

数 学 $\frac{1}{6}$

I 次の各問に答えよ。なお、解答用紙の所定欄に答のみを記入すること。

(1) $x^{2016} + 3x + 1$ を $x^2 - 1$ で割った余りを求めよ。

(2) 次の連立方程式を解け。

$$\begin{cases} x + y = 4 \\ xy = 2 \end{cases}$$

(3) 座標平面上の点 $(3, 2)$ を通る直線が、3点 $(0, 0)$, $(2, 0)$, $(0, 2)$ を頂点とする三角形の面積を2等分するとき、この直線の傾きを求めよ。

(4) 1から120までの自然数のうち、2, 3, 5のいずれでも割り切れない数の個数を求めよ。

(5) $a = \log_2 3$ とおく。 $\log_2 9 + \log_3 4 + \log_4 2$ を a で表せ。

(6) $\sin \theta + \cos \theta = \frac{1}{2}$ のとき、 $\sin^3 \theta - \cos^3 \theta$ の値を求めよ。

(7) 2つの放物線 $y = x^2$ と $y = x^2 - 4x + 8$ の共通接線の方程式を求めよ。

(8) 2つの放物線 $y = x^2 - 2x$, $y = -x^2 + 4$ で囲まれた図形を y 軸で2つに分けたとき、 $x \geq 0$ の部分の面積を求めよ。

数 学 $\frac{2}{6}$

[メモ欄]

II 座標平面上に 3 つの放物線

$$C_1 : y = x^2$$

$$C_2 : y = -(x-4)^2 + 1$$

$C_3 : C_1$ を x 軸方向に $p (\neq 0)$, y 軸方向に q だけ平行移動したもの

がある。次の各問に答えよ。

- (1) C_3 の方程式を求めよ。
- (2) C_2 の x 座標が a である点における接線の傾きを求めよ。
- (3) C_2 と C_3 が接するとき
 - (i) 接点の x 座標を p で表せ。
 - (ii) 成分が (p, q) であるベクトルと C_2 , C_3 の共通接線とが垂直な場合の p の値を求めよ。
- (4) C_1 と C_2 の距離, すなわち C_1 上の点と C_2 上の点との距離の最小値を求めよ。

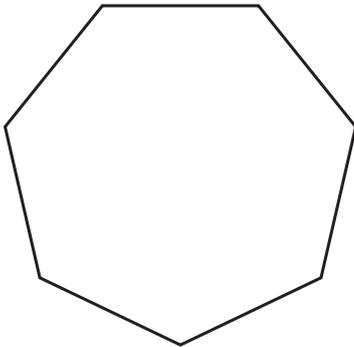
数 学 $\frac{4}{6}$

[メモ欄]

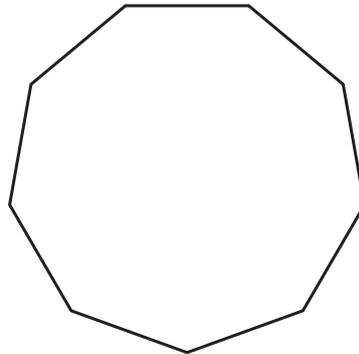
Ⅲ 次の各問に答えよ。ただし、合同であっても位置の異なる三角形は区別するものとする。

- (1) 正7角形の頂点から3つの頂点を選んで三角形をつくる。
- (i) この正7角形の1つの頂点をAとする。点Aを頂点として選んだ三角形のうち、三角形の内角 $\angle A$ が鈍角となるような三角形の個数を求めよ。
- (ii) できる三角形のうち、鈍角三角形の個数を求めよ。
- (iii) できる三角形のうち、鋭角三角形の個数を求めよ。
- (2) 正9角形の頂点から3つの頂点を選んで三角形をつくるとき、鋭角三角形の個数を求めよ。
- (3) 正11角形の頂点から3つの頂点を選んで三角形をつくるとき、鋭角三角形の個数を求めよ。

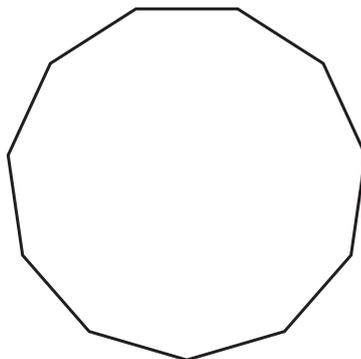
正7角形



正9角形



正11角形



数 学 $\frac{6}{6}$

〔メモ欄〕