

令和3年度 情報学群 総合型選抜 B区分

プログラミング  $\frac{1}{5}$

以下の問1～3のすべてに答えなさい。

自然数の正の平方根の近似値を求める手続きを作りたい。この問題では、自然数の正の平方根の近似値を、その自然数の正の平方根の小数第三位を切り捨てた数とする。そのような数は、小数部分の桁数が2桁である正の数のなかで、2乗してその自然数を超えない最大の数である。

問1 3の正の平方根の近似値を求める方法を考える。以下の空欄  ～  にあてはまる数を答えなさい。

次の方針で3の正の平方根の近似値を求める。

方針1 小数部分の桁数が2桁である正の数を0.01から小さい順に列挙し、2乗して3を超えるかどうか調べる。2乗して3を超えなかった最後の数が3の正の平方根の近似値である。

この方針で、小数部分の桁数が2桁である正の数の2乗を順に計算すると、下のようになる。

$$0.01 \times 0.01 = 0.0001$$

$$0.02 \times 0.02 = \text{ア}$$

⋮

$$1.73 \times 1.73 = 2.9929$$

$$1.74 \times 1.74 = 3.0276$$

これより、 が3の正の平方根の近似値であると分かる。この方法では3の正の平方根の近似値が見つかるまでに2乗の計算を 回行わなければならない。

より少ない回数の2乗の計算で近似値を求めるために、次の新しい方針を考える。

方針2 近似値を、上の位から順に求める。各位には数字を1から小さい順にあてはめて2乗し、3を超えるかどうかを調べる。

令和3年度 情報学群 総合型選抜 B区分

プログラミング  $\frac{2}{5}$

最初に次のように、1から1ずつ増やしながら、2乗して3を超えるかどうかを調べることで、1の位を求める。

$$1 \times 1 = 1$$

$$2 \times 2 = 4$$

これより、2乗の計算を2回行うことで、1の位は1であると分かる。次に、小数第一位を求める。これは次のように、1.1から0.1ずつ増やしながら、2乗して3を超えるかどうかを調べて求める。

$$1.1 \times 1.1 = 1.21$$

⋮

$$1.7 \times 1.7 = 2.89$$

$$1.8 \times 1.8 = 3.24$$

これより、小数部分の桁数が1桁である数の2乗の計算を  回行うことで、小数第一位が分かる。最後に、同様にして小数第二位を求めることで、 が3の正の平方根の近似値であると分かる。

方針2で3の正の平方根の近似値が見つかるまでに行う2乗の計算回数は、それぞれの位の数を求めるのに行った2乗の計算回数の和である。したがって、この方法では3の正の平方根の近似値が見つかるまでに2乗の計算を  回行う。

**問2** 100未満の自然数の正の平方根は0より大きく、10未満であることが分かっている。以降では、100未満の自然数xの正の平方根の近似値を求める手続きを作る。以下の空欄  ～  にあてはまるものを解答群から選びなさい。

まず、方針1に従って求める手続きを作る。問1で3の正の平方根を求めた例で、答（求める近似値）の次の数まで計算したことに注意すると、この手続きは図1のようになる。

- (01) kotae  $\leftarrow$  0.01
- (02)   $\leq X$  が成り立つ間,
- (03) | kotae  $\leftarrow$  kotae +
- (04) を繰り返す
- (05) kotae - 0.01 を表示する

図 1: 方針 1 に従って求める手続き

次に、方針 2 に従って求める手続きを作る。この手続きは図 2 のようになる。

- (01) kotae  $\leftarrow$  0.00
- (02) tasukazu  $\leftarrow$  1.00
- (03) keta を 0 から 2 まで 1 ずつ増やしながら,
- (04) | kotae  $\leftarrow$  kotae + tasukazu
- (05) |   $\leq X$  が成り立つ間,
- (06) | | kotae  $\leftarrow$  kotae +
- (07) | を繰り返す
- (08) | kotae  $\leftarrow$  kotae - tasukazu
- (09) | tasukazu  $\leftarrow$  tasukazu  $\div$
- (10) を繰り返す
- (11)  を表示する

