Ⅰ　次の各問に答えよ。なお，解答用紙の所定欄に答のみを記入すること。

(1)　p，q を定数とする。2次方程式 $t^2-pt+q=0$ が異なる2つの実数解 α，β をもつとする。点 $(\alpha,\ \beta)$ が円 $x^2+y^2=1$ 上にあるとき，q の取り得る値の範囲を求めよ。

(2)　10本のくじの中に当たりくじが3本入っている。このくじから同時に3本を引くとき，当たりくじを少なくとも2本引く確率を求めよ。

(3)　次の方程式を解け。

$$(\log_3 x)^2+\log_3 x^2-3=0$$

(4)　等式 $f(x)=x^2+x\int_0^1 f(t)dt+2$ を満たす関数 $f(x)$ を求めよ。

(5)　次の和を求めよ。

$$3+33+333+\cdot\cdot\cdot+\underbrace{333\cdot\cdot\cdot3}_{n\text{桁}}$$

(6)　点Oを中心とする半径1の円に内接する三角形ABCについて

$$3\overrightarrow{\mathrm{OA}}+4\overrightarrow{\mathrm{OB}}+5\overrightarrow{\mathrm{OC}}=\vec{0}$$

が成り立つとする。このとき，三角形ABCの面積を求めよ。

(7)　i を虚数単位とし，複素数 $z=\cos\theta+i\sin\theta$（θ は実数）を考える。

$z^3+\dfrac{1}{z^3}$ を $\cos\theta$ で表せ。

(8)　次の極限を求めよ。

$$\lim_{h\to0}\frac{2^h-1}{h}$$

〔メモ欄〕

Ⅱ　円 C と放物線 $P：y=\dfrac{1}{2}x^2$ は点 A$\left(\sqrt{3},\ \dfrac{3}{2}\right)$において共通の接線 ℓ をもっている。さらに，円 C は x 軸の $x>0$ の部分と接している。また，円 C の中心を B とする。このとき，次の各問に答えよ。

(1)　点 A において直線 ℓ と直交する直線 m の方程式を求めよ。

(2)　点 B の座標を求めよ。

(3)　点 B から x 軸に下ろした垂線と x 軸の交点を H とする。三角形 ABH の面積を求めよ。

(4)　円 C の $y \leqq \dfrac{3}{2}$ の部分，放物線 P および x 軸で囲まれた図形の面積 S を求めよ。

〔メモ欄〕

Ⅲ　ℓ を正の定数とし，n を3以上の自然数とする。周の長さが ℓ である正 n 角形を A_n とし，その面積を S_n とする。また，A_n の外接円の半径を r_n とする。このとき，次の各問に答えよ。

(1)　r_n を n を用いた式で表せ。

(2)　$x = \dfrac{\pi}{n}$ とおく。x を用いた式で S_n を表せ。

(3)　正 n 角形 A_n の面積は n が大きくなるにつれて増加すること，すなわち，S_n が n について単調に増加することを証明せよ。

〔メモ欄〕