

数 学 $\frac{1}{6}$

I 次の各問に答えよ。なお、解答用紙の所定欄に答のみを記入すること。

(1) 3次方程式 $x^3 + x^2 + 2x - 4 = 0$ を複素数の範囲で解け。

(2) 次の連立方程式を実数の範囲で解け。

$$\begin{cases} x = y^2 \\ y = -x^2 \end{cases}$$

(3) 4人でじゃんけんをしたとき、あいこになる確率を求めよ。ただし、あいこは誰も勝たないこととする。

(4) 命題「 x, y がともに無理数ならば、 $x + y, xy$ の少なくとも一方は無理数である。」は偽である。反例をあげよ。

(5) $4^x + 4^{-x} = 7$ のとき $8^x - 8^{-x}$ の値を求めよ。

(6) x の方程式 $\sin 5x + \sin x = 0$ $\left(0 < x < \frac{\pi}{2}\right)$ を解け。

(7) $1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + \cdots + (2n-1)^2 - (2n)^2$ を求めよ。

(8) 平行四辺形 ABCD があり、辺 CD 上に点 E を $CE : ED = 1 : 2$ を満たすようにとり、辺 AD 上に点 F を $AF = FD$ を満たすようにとる。AE, BF の交点を P, $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{d}$ として、 \overrightarrow{AP} を \vec{b}, \vec{d} を用いて表せ。

数 学 $\frac{2}{6}$

〔メモ欄〕

数 学 $\frac{3}{6}$

Ⅱ t を正の実数とし, xy 平面上に 2 点 $A(0, 1)$, $B(t, 0)$ をとる。次の各問に答えよ。

- (1) 直線 AB の方程式を求めよ。
- (2) 原点を中心とし, 直線 AB に接する円を C_t とする。円 C_t と直線 AB の接点 P の座標を求めよ。
- (3) (2) の円 C_t の方程式を求めよ。
- (4) t が $t > 0$ の範囲を動くとき, (2) で求めた接点 P の軌跡を求めよ。

数 学 $\frac{4}{6}$

[メモ欄]

Ⅲ a を実数とする。放物線 $C: y = x^2 - 2ax + 2a$ について、次の各問に答えよ。

- (1) t を定数とするとき、 C の $x = t$ の点における接線の方程式を求めよ。
- (2) 原点から C に 2 本の接線 l_1, l_2 が引けるような a の値の範囲を求めよ。
- (3) a が (2) で求めた範囲にあるとき、 l_1 と l_2 が垂直に交わるような a の値を求めよ。
- (4) 放物線 C の頂点の y 座標が最大になるときの a の値を求めよ。
- (5) a が (4) の値をとるとき、原点から C へ引いた接線のうち傾きが正であるものと曲線 C および y 軸で囲まれた部分の面積 S を求めよ。

数 学 $\frac{6}{6}$

[メモ欄]