

## 数 学 $\frac{1}{6}$

I 次の各問に答えよ。なお、解答用紙の所定欄に答のみを記入すること。

(1) 3次方程式  $x^3 + x^2 + 2x - 4 = 0$  を複素数の範囲で解け。

(2) 次の連立方程式を実数の範囲で解け。

$$\begin{cases} x = y^2 \\ y = -x^2 \end{cases}$$

(3) 4人でじゃんけんをしたとき、あいこになる確率を求めよ。ただし、あいこは誰も勝たないこととする。

(4) 命題「 $x, y$  がともに無理数ならば、 $x + y, xy$  の少なくとも一方は無理数である。」は偽である。反例をあげよ。

(5)  $4^x + 4^{-x} = 7$  のとき  $8^x - 8^{-x}$  の値を求めよ。

(6)  $x$  の方程式  $\sin 5x + \sin x = 0$   $\left(0 < x < \frac{\pi}{2}\right)$  を解け。

(7)  $1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + \cdots + (2n-1)^2 - (2n)^2$  を求めよ。

(8) 平行四辺形 ABCD があり、辺 CD 上に点 E を  $CE : ED = 1 : 2$  を満たすようにとり、辺 AD 上に点 F を  $AF = FD$  を満たすようにとる。AE, BF の交点を P,  $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$ ,  $\overrightarrow{AD} = \vec{d}$  として、 $\overrightarrow{AP}$  を  $\vec{b}, \vec{d}$  を用いて表せ。

数 学  $\frac{2}{6}$

[メモ欄]

数 学  $\frac{3}{6}$

Ⅱ  $t$  を正の実数とし,  $xy$  平面上に 2 点  $A(0, 1)$ ,  $B(t, 0)$  をとる。次の各問に答えよ。

- (1) 直線  $AB$  の方程式を求めよ。
- (2) 原点を中心とし, 直線  $AB$  に接する円を  $C_t$  とする。円  $C_t$  と直線  $AB$  の接点  $P$  の座標を求めよ。
- (3) (2) の円  $C_t$  の方程式を求めよ。
- (4)  $t$  が  $t > 0$  の範囲を動くとき, (2) で求めた接点  $P$  の軌跡を求めよ。

数 学  $\frac{4}{6}$

〔メモ欄〕

Ⅲ  $a$  を実数とする。放物線  $C: y = x^2 - 2ax + 2a$  について、次の各問に答えよ。

- (1)  $t$  を定数とするとき、 $C$  の  $x = t$  の点における接線の方程式を求めよ。
- (2) 原点から  $C$  に 2 本の接線  $l_1, l_2$  が引けるような  $a$  の値の範囲を求めよ。
- (3)  $a$  が (2) で求めた範囲にあるとき、 $l_1$  と  $l_2$  が垂直に交わるような  $a$  の値を求めよ。
- (4) 放物線  $C$  の頂点の  $y$  座標が最大になるときの  $a$  の値を求めよ。
- (5)  $a$  が (4) の値をとるとき、原点から  $C$  へ引いた接線のうち傾きが正であるものと曲線  $C$  および  $y$  軸で囲まれた部分の面積  $S$  を求めよ。

数 学  $\frac{6}{6}$

〔メモ欄〕