

令和7年度 情報学群 総合型選抜 B区分

数 学 ① $\frac{1}{2}$

問1～3のすべてに解答しなさい。問2・3は解答の過程も記述しなさい。

問1 関数 $f(x)$ を $f(x) = x^3 - 12x + 16$ とする。また、 $y = f(x)$ のグラフを C_1 とする。以下の文章中の空欄 $\boxed{\text{ア}}$ ～ $\boxed{\text{コ}}$ にあてはまる数をそれぞれ答えなさい。

(1) $f(x)$ は $x = \boxed{\text{ア}}$ で極小値 $\boxed{\text{イ}}$ をとり、 $x = \boxed{\text{ウ}}$ で極大値 $\boxed{\text{エ}}$ をとる。

(2) C_1 上の点 $D(-1, f(-1))$ における接線の傾きは $\boxed{\text{オ}}$ である。また、点 D を通り、点 D 以外の点で C_1 と接する接線の傾きは $\boxed{\text{カ}}$ である。

(3) $0 < t < 2$ とする。4点 $O(0, 0)$, $P(t, 0)$, $Q(t, f(t))$, $R(0, f(t))$ を頂点とする長方形の面積を $S(t)$ とおくと、 $S(t)$ は $t = \boxed{\text{キ}}$ で最大値 $\boxed{\text{ク}}$ をとる。

(4) a を実数の定数とし、関数 $g(x)$ を $g(x) = x^3 - ax^2 + 4(a - 3)x + 16$ とする。 $f(x)$ は $a = 0$ のときの $g(x)$ と等しい。 $y = g(x)$ のグラフを C_2 とする。 C_2 は a の値にかかわらず2つの定点 A , B を通る。点 A の x 座標は 0 、点 B の x 座標は $\boxed{\text{ケ}}$ である。また、線分 AB を $1:3$ に内分する点が C_2 上にあるとき、 $a = \boxed{\text{コ}}$ である。

数 学 ① $\frac{2}{2}$

問2 区間 $x > 0$ で定義された関数

$$f(x) = \begin{cases} \frac{4(x-1)^2}{x} & (0 < x < 2) \\ 1 + \frac{2}{x} & (x \geq 2) \end{cases}$$

について、次の各問に答えなさい。解答にあたっては、解答の過程も記述しなさい。

- (1) 極限值 $\lim_{x \rightarrow 2-0} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$ および $\lim_{x \rightarrow 2+0} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$ を求めなさい。
- (2) 関数 $f(x)$ の極大値と極小値を求めなさい。
- (3) 曲線 $y = f(x)$ の凹凸を調べて、グラフの概形をかきなさい。

問3 O を原点とする座標平面上に、半円 $C : x^2 + y^2 = 1, y \geq 0$ がある。C 上の点 $P(\cos \theta, \sin \theta)$ ($0 < \theta < \pi$) における接線を ℓ 、点 $A(-1, 0)$ を通り ℓ と直交する直線を m とし、 ℓ と m の交点を Q とする。

次の各問に答えなさい。解答にあたっては、解答の過程も記述しなさい。

- (1) 2直線 ℓ, m の方程式を求めなさい。
- (2) 2つの線分 AQ, PQ の長さを求めなさい。
- (3) 台形 OPQA の4辺の長さの和を L とする。 L の最大値と、そのときの $\cos \theta$ の値を求めなさい。
- (4) 台形 OPQA の面積を S とする。 S が最大となるときの θ の値は、 $\frac{\pi}{3} < \theta < \frac{\pi}{2}$ を満たすことを証明しなさい。

数学①はここまで。