

数 学 $\frac{1}{6}$

I 次の各問に答えよ。なお、解答用紙の所定欄に答のみを記入すること。

- (1) $x + y + z = 0$ を満たす -3 以上 3 以下の整数 x, y, z によってできる空間の点 (x, y, z) は何個あるか。
- (2) a を定数として x の二次関数 $f(x) = x^2 - 2ax + a + 2$ の区間 $0 \leq x \leq 2$ における最小値を $m(a)$ で表す。さらに $m(a)$ を a の関数と考えるとき、 $m(a)$ の最大値を求めよ。
- (3) ある放物線が直線 $y = x + 2$ と 2 点で交わっている。この 2 点の x 座標はそれぞれ 0 と 2 である。この放物線が点 $(3, -1)$ を通るとき、放物線の方程式を求めよ。
- (4) 不等式 $x^3 - x^2 - x + 1 \leq 0$ を解け。
- (5) 公差が -5 、第 10 項が 70 である等差数列 $\{a_n\}$ の第 n 項までの和を S_n とする。 $S_n < -375$ を満たす最小の n を求めよ。
- (6) $\log_3 |\sin \theta| - \log_3 |\cos \theta| = -\frac{1}{2}$ を満たす $\theta (0 < \theta < \pi)$ を求めよ。
- (7) 点 P が円 $(x - 1)^2 + (y + 3)^2 = 16$ の周上を動くとき、点 $A(1, 5)$ と点 P を結ぶ線分を $1:3$ の比に内分する点 Q の軌跡を求めよ。
- (8) 平面上に定点 $A(\vec{a})$ 、 $B(\vec{b})$ があり、 $|\vec{a}| = 5$ 、 $|\vec{b}| = 4$ 、 $\vec{a} \cdot \vec{b} = 7$ を満たしている。このとき、点 $P(\vec{p})$ に関する方程式

$$(\vec{p} - \vec{a}) \cdot (\vec{p} - \vec{b}) = 0$$

で表される円の半径を求めよ。

数 学 $\frac{2}{6}$

[メモ欄]

Ⅱ $f(x) = 3|x^2 - 1|$ とする。 $-1 < a < 1$ である定数 a に対して、
 曲線 $y = f(x)$ 上の点 $P(a, f(a))$ における接線を ℓ_a とする。次の
 各問に答えよ。

- (1) ℓ_a の方程式を求めよ。
- (2) 直線 ℓ_a と曲線 $y = f(x)$ の共有点で、接点 P 以外の点を
 $A(\alpha, f(\alpha))$, $B(\beta, f(\beta))$ ($\alpha < \beta$) とおく。 α, β を a の式
 で表せ。
- (3) 直線 ℓ_a と曲線 $y = f(x)$ で囲まれた部分の面積 S_a を求めよ。
- (4) a が $-1 < a < 1$ の範囲で変動するとき、(3)で求めた S_a の最
 小値を求めよ。

数 学 $\frac{4}{6}$

[メモ欄]

数 学 $\frac{5}{6}$

Ⅲ 点 A は数直線上にある。点 A は 1 個のさいころを 1 回投げごとに、次の規則で数直線上を移動する：

出た目の数が 3 の倍数であるときは正の向きに 2 だけ移動する。
それ以外のときは負の向きに 1 だけ移動する。

最初は、点 A は原点にある。 n 回さいころを投げて点 A が座標 k の位置に止まる確率を $P_n(k)$ で表す。例えば、さいころを 2 回投げて点 A が座標 5 の位置に止まる可能性はないので $P_2(5) = 0$ である。このとき、次の各問に答えよ。

- (1) $P_1(a) > 0$ となる座標