図 2: 方針 2 に従って求める手続き

~  の解答群

- ① 1
- ② 10
- ③ 0.1
- ④ 0.01
- ⑤ kotae
- ⑥ tasukazu
- ⑦ keta
- ⑧ kotae  $\times$  kotae

令和3年度 情報学群 総合型選抜 B区分

プログラミング 4/5

問3 次の方針3でも、100未満の自然数 $x$ の正の平方根の近似値を求めることができる。

方針3 まず、 $x$ の正の平方根の近似値が存在する範囲を0.01以上10.00未満とする。範囲を中央値付近で2つに分け、近似値がどちらにあるかを調べることで、範囲を半分に狭める。これを、範囲が十分に狭くなるまで繰り返す。

この方針に従って求める手続きは図3のようになる。変数  $ue$ ,  $sita$ ,  $tyuuou$  には小数部分が2桁である数が入る。次の(1)~(4)に答えなさい。

- (01)  $ue \leftarrow 10.00$
- (02)  $sita \leftarrow 0.01$
- (03)  $ue - sita > 0.01$  が成り立つ間,
- (04)  $tyuuou \leftarrow (ue + sita) \div 2$  の小数第三位を切り捨てる
- (05) もし  $tyuuou \times tyuuou \leq x$  ならば
- (06)  $sita \leftarrow tyuuou$
- (07) そうでなければ
- (08)  $ue \leftarrow tyuuou$
- (09) を実行する
- (10) を繰り返す
- (11)  を表示する

図3: 方針3に従って求める手続き

- (1) 図3の手続きで $x$ の正の平方根の近似値を求めるとき、1回目から4回目について(04)行目を実行する直前の変数 $ue$ と $sita$ の値を答えなさい。
- (2) 変数 $ue$ と $sita$ についての不等式 $sita \times sita \leq x < ue \times ue$ を条件①と呼ぶことにする。(04)行目の実行直前に条件①が成り立っていれば、(05)行目から(09)行目の実行直後にも条件①が成り立っていることを示す。以下の空欄  ~  に入れるべきものを $<$ ,  $\leq$ ,  $=$ ,  $\geq$ ,  $>$ から選びなさい。同じ記号を複数回選んでもよい。

令和3年度 情報学群 総合型選抜 B区分

プログラミング 5/5

(04) 行目の実行直前に条件①が成り立っているとす。 (04) 行目では変数  $ue$  と  $sita$  の値は変化しないので, (04) 行目の実行直後も条件①は保存される。 (05) 行目の条件が成立したとき,  $tyuuou \times tyuuou$    $X$  が成り立つので, (06) 行目の実行直後も  $sita \times sita$    $X$  が成り立つ。変数  $ue$  の値は (06) 行目の実行で変化しないので  $X$    $ue \times ue$  も成り立つ。また, (05) 行目の条件が成立しなかったとき,  $tyuuou \times tyuuou$    $X$  が成り立つので, (08) 行目の実行直後も  $X$    $ue \times ue$  が成り立つ。変数  $sita$  の値は (08) 行目の実行で変化しないので  $sita \times sita$    $X$  も成り立つ。したがって, (05) 行目から (09) 行目の実行直後にも条件①が成り立つ。

- (3) 図3の手続きの中の  に入る変数を答えなさい。また, その変数の値が, 小数部分の桁数が2桁である正の数の中で  $X$  の正の平方根を超えない最大の数である理由を答えなさい。ただし, 以下の性質は証明なしに使ってよい。

性質1 図3の手続きの(05)行目から(09)行目の実行直後では, 常に条件①が成り立つ。

- (4) 図3の手続きで(05)行目の2乗の計算が行われる回数は10回以下である。その理由を答えなさい。