

令和6年度 データ&イノベーション学群 総合型選抜

数 学  $\frac{1}{6}$

問1 次の各問に答えよ。なお、解答用紙の所定欄に答えのみを記入すること。

(1)  $a$  を定数とする。 $x$  についての2次方程式  $x^2 - 2ax + a + 2 = 0$  が異なる2つの実数解をもつとき、 $a$  の値の範囲を求めよ。

(2)  $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$  とする。 $\sin \theta - \cos \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$  のとき、 $\sin \theta$ 、 $\cos \theta$  の値を求めよ。

(3) 曲線  $C : y = x^2(x - 6)$  がある。 $C$  上の  $x$  座標が1の点における  $C$  の接線の方程式を求めよ。

(4)  $-1 \leq x \leq 1$  の範囲で不等式  $3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + a \geq 0$  が成り立つとき、定数  $a$  の値の範囲を求めよ。

(5)  $|\vec{a}| = 2$ 、 $|\vec{a} - \vec{b}| = 3$ 、 $|\vec{a} + \vec{b}| = 5$  を満たすベクトル  $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$  について、 $\vec{a}$  と  $\vec{b}$  の内積  $\vec{a} \cdot \vec{b}$  の値を求めよ。また、このとき、 $\vec{a} + 2\vec{b}$  と  $k\vec{a} - 2\vec{b}$  が直交するような定数  $k$  の値を求めよ。

(6) 平面上に三角形  $ABC$  と点  $P$  があり、 $4\vec{AP} + 3\vec{BP} + \vec{CP} = \vec{0}$  を満たしている。ベクトル  $\vec{AP}$  を  $\vec{AB}$  と  $\vec{AC}$  で表せ。

(7) 袋の中に白玉4個、赤玉3個が入っている。

1枚のコインを投げて、表の面が出たときは3個、裏の面が出たときは2個の玉を袋から取り出す。取り出した玉のうち白玉の個数を  $X$  とする。 $X$  についての確率分布の表をつくれ。また、 $X$  の期待値  $E(X)$  を求めよ。

|     |   |   |   |   |   |
|-----|---|---|---|---|---|
| $X$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 計 |
| $P$ |   |   |   |   | 1 |

令和6年度 データ&イノベーション学群 総合型選抜

数 学  $\frac{2}{6}$

[メモ欄]

問2  $a$ を定数とし、 $x$ の関数  $f(x) = x^4 - 6x^2 + ax + 3a$ を考える。

- (1) 関数  $f(x)$  が極大値をもつとき、 $a$ の値の範囲を求めよ。
- (2) 曲線  $y = f(x)$  上の点  $(t, f(t))$  における接線の方程式を求めよ。
- (3) 曲線  $y = f(x)$  が異なる2点で共通の接線  $l$  をもつとき、 $l$ の方程式を求めよ。
- (4) (3)の接線  $l$  と原点に関して対称な直線を  $m$  とする。直線  $m$  と曲線  $y = f(x)$  がちょうど3個の共有点をもつとき、 $a$ の値を求めよ。

令和6年度 データ&イノベーション学群 総合型選抜

数 学  $\frac{4}{6}$

[メモ欄]

問3 座標平面上で点 $(x, y)$ が曲線 $y = \log_2 x$ の上を動くとき、点 $(\frac{x}{2} - 4, \frac{y}{2})$ が描く曲線を $y = f(x)$ とする。

(1)  $f(x)$ を求めよ。

(2) 2曲線 $y = f(x)$ と $y = \log_2 x$ の交点の $x$ 座標を求め、2曲線の概形をかけ。

(3) 曲線 $y = f(x)$ は曲線 $y = \log_4 x$ を $x$ 軸方向に $a$ 、 $y$ 軸方向に $b$ だけ平行移動したものである。 $a$ 、 $b$ の値を求めよ。

(4) 曲線 $y = f(x)$ を直線 $y = x$ に関して対称移動した曲線を $y = g(x)$ とする。 $g(x)$ を求めよ。

令和6年度 データ&イノベーション学群 総合型選抜

数 学  $\frac{6}{6}$

[メモ欄]