

プログラミング 1/5

問1・2のすべてに答えなさい。

コンピューティングにおいてソート（整列）は様々な場面で用いられる。「クイックソート」は、ソートを行うアルゴリズムの1つである。クイックソートにおいて重要な処理の1つは、数からなる列を、ある値（ピボットと呼ぶ）以下の要素からなる列と、ピボットより大きい要素からなる列に分けることである。

問1 この処理を実現する方法として、以下の方針1について考えよう。

方針1 最初、列 A と列 B は空とする。また、入力列の第1要素をピボットとする。入力列の第2要素から順に見ていき、その要素がピボット以下であれば列 A の末尾に、ピボットより大きければ列 B の末尾に入れる。

例えば、入力列が $[2, 7, 1, 8, 2, 8, 1]$ のとき、上の方針1を実行した後は列 A は $[1, 2, 1]$ に、列 B は $[7, 8, 8]$ になる。入力列の第1要素が列 A にも列 B にも入らないことに注意しなさい。

以下の小問(1)・(2)のすべてに答えなさい。

(1) 以下の文の空欄 ア ～ エ に入る数を答えなさい。

入力列 $[3, 1, 4, 1, 5, 9, 2, 6, 5]$ に対して、上の方針1を実行する。このとき、列 A の第1要素は ア となり、列 B の第2要素は イ となる。また、方針1を実行した結果、列 A には ウ 個の要素が含まれ、列 B には エ 個の要素が含まれる。

(2) 図1は、入力列 $nyuryoku$ とその要素数 $kosuu$ が与えられたとき、方針1に従って2つの列 $retuA$ と $retuB$ を求める手続きである。ただし、列 $nyuryoku$, $retuA$, $retuB$ はそれぞれ配列で表され、配列は添字が1から始まり十分な長さがある。例えば、 $nyuryoku$ が $[2, 7, 1, 8, 2, 8, 1]$ のとき、3つの配列は以下のように変化する。

添字	1	2	3	4	5	6	7		添字	1	2	3	4	5	6	7
$nyuryoku$	2	7	1	8	2	8	1		$nyuryoku$	2	7	1	8	2	8	1
$retuA$								⇒	$retuA$	1	2	1				
$retuB$									$retuB$	7	8	8				

プログラミング $\frac{2}{5}$

```

(01) kosuuA ← 0
(02) kosuuB ← 0
(03) p ← nyuryoku[1]
(04) 才
(05)   カ
(06)   |   キ
(07)   |   ク
(08)   |   そうでなければ以下を実行する
(09)   |   ケ
(10)   |   コ
(11) 「列 A」と retuA と「と列 B」と retuB を表示する

```

オ～コ の解答群

- ① もし $\text{nyuryoku}[i] \leq p$ ならば以下を実行する
- ② もし $\text{nyuryoku}[\text{kosuuA} + \text{kosuuB}] \leq p$ ならば以下を実行する
- ③ i を 1 から kosuu まで 1 ずつ増やしながら以下を繰り返す
- ③ i を 2 から kosuu まで 1 ずつ増やしながら以下を繰り返す
- ④ $\text{retuA}[\text{kosuuA}] \leftarrow \text{nyuryoku}[i]$
- ⑤ $\text{retuA}[i] \leftarrow \text{nyuryoku}[\text{kosuuA}]$
- ⑥ $\text{retuB}[\text{kosuuB}] \leftarrow \text{nyuryoku}[i]$
- ⑦ $\text{retuB}[i] \leftarrow \text{nyuryoku}[\text{kosuuB}]$
- ⑧ $\text{kosuuA} \leftarrow \text{kosuuA} + 1$
- ⑨ $\text{kosuuB} \leftarrow \text{kosuuB} + 1$

問2 問1の手続きでは、入力配列の他に2つの配列を用いた。ここでは、入力配列以外に配列を用いることなく目的の処理を行う手続きについて考えよう。処理を行った後、ピボット以下の要素が配列の左部分（添字の小さい側）、ピボットより大きい要素が配列の右部分（添字の大きい側）となるようにし、ピボットはそれら左部分と右部分の間に入れることとする。ただし、左部分および右部分のそれぞれの中では、要素の順番が入力と変わっていてもよいものとする。

例えば、列 $[2, 7, 1, 8, 2, 8, 1]$ に対して処理を行ったとき、結果が $[1, 2, 1, 2, 7, 8, 8]$ や $[1, 1, 2, 2, 8, 8, 7]$ となるようにしたい。ここで、下線は左部分、二重下線は右部分を表している。

図2は、入力の列 `retu` とその要素数 `kosuu` が与えられたとき、左部分にピボット以下の要素、右部分にピボットより大きい要素を置く手続きである。ただし、(09) 行目において、 $i+1=j$ のときには配列は変化しない。

```

(01) p ← retu[1]
(02) i ← 1
(03) j ← kosuu
(04) i < j の間繰り返す
(05)   もし retu[i+1] ≤ p ならば以下を実行する
(06)   |   retu[i] ← retu[i+1]
(07)   |   i ← i + 1
(08)   そうでなければ以下を実行する
(09)   |   retu[i+1] と retu[j] を入れ替える
           |   (i+1=j のときはそのままにする)
(10)   |   j ← j - 1
(11) retu[i] ← p
(12) 「列」と retu を表示する

```

図 2: 別の配列を使わない手続き

令和6年度 情報学群 総合型選抜 B区分

プログラミング 4/5

以下の小問 (1)~(4) のすべてに答えなさい。

(1) 入力 $\text{retu} = [3, 1, 4, 1, 5, 9, 2]$ であるとする。このとき, (04)~(10) 行目の繰り返しの実行の直前において, $p = 3, i = 1, j = 7$ となっている。以下の各時点の i, j , および retu の要素の値をそれぞれ答えなさい。

- (a) (04)~(10) 行目の繰り返しの内部の処理を 1 回実行した直後。
- (b) (04)~(10) 行目の繰り返しの内部の処理を 2 回実行した直後。
- (c) (04)~(10) 行目の繰り返しの内部の処理を 3 回実行した直後。
- (d) (04)~(10) 行目の繰り返しの処理がすべて終わった直後 ((11) の実行の直前)。

(2) 図 2 の手続きは必ず止まる。 $\text{kosuu} \geq 2$ のとき, (04)~(10) の繰り返しの内部を実行するたびに値が必ず減る式を示しなさい。さらに, 繰り返しの内部を実行するたびにその式の値が減ること, および, 図 2 の手続きが必ず止まることを証明しなさい。(なお, この式は図 2 には直接現れない。図 2 中の変数を組み合わせて得られる式である。)

(3) この手続きが, 左部分にピボット以下の要素を, 右部分にピボットより大きい要素を置くことの証明について, 以下の文の空欄 サ ~ タ に入れるべき語句を次ページの解答群からそれぞれ選びなさい。

(04)~(10) 行目の繰り返しを実行している間, 性質 ① 「配列の添字が サ 要素は, 値がすべてピボット以下である。配列の添字が シ 要素は, 値がすべてピボットより大きい。」が常に成り立つことを証明する。

1 回目の繰り返しの直前では, $i = 1$ かつ $j = \text{kosuu}$ なので, 性質 ① は正しい。

k 回目の繰り返しの直前において, 性質 ① が成り立つと仮定する。繰り返しの (05) 行目で条件が成り立つとき, 繰り返しの結果 ス。このとき, 配列の添字が サ 要素が 1 つ増えるが, その要素は セ。繰り返しの (05) 行目で条件が成り立たないとき, 繰り返しの結果 ソ。このとき, 配列の添字が シ 要素が 1 つ増えるが, その要素は タ。よって, k 回目の繰り返しの実行の直後 ($k+1$ 回目の実行の直前) でも性質 ① が成り立つ。

以上の議論から, この手続きは左部分にピボット以下の要素を, 右部分にピボットより大きい要素を置くことが証明される。

サ, **シ** の解答群

- | | | |
|-----------|-----------|---------|
| ① i より小さい | ① i より大きい | ② i 以上の |
| ③ j より小さい | ④ j より大きい | ⑤ j 以上の |

ス, **ソ** の解答群

- | | |
|-----------------------|-----------------------|
| ① i は変化せず, j も変化しない | ① i は 1 増え, j は変化しない |
| ② i は 1 減り, j は変化しない | ③ i は変化せず, j は 1 増える |
| ④ i は 1 増え, j も 1 増える | ⑤ i は 1 減り, j は 1 増える |
| ⑥ i は変化せず, j は 1 減る | ⑦ i は 1 増え, j は 1 減る |
| ⑧ i は 1 減り, j も 1 減る | |

セ, **タ** の解答群

- | | |
|-------------|-------------|
| ① ピボットより小さい | ① ピボット以下である |
| ② ピボットより大きい | ③ ピボット以上である |

(4) 入力が, 1, 2, 3, 4, 5 をそれぞれ 1 つ含む列であるとする。

- (a) 図2の手続きの(09)行目が0回実行されるような入力を1つ答えなさい。
- (b) 図2の手続きの(09)行目が2回実行されるような入力を1つ答えなさい。
- (c) 図2の手続きの(09)行目が4回実行されるような入力を1つ答えなさい。