面白さを実感しよう！

【 表彰式 】
日程：11月10日(日)　10:00～12:00
会場：高知工科大学 永国寺キャンパス 教育研究棟 A 110教室
　　（〒780-8515 高知県高知市永国寺町2番22号）
表彰：個人単位で表彰を行い、成績優秀者には賞状と表彰楯を授与します。
　　総合点を基準としますが、特定の問題に優れた解答をした場合、別途表彰することもあります。
※コンクール問題の解説・講評も行いますので表彰者以外の方のご参加も歓迎します。

昨年度表彰式の様子

【主催】
高知工科大学 地域教育支援センター

地域教育支援センターでは、高知県内の小・中学生、高校生の教育支援および学習意欲を刺激することを目的とした「Blue Bird訪問教育」や、各高校との連携授業などを行っており、本催しもその一環として開催します。

【本件問い合わせ先】
高知工科大学　入試・広報部　広報課　長山・石川
TEL：0887-53-1080　E-mail：kouhou@ml.kochi-tech.ac.jp

新時代の幕開けに。

2019年度高知県高等学校

数学コンクール

難しい数学の問題に取り組む中で、思考力を養い数学の面白さを実感しよう！

応募資格
高知県内の高等学校に在籍する生徒（学年不問）
※個人単位での申し込みとします

応募締切
2019年 9月 9日(月) 消印有効
※高校経由で提出のこと

応募方法
応募希望者は各高校の担当の先生に申し出てください。
コンクール問題を担当の先生より受け取り、提出期限までに
担当の先生へ答案および応募用紙を提出してください。
※出題は高等学校２年生程度までの範囲５問

表彰式
2019年 11 月10日(日)
10:00～12:00(永国寺キャンパス)

←過去に出題された問題・解説はこちらから【高知工科大学 HP　数学コンクール】
https://www.kochi-tech.ac.jp/society/educaton/student.html

高知工科大学
KOCHI UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

お問合わせ先
〒782-8502 高知県香美市土佐山田町宮ノ口185　高知工科大学共通教育教室
鈴木研究室（直通）　TEL 0887-57-2108　E-mail　suzuki.toshiyuki@kochi-tech.ac.jp
共通教育教室事務室　TEL 0887-57-2103　FAX 0887-57-2165

主催 高知工科大学地域教育支援センター　　後援 高知県教育委員会、高知県市町村教育委員会連合会

「2019 年度高知県高等学校数学コンクール 問題」

1 A, B をともに 0 でなく，$A+B \neq 0$ を満たす数とする。数学の苦手な人は

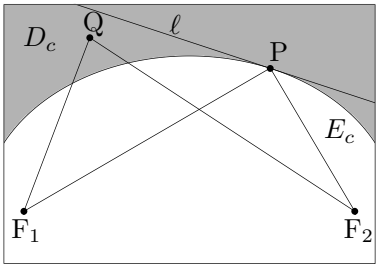
$$\frac{1}{A+B} = \frac{1}{A} + \frac{1}{B} \qquad (※)$$

のような式変形をすることがある。もちろん，一般にはこれは正しくない。
例えば，$A = B = 1$ とすれば，$\dfrac{1}{A+B} = \dfrac{1}{2}$, $\dfrac{1}{A} + \dfrac{1}{B} = 2$ である。
しかしながら，このような式変形は常に誤りなのだろうか。言い換えるなら， A, B をともに 0 でなく，$A+B \neq 0$ を満たす数とするとき， (※) を満たすような数 A, B はまったく存在しないのだろうか。以下では，これについて考えてみよう。

(1) (※) を満たす実数 A, B は存在しないことを証明せよ。

(2) (※) を満たす複素数 A, B は存在するだろうか。存在するなら，それらをすべて求めよ。また，存在しないなら，それを証明せよ。

2 平面上の異なる 2 点 $\mathrm{F}_1, \mathrm{F}_2$ をとる。この 2 点間の距離 $\mathrm{F}_1\mathrm{F}_2$ より大きい定数 c に対し， $\mathrm{F}_1\mathrm{P} + \mathrm{F}_2\mathrm{P} = c$ を満たす点 P の軌跡を E_c で表す。また，$\mathrm{F}_1\mathrm{Q} + \mathrm{F}_2\mathrm{Q} > c$ を満たす点 Q 全体が作る領域を D_c で表す。
E_c 上の任意の点 P に対し，点 P を通る直線で，点 P 以外の部分は 領域 D_c に含まれる直線がただ 1 つ存在する。この直線を点 P における E_c の接線という。また， 直線 ℓ が E_c 上のある点における接線となるとき E_c は ℓ を接線にもつという。



このとき，次の各問に答えよ。

(1) E_c 上の点 P における接線を ℓ とする。 ℓ と直線 $\mathrm{F}_1\mathrm{P}$ のなす角を θ_1 とし， ℓ と直線 $\mathrm{F}_2\mathrm{P}$ のなす角を θ_2 とすると， $\theta_1 = \theta_2$ が成り立つことを証明せよ。ただし，2 直線のなす角は 0° 以上 90° 以下で考えるものとする。

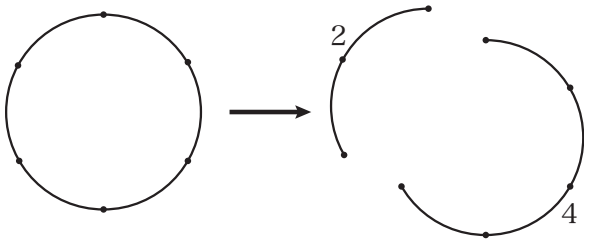
(2) E_c 上の点 P における接線を ℓ とする。いま，点 P を通り ℓ とのなす角が等しい 2 直線 ℓ_1, ℓ_2 を考える。 ℓ_1, ℓ_2 がどちらも線分 $\mathrm{F}_1\mathrm{F}_2$ と共有点をもたないならば，

ある定数 c' をとって，$E_{c'}$ は ℓ_1, ℓ_2 を共に接線にもつようにできる

ことを証明せよ。

3 ある 1 つの円を n 等分する点をとり，その等分点で円を r 個の弧に切り分けたとき，弧の長さの組数を $f(n,r)$ と表すことにする。

例えば， $n=6, r=2$ ，すなわち，円を 6 等分する点をとり，その等分点で円を 2 つの弧に切り分けたときは，円周の長さを仮に 6 と考えて，切り分けたときの弧の長さだけに着目すると，弧の長さの組は $(1,5),(2,4),(3,3)$ の 3 組できる。従って，このとき $f(6,2)=3$ である。



次に， $r=3$ のときについて考えよう。

例えば， $n=12$ として $f(12,3)$ を考えるとき，円周の長さを仮に 12 として，長さ 1 の弧を含むかどうかで場合分けしてみる。長さ 1 の弧を含む場合は，3 つの弧のうちの 1 つの弧の長さを 1 に固定して，残り 11 の長さを 2 つの弧に分配すると考えることができる。長さ 1 の弧を含まない場合は，すべての弧の長さから 1 ずつ引き，残り 9 の長さを 3 つの弧に分配すると考えることができる。 $f(12,3)$ がこのように場合分けされることを考えれば，ある関係が成り立つことに気づくはずだ。

下線部のことを参考にしながら，次の各問に答えよ。必要ならば次のことを用いても良い：

> a,d,n を自然数とする。 a から始めて，d を次々に加えて n 個の自然数を作るとき，これら n 個の自然数の和は， n 番目に作られる数を ℓ とすると $\dfrac{n(a+\ell)}{2}$ である。
> (例) $a=1, d=3, n=5$ の場合， $1,4,7,10,13$ の和は次のようになる：
> $$1+4+7+10+13=\frac{5(1+13)}{2}=35$$

(1) $f(12,3)$ を求めよ。

(2) $f(219,3)$ を求めよ。

(3) 必要ならば n について場合分けを行って， $f(n,3)$ を n の式で表せ。また，可能ならば場合分けせずに $f(n,3)$ を n の 1 つの式で表せ。

4 2023 桁の自然数 N_k $(k=0,1,2,\cdots,9)$ は 10 進数表記で次のように表される：

$$N_k = 20\underbrace{kk\cdots k}_{2019\text{ 個}}19$$

N_k のうち， 19 の倍数であるものを求めよ。

5 記号 ○， × を一列に n 個並べて記号の列を作る。このとき，以下の条件を満たす n は存在するか。存在する場合は最小の n を求め，存在しない場合はそれを証明せよ。

条件：どのように記号列を作っても等間隔に並ぶ 3 つの同じ記号が存在する

(例えば $n=5$ の場合は「○○○××」や「×○×○×」では等間隔に並ぶ 3 つの同じ記号が存在するが，「○○×○×」では等間隔に並ぶ 3 つの同じ記号は存在しない。従って $n=5$ は上の条件を満たしていない。)