

令和6年度 情報学群 総合型選抜 B区分

数 学 ① $\frac{1}{2}$

問1～3のすべてに解答しなさい。問2・3は解答の過程も記述しなさい。

問1 関数 $f(x)$ を $f(x) = x^3 - 12x^2 + 21x + 98$ とする。

以下の文章中の空欄 $\boxed{\text{ア}}$ ～ $\boxed{\text{コ}}$ にあてはまる数をそれぞれ答えなさい。

(1) 方程式 $f(x) = 0$ の異なる解は2個あり、小さい方から順に $x = \boxed{\text{ア}}$ および $x = \boxed{\text{イ}}$ である。

(2) 関数 $f(x)$ は、 $x = \boxed{\text{ウ}}$ のとき極大値をとり、 $x = \boxed{\text{エ}}$ のとき極小値をとる。

(3) 曲線 $C : y = f(x)$ 上の点 $A(2, f(2))$ における接線を l とし、 l の方程式を $y = g(x)$ とおく。

(i) $g(x) = \boxed{\text{オ}}x + \boxed{\text{カ}}$ であり、 C と l の点 A 以外の交点を B とすると、点 B の x 座標は $\boxed{\text{キ}}$ である。

(ii) (i) のとき、 C と l の A と B の間に、それぞれ点 $P(t, f(t))$ 、点 $Q(t, g(t))$ をとる。
 t が $2 < t < \boxed{\text{キ}}$ の範囲で変化するとき、線分 PQ の長さは $t = \boxed{\text{ク}}$ において
最大値 $\boxed{\text{ケ}}$ をとる。また、 $t = \boxed{\text{ク}}$ のとき、三角形 ABP の面積は $\boxed{\text{コ}}$ である。

令和6年度 情報学群 総合型選抜 B区分

数 学 ① $\frac{2}{2}$

問2 次の各問に答えなさい。解答にあたっては、解答の過程も記述しなさい。

(1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ であることを利用して、極限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(\sin x)}{x}$ を求めなさい。

(2) (1) で示したことを利用して、極限 $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sin(\cos x)}{x - \frac{\pi}{2}}$ を求めなさい。

(3) $\lim_{x \rightarrow +0} \frac{\sin x - \sin(\sin x)}{x - \sin x} = 1$ であることを示しなさい。

問3 座標平面上に、2つの曲線

$$C_1 : y = (x - 2)e^x, \quad C_2 : y = ax^2$$

がある。ただし、 e は自然対数の底であり、 a は正の実数の定数とする。

次の各問に答えなさい。解答にあたっては、解答の過程も記述しなさい。

(1) 曲線 C_1 上の点 $(t, (t - 2)e^t)$ における接線の方程式を求めなさい。

(2) (1) の直線が曲線 C_2 に接するとき、 a と t の関係式を求めなさい。

(3) 2つの曲線 C_1, C_2 の両方に接する直線の本数を a の値によって分類しなさい。

数学①はここまで。