

## 数 学 $\frac{1}{6}$

I 次の各問に答えよ。なお、解答用紙の所定欄に答のみを記入すること。

- (1)  $p, q$  を定数とする。2次方程式  $t^2 - pt + q = 0$  が異なる2つの実数解  $\alpha, \beta$  をもつとする。点  $(\alpha, \beta)$  が円  $x^2 + y^2 = 1$  上にあるとき、 $q$  の取り得る値の範囲を求めよ。
- (2) 10本のくじの中に当たりくじが3本入っている。このくじから同時に3本を引くとき、当たりくじを少なくとも2本引く確率を求めよ。
- (3) 三角形 ABC において  $AB = AC = 8$ ,  $\angle A = 30^\circ$  のとき、三角形 ABC の外接円の半径を求めよ。
- (4) 平方数でも立方数でもある自然数を小さいものから順に並べたとき、 $1, 64 (= 8^2 = 4^3)$  の次にくるものを答えよ。
- (5) 次の方程式を解け。

$$(\log_3 x)^2 + \log_3 x^2 - 3 = 0$$

- (6) 等式  $f(x) = x^2 + x \int_0^1 f(t) dt + 2$  を満たす関数  $f(x)$  を求めよ。
- (7) 次の和を求めよ。

$$3 + 33 + 333 + \cdots + \underbrace{333 \cdots 3}_{n \text{桁}}$$

- (8) 点 O を中心とする半径 1 の円に内接する三角形 ABC について

$$3\overrightarrow{OA} + 4\overrightarrow{OB} + 5\overrightarrow{OC} = \vec{0}$$

が成り立つとする。このとき、三角形 ABC の面積を求めよ。

数 学  $\frac{2}{6}$

〔メモ欄〕

数 学  $\frac{3}{6}$

Ⅱ 円  $C$  と放物線  $P: y = \frac{1}{2}x^2$  は点  $A\left(\sqrt{3}, \frac{3}{2}\right)$  において共通の接線  $\ell$  をもっている。さらに、円  $C$  は  $x$  軸の  $x > 0$  の部分と接している。また、円  $C$  の中心を  $B$  とする。このとき、次の各問に答えよ。

- (1) 点  $A$  において直線  $\ell$  と直交する直線  $m$  の方程式を求めよ。
- (2) 点  $B$  の座標を求めよ。
- (3) 点  $B$  から  $x$  軸に下ろした垂線と  $x$  軸の交点を  $H$  とする。三角形  $ABH$  の面積を求めよ。
- (4) 円  $C$  の  $y \leq \frac{3}{2}$  の部分、放物線  $P$  および  $x$  軸で囲まれた図形の面積  $S$  を求めよ。

数 学  $\frac{4}{6}$

〔メモ欄〕

数 学  $\frac{5}{6}$

Ⅲ 6個のボールを3人に分ける。次の各問に答えよ。

- (1) 1から6までの番号が1つずつ書いてある6個のボールをA, B, Cの3人に分ける方法は何通りあるか。ただし、ボールを1個ももらわない人がいてもよいものとする。
- (2) 1から6までの番号が1つずつ書いてある6個のボールをA, B, Cの3人に分ける場合、次の個数の組に分ける方法は何通りあるか。
- ① 3個, 2個, 1個                      ② 2個, 2個, 2個
- (3) 番号がなく、区別のつかない6個のボールをA, B, Cの3人に分ける方法は何通りあるか。ただし、ボールを1個ももらわない人がいてもよいものとする。

数 学  $\frac{6}{6}$

[メモ欄]