

問1

平面上に三角形ABCと3点D, E, Fがある。

点Dは辺BCを1:2に内分する点で, $AD \perp BC$ を満たす。

点Eは辺AC上の点で, $DE \perp AC$ を満たす。

点Fは線分DEを $s:t$ に内分する点である。

次の問に答えよ。

(1) 次の内積の等式を示せ。

$$\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{DE} = -|\overrightarrow{DE}|^2, \quad \overrightarrow{DE} \cdot \overrightarrow{DF} = \frac{s}{s+t} |\overrightarrow{DE}|^2, \quad \overrightarrow{BD} \cdot \overrightarrow{DF} = \frac{s}{2(s+t)} |\overrightarrow{DE}|^2$$

(2) $AF \perp BE$ のとき, $s:t$ を最も簡単な整数比で答えよ。

(3) (2) のとき, さらに $BC=3$, $AD=\sqrt{2}$ であるとする。 $\overrightarrow{AF}$ を $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ で表せ。また, $|\overrightarrow{AF}|$ を求めよ。

令和7年度 システム工学群 総合型選抜

数 学 $\frac{2}{6}$

〔メモ欄〕

令和7年度 システム工学群 総合型選抜

数 学 $\frac{3}{6}$

問2

a は実数の定数とし、 $a \neq 0$ とする。 x について以下の2次方程式を考える。

$$4ax^2 + 2a(2a-3)x - 3 = 0 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

- (1) 実数 α があり、その範囲が $0 \leq \alpha < 2\pi$ であるとき、 $\sin \alpha + \cos \alpha$ のとり得る値の範囲を求めよ。
- (2) 2次方程式①の解が $\sin \theta$ 、 $\cos \theta$ であるとき、 a が満たすべき3次方程式を求めよ。
- (3) (2)のときの a の値と、それらに対する2次方程式①の解を求めよ。

令和7年度 システム工学群 総合型選抜

数 学 $\frac{4}{6}$

[メ モ 欄]

問3

x, y は $x^2 + 2xy + 4y^2 = 12$ を満たす実数とし, $s = x + 2y$, $t = 2xy$ とする。

- (1) y のとり得る値の範囲を求めよ。
- (2) t を s を用いて表せ。
- (3) s のとり得る値の範囲を求めよ。また, s が最大になるときの x, y の値の組 (x, y) を求めよ。
- (4) $x^3 + 8y^3$ を s を用いて表せ。また, $x^3 + 8y^3$ が最大になるときの x, y の値の組 (x, y) を求めよ。

令和7年度 システム工学群 総合型選抜

数 学 $\frac{6}{6}$

[メ モ 欄]