

令和2年度 情報学群AO入試 B区分

数 学 ① $\frac{1}{4}$

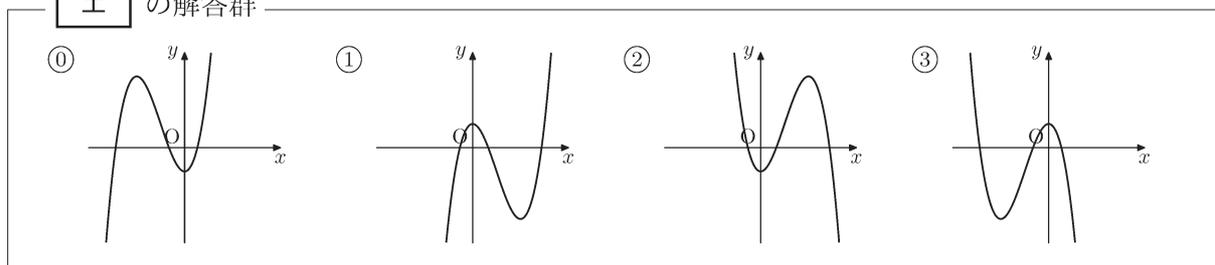
以下の問1～3のすべてに解答しなさい。問2・3は解答の過程も記述しなさい。

問1. 関数 $f(x)$ を $f(x) = x^3 + 3ax^2 + a^2$ とし (a は定数), $y = f(x)$ のグラフの概形について考える。以下の文章中の空欄 **ア**～**ウ**, **キ** にあてはまる数をそれぞれ答えなさい。また, 空欄 **エ**～**カ**, **ク**～**コ** に入れるのに最も適当なものを下の解答群のうちから一つずつ選びなさい。

(1) まず, 定数 a に具体的な値を代入して考えてみよう。 $a = -1$ のときの関数 $f(x)$ を $g(x)$ と呼ぶ。 $g(x) = x^3 - 3x^2 + \text{ア}$ である。

関数 $g(x)$ を x で微分すると, $g'(x) = 3x^2 - \text{イ}$ x である。ここで $g'(x) = 0$ を解くと $x = 0$ と $x = \text{ウ}$ を得る。 $y = g(x)$ のグラフの概形は **エ** である。

エ の解答群



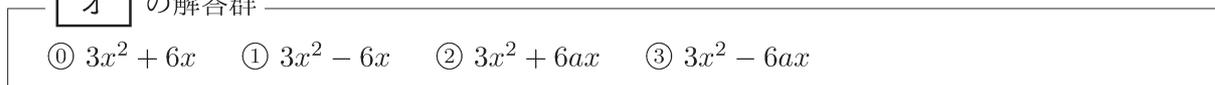
(2) 次に, 元の関数 $f(x)$ について考えよう。

関数 $f(x)$ を x で微分すると, $f'(x) = \text{オ}$ である。 $f'(x) = 0$ を解くと, $x = 0$ と $x = \text{カ}$ を得る。これから, 定数 a のいくつかの場合について, $y = f(x)$ のグラフの概形を考える。

(i) $a = \text{キ}$ のとき, $f'(x) = 0$ の解は重解となる。 $a = \text{キ}$ のときの $y = f(x)$ のグラフの概形は **ク** である。

(ii) $a > \text{キ}$ のとき, $f'(x) = 0$ の二つの解 0 と **カ** を比較すると 0 の方が大きい。したがって, 関数 $f(x)$ は $x = 0$ において **ケ**。 $a > \text{キ}$ のときの $y = f(x)$ のグラフの概形は **コ** である。

オ の解答群



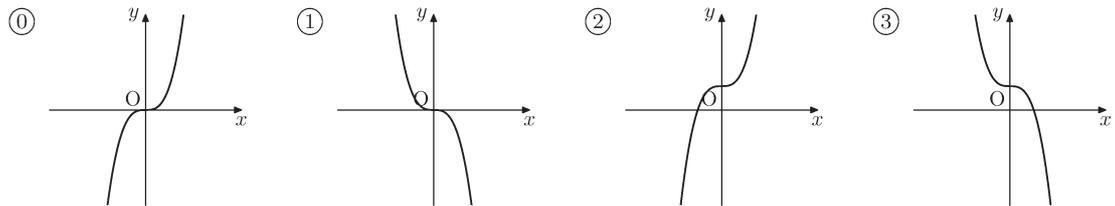
令和2年度 情報学群AO入試 B区分

数 学 ① $\frac{2}{4}$

カ の解答群

- ① 2 ② -2 ③ 2a ④ -2a

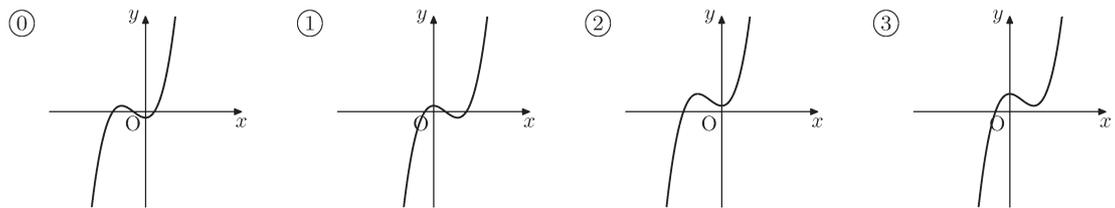
ク の解答群



ケ の解答群

- ① 極大値をとる ② 極小値をとる ③ 原点を通る

コ の解答群



令和2年度 情報学群AO入試 B区分

数 学 ① $\frac{3}{4}$

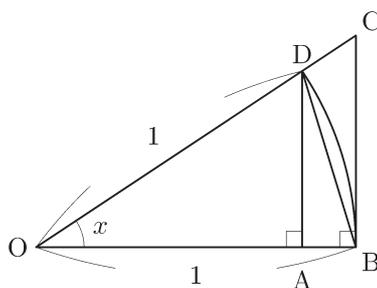
問2. 関数 $f(x)$ を $f(x) = x^3 + 3x$ とし, k を実数の定数とする。二つの曲線 $C_1 : y = f(x)$ と $C_2 : y = f(x - k) - 8$ がある点 (p, q) で接する。すなわち, 曲線 C_1 と C_2 は点 (p, q) を通り, かつ, 曲線 C_1 の点 (p, q) における接線と曲線 C_2 の点 (p, q) における接線とが一致する。このとき k の値を求めよ。

問 3. 角の単位は弧度法とする。

(1) 下の図を参考にして、 $0 < x < \frac{\pi}{2}$ において

$$\sin x < x < \tan x$$

であることを証明せよ。



(2) (1) の結果を用いて

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

を証明せよ。

数学①はここまで