

令和7年度 情報学群 総合型選抜 B区分

数 学 ② $\frac{1}{2}$

問1～3のすべてに解答しなさい。問2・3は解答の過程も記述しなさい。

問1 7枚のカードが横一列に並べられており、これらすべてのカードにそれぞれ赤または青の色を塗る。以下の文章中の空欄 ～ にあてはまる数をそれぞれ答えなさい。

(1) 異なる塗り方は全部で 通りある。

(2) 赤のカードが6枚以上連続して並ぶ塗り方は全部で 通りある。

赤のカードが5枚連続して並ぶが、6枚以上連続しない塗り方は全部で 通りある。

赤のカードが4枚連続して並ぶが、5枚以上連続しない塗り方は全部で 通りある。

(3) 赤のカードが3枚連続して並ぶが、4枚以上連続しない場合について、塗り方を考えよう。

(i) 赤のカードが3枚、青のカードが4枚の場合は全部で 通りある。

(ii) 赤のカードが4枚、青のカードが3枚の場合は全部で 通りある。

(iii) 赤のカードが5枚、青のカードが2枚の場合は全部で 通りある。

(iv) 赤のカードが6枚、青のカードが1枚の場合は全部で 通りある。

(4) 赤のカードが2枚以上連続して並ばない塗り方は全部で 通りある。

(5) 赤のカードが2枚連続して並ぶが、3枚以上連続しない塗り方は全部で 通りある。

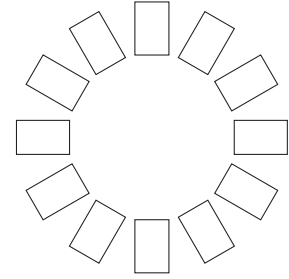
数 学 ② $\frac{2}{2}$

問2 n を2以上の整数とする。 $2n$ 枚のカードが横一列に並べられており、これらすべてのカードに赤または青の色を塗る。赤のカードが n 枚連続して並ぶが、 $n+1$ 枚以上連続しない塗り方の総数を $S(n)$ とする。次の各問に答えなさい。解答にあたっては、解答の過程も記述しなさい。

(1) $S(2)$, $S(3)$ を求めなさい。

(2) $S(n)$ を求めなさい。

(3) 赤または青に塗られた $2n$ 枚のカードの列の両端がつながるように円形にする。例えば右の図は $n=6$ のときのカードの並べ方である。このとき、赤のカードが n 枚連続して並ぶが、 $n+1$ 枚以上連続しない並べ方の総数を求めなさい。ただし、回転して一致する並べ方は同じものとみなす。



問3 n を自然数とする。次の各問に答えなさい。解答にあたっては、解答の過程も記述しなさい。

(1) 等式 $1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + \cdots + (2n-1)^2 - (2n)^2 = -n(2n+1)$ を証明しなさい。

(2) 等式 $1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + \cdots + (-1)^{n-1}n^2 = \frac{(-1)^{n-1}}{2}n(n+1)$ を証明しなさい。

(3) 等式 $1^4 - 2^4 + 3^4 - 4^4 + \cdots + (-1)^{n-1}n^4 = \frac{(-1)^{n-1}}{2}n(n+1)(n^2+n-1)$ を証明しなさい。

数学②はここまで。