

問 1

$\triangle OAB$ において, $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ とおくとき, $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 3$, $|\vec{a} + \vec{b}| = 4$ である。このとき, 以下の(1)~(4)に答えよ。

- (1) 内積 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ を求めよ。また, 辺 AB の長さを求めよ。
- (2) $\triangle OAB$ の面積を求めよ。
- (3) $\overrightarrow{OP} = \vec{p}$ として, $|4\vec{p} - \vec{a} - 3\vec{b}| \leq |\vec{a} - \vec{b}|$ を満たす点 P の存在する領域の面積を求めよ。
- (4) 点 Q は $AQ \perp OB$, $BQ \perp OA$ を満たすとする。 $\overrightarrow{OQ} = s\vec{a} + t\vec{b}$ となる実数 s, t を求めよ。

令和3年度 システム工学群 総合型選抜

数 学 $\frac{2}{6}$

〔メモ欄〕

問2

$0 \leq \theta \leq \pi$ のとき、 $f(\theta) = \cos 4\theta + 3 \sin \theta \cos \theta$ とおく。このとき、以下の(1)~(3)に答えよ。なお必要に応じて三角関数の加法定理 $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$ 、および $\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$ を用いてよい。

- (1) $\sin 2\theta = t$ とおくとき、 $f(\theta)$ を t で表せ。
- (2) $f(\theta)$ の最小値 m とそのときの θ の値を求めよ。
- (3) $f(\theta)$ の最大値 M を求めよ。また、 $f(\theta) = M$ を満たす θ のうち、小さい方を x 、大きい方を y とするとき、 $\cos x = \sin y$ であることを示せ。

令和3年度 システム工学群 総合型選抜

数 学 $\frac{4}{6}$

〔メモ欄〕

令和3年度 システム工学群 総合型選抜

数 学 $\frac{5}{6}$

問3

O を原点とする座標平面上に、円 $x^2 + y^2 + 2y - 3 = 0$ ……① がある。円①と x 軸の交点を A, B (A の x 座標 $<$ B の x 座標) , 円①の中心を C , 半径を r とする。このとき、以下の(1)~(4)に答えよ。

- (1) 3点 A, B, C の座標と、 r の値を求めよ。
- (2) 点 A における円①の接線 ℓ の方程式を求めよ。また、 $\angle OCA$ の大きさを求めよ。
- (3) 放物線 $y = ax^2 + bx + c$ ……② が2点 A, B を通り、さらに、点 A で(2)の ℓ に接するとき、定数 a, b, c の値を求めよ。
- (4) (3)のとき、円①の $y \geq 0$ の部分と放物線②で囲まれる部分の面積を求めよ。

令和3年度 システム工学群 総合型選抜

数 学 $\frac{6}{6}$

〔メモ欄〕