

数 学  $\frac{1}{6}$

I 次の各問に答えよ。なお、解答用紙の所定欄に答のみを記入すること。

- (1)  $x = \frac{\sqrt{5} - \sqrt{2}}{\sqrt{5} + \sqrt{2}}$ ,  $y = \frac{\sqrt{5} + \sqrt{2}}{\sqrt{5} - \sqrt{2}}$  のとき,  $x^2 + y^2$  の値を求めよ。
- (2)  $\sqrt{2016}$  の整数部分を求めよ。ただし,  $3.74 < \sqrt{14} < 3.75$  であることを使ってもよい。
- (3) 3 辺の長さが 6, 7, 8 である三角形の外接円の半径を求めよ。
- (4)  $\tan \frac{\pi}{12}$  の値を求めよ。
- (5)  $p, q$  を定数とする。  $x^3 + px + q - 1$  が  $x$  の 1 次式の 2 乗で割り切れるとき,  $p$  と  $q$  が満たす関係式を求めよ。
- (6)  $\frac{n}{10} < \log_3 2 < \frac{n+1}{10}$  を満たす自然数  $n$  を求めよ。
- (7) 虚数単位  $i$  に対し,  $\left(\frac{1+i}{\sqrt{3}+i}\right)^{12}$  の値を求めよ。
- (8)  $-\frac{\pi}{2} < a < \frac{\pi}{2}$  のとき, 極限  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{\sin(a+h)}{\cos(a+h)} - \frac{\sin a}{\cos a}}{h}$  を求めよ。

数 学  $\frac{2}{6}$

[メモ欄]

数 学  $\frac{3}{6}$

Ⅱ  $x \geq 1$  の範囲で関数  $f(x) = \frac{\log x}{x}$  を考える。次の各問に答えよ。

- (1)  $x \geq 1$  のとき、 $\sqrt{x} \geq \log x$  が成り立つことを示せ。
- (2) (1)を利用して極限  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\log x}{x}$  を求めよ。
- (3)  $f(x)$  の増減表をかき、極値を求めよ。
- (4)  $a$  を 0 以上の定数とする。方程式  $f(x) = a$  の異なる実数解の個数を求めよ。
- (5)  $\sqrt{2}, \sqrt[3]{3}, \sqrt[5]{5}, \sqrt[7]{7}$  の大小関係を不等式で表せ。

数 学  $\frac{4}{6}$

[メモ欄]

Ⅲ  $k$  を定数とする。座標平面上に

$$\text{曲線 } \sqrt{x} + \sqrt{y} = 4 \quad \cdots \textcircled{1} \quad \text{と} \quad \text{直線 } y = -3x + k \quad \cdots \textcircled{2}$$

がある。次の各問に答えよ。

- (1) 曲線①上の点  $(x, y)$  に対し、 $x$  の取り得る値の範囲は  $0 \leq x \leq 16$  であることを説明せよ。
- (2) 曲線①の方程式を  $y$  について解き、 $y$  を  $x$  の関数と見て、その増減と凹凸を調べよ。
- (3) 直線②が曲線①に接するとき、 $k$  の値と接点の座標を求めよ。
- (4) (3) の条件の下で、曲線①と  $y$  軸および直線②で囲まれた部分の面積  $S_1$  を求めよ。
- (5) 曲線①と

$$\text{曲線 } \sqrt{x} + \sqrt{-y} = 4 \quad \cdots \textcircled{3} \quad \text{および} \quad \text{直線 } y = -x + 8 \quad \cdots \textcircled{4}$$

で囲まれた部分の面積  $S_2$  を求めよ。

数 学  $\frac{6}{6}$

〔メモ欄〕