高知工科大学
KOCHI UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

-NEWS RELEASE-

平成30年11月1日

高知工科大学地域教育支援センター　主催
第6回「高知県高等学校数学コンクール」表彰式を行います。

高知工科大学地域教育支援センターが主催する、『高知県高等学校数学コンクール』の表彰式が11月11日永国寺キャンパスで行われます。優れた解答を提出した生徒を表彰し、出題された問題の解説・講評を行います。

本コンクールは、数学的な見方や考え方、および思考力を育てることを目的として、県内高校生を対象に本学地域教育支援センター主催で、開催しています。
出題する問題は本学と県内高校の数学担当教員が協力して作成しています。難しい問題に取り組むこと、解答までの様々なアプローチを見つける過程や解を導き出す達成感など、数学の楽しさ、奥深さを体感してもらうことを目的としており、今回第6回目を迎えました。

6月中旬より高知県下の全高校へ問題を配送し、解答を9月10日まで募集しました。
応募者の中から優れた解答を提出した生徒に対し、開催される表彰式で最優秀賞、優秀賞、奨励賞をそれぞれ授与します。表彰式当日は、問題の解説や講評も行いますので表彰者以外の方も参加できます。

平成30年度『高知県高等学校数学コンクール』表彰式

1．主催：高知工科大学地域教育支援センター

2．日時：平成30年11月11日（日）10:00～12:00

3．会場：高知工科大学　永国寺キャンパス教育研究棟 １Ｆ　Ａ110教室
　　（高知市永国寺町２-22）

4．式次第

1）開式の辞　　地域教育支援センター長　長崎　政浩

2）問題の解説と講評及び質疑応答

①問題１の解説と講評（１５分）藤岡　優太 教諭（土佐中学･高等学校）

②問題２の解説と講評（１５分）薬原　崇顕 教諭（土佐塾中学･高等学校）

③問題３の解説と講評（１５分）鈴木 利幸 教授

④問題４の解説と講評（１５分）春井 岳 准教授

⑤問題５の解説と講評（１５分）新井 広 准教授

3）表彰（最優秀賞、優秀賞、奨励賞）

賞状･盾授与　高知工科大学　学長　磯部　雅彦

【本件問い合わせ先】
高知工科大学　企画広報部　　谷相･末定(すえさだ)
TEL：0887-53-1080　E-mail:kouhou@ml.kochi-tech.ac.jp

平成30年度高知県高等学校

数学コンクール

難しい数学の問題に
取り組む中で、
思考力を養い
数学の面白さを実感しよう！

応募資格	高知県内の高等学校に在籍する生徒（学年不問） ※個人単位での申し込みとします
応募方法	応募希望者は各高校の担当の先生に申し出てください。 コンクール問題を担当の先生より受け取り、提出期限までに担当の先生へ答案および応募用紙を提出してください。 ※出題は中学3年生から高校2年生までの範囲 5問
応募締切	平成30年9月10日（月）消印有効 ※高校経由で提出のこと
表彰式	平成30年11月11日（日） 10:00~12:00（永国寺キャンパス）

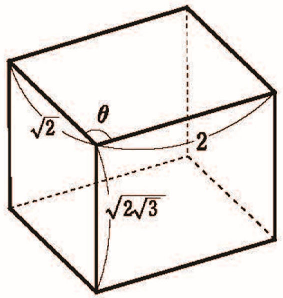
←過去に出題された問題・解説はこちらから
【高知工科大学 HP　数学コンクール】
https://www.kochi-tech.ac.jp/society/educaton/student.html

高知工科大学
KOCHI UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

お問合わせ先
〒782-8502 高知県香美市土佐山田町宮ノ口185　高知工科大学共通教育教室
井上研究室（直通）　TEL 0887-57-2109 E-mail inoue.masaaki@kochi-tech.ac.jp
共通教育教室事務室　TEL 0887-57-2103　FAX 0887-57-2165

主催　高知工科大学地域教育支援センター
後援　高知県教育委員会、高知県市町村教育委員会連合会、高知新聞社、RKC 高知放送、KSS さんさんテレビ、KUTV テレビ高知、NHK 高知放送局

1 ある立方体をある平面に正射影した図を考えると下図のようになった。角 θ を求めよ。



2 a は自然数とする。分母が a である既約分数全体の集合を $I(a)$ とする。集合

$$I(a) \cap \{x \mid 0 < x < 1\}$$

に含まれる要素の総和を $S(a)$ とする。次の問に答えよ。

(1) $S(25)$, $S(27)$, $S(675)$ をそれぞれ求めよ。

(2) $S(10!) = S(3628800)$ を求めよ。

3 a, b は正の定数， α は $0 < \alpha < \pi$ を満たす定数とする。次の問に答えよ。

(1) 三角形 ABC において， $\angle\mathrm{BAC} = \alpha, \mathrm{BC} = a$ とする。この三角形の面積が最
なるのは $\mathrm{AB} = \mathrm{AC}$ のときであることを証明せよ。

(2) 凸四角形 ABCD において， $\angle\mathrm{BAD} = \alpha, \mathrm{BC} = a, \mathrm{CD} = b$ とする。この四角
面積が最大となるときの形状を決定せよ。

4 座標平面上の点で, x 座標と y 座標がともに整数であるものを格子点という。自
$n \geqq 3$ に対し, 頂点がすべて格子点であるような正 n 角形を格子正 n 角形とよぶ
にする。 次の問に答えよ。

(1) 格子正三角形は存在しないことを示せ。

(2) 格子正五角形は存在しないことを示せ。

5 まだ分数の割り算を知らない子供に $\frac{1}{2} \div \frac{1}{3}$ をどのように考えたら良いと思うかを尋ねたら，子供は次のように答えました。
「ええっと $\frac{1}{2}$ の中に $\frac{1}{3}$ は 1 つあって, 残りの部分は $\frac{1}{6}$ なので， $\frac{1}{2} \div \frac{1}{3} = 1$ 余り $\frac{1}{6}$ となるんじゃない？」
その子供に次のように返答しました。
「もしも $10 \div 7$ を考えるのならば，10 の中に 7 は 1 つあって，残りの部分は 3 で，3 の中にもう 7 は取れないので $10 \div 7 = 1$ 余り 3 という答え方があるね。それとそっくりな考え方だから，そういう考え方もいいと思うけど， $10 \div 7 = 1.42857142857\ldots$ のように答えに余りを使わない考え方の割り算もあるよね。そのような割り算をできないかな。」
すると子供はこう答えました。
「$\frac{1}{2}$ の中に $\frac{1}{3}$ は 1 つあって, 残りの部分は $\frac{1}{6}$ で，この中に $\frac{1}{3}$ が何個あるか考えればいいから...

$$\frac{1}{2} \div \frac{1}{3} = 1 + \left(\frac{1}{6} \div \frac{1}{3}\right) = 1 + \frac{1}{3}\left(\frac{1}{2} \div \frac{1}{3}\right) = \cdots = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \cdots」$$

この式は，通常期待されている答えの $\frac{3}{2}$ とは表記が異なりますが，自然数同士の割り算で商が無限小数になる場合と同様に正しい計算とみなすことができます。子供が最後の式をどのような手法で得たのかは定かではありませんが，最後の式を導く手法がいくつか考えられます。このことに関する次の問題に答えてください。

(1) $\frac{1}{7} = \frac{1}{10} \times 1 + \frac{3}{70}$ に注意すると $\frac{1}{7} \div \frac{1}{10} = 1 + \left(\frac{3}{70} \div \frac{1}{10}\right) = 1 + \frac{3}{10}\left(\frac{1}{7} \div \frac{1}{10}\right)$ とみて，以下同様の操作を繰り返すことにより，子供が考えた割り算のように， $\frac{1}{7} \div \frac{1}{10}$ を無限個の和で表記しなさい。

(2) a を実数とするとき, 次の和を求められないか考察しなさい。必要があれば a に適当な条件をつけて構いません。

$$1 + a + a^2 + a^3 + \cdots$$

(3) $\frac{1}{7} \div \frac{1}{10} = 1 + \left(\frac{3}{70} \div \frac{1}{10}\right) = 1 + \frac{1}{10}\left(\frac{3}{7} \div \frac{1}{10}\right) = 1 + \frac{1}{10}\left(\frac{30}{70} \div \frac{7}{70}\right)$
$= 1 + \frac{1}{10}\left(\left(\frac{28}{70} + \frac{2}{70}\right) \div \frac{7}{70}\right) = 1 + \frac{1}{10}\left(4 + \frac{2}{70} \div \frac{7}{70}\right) = 1 + \frac{4}{10} + \frac{1}{10^2}\left(\frac{20}{70} \div \frac{7}{70}\right)$
とみて，以下同様の操作を繰り返すことにより， $\frac{1}{7} \div \frac{1}{10}$ を $a_0 + \frac{b_1}{10} + \frac{b_2}{10^2} + \cdots + \frac{b_n}{10^n} + \cdots$ の形で表しなさい。

(4) 実数 x と 0 から $n-1$ までのいくつかの整数 a_0, a_1, a_2, a_k , $b_1, b_2, b_3, \ldots$ が

$$x = a_k n^k + a_{k-1} n^{k-1} + \cdots + a_2 n^2 + a_1 n + a_0 + \frac{b_1}{n} + \frac{b_2}{n^2} + + \frac{b_3}{n^3} + \cdots$$

をみたす時に，負でない整数 $a_k, a_{k-1}, \ldots, a_2, a_1, a_0$ と小数点と呼ばれる「.」と負でない整数 $b_1, b_2, b_3, \cdots$ をこの順番に並べた

$$a_k a_{k-1} \cdots a_2 a_1 a_0 . b_1 b_2 b_3 \cdots$$

のことを実数 x の n 進表記といいます。例えば $\frac{3}{2}$ の 3 進表記は

$$1.11111 \cdots$$

であり， $\frac{10}{7}$ の 10 進表記は

$$1.42857142857 \cdots$$

となります。 $\frac{11}{8}$ を 3 進表記しなさい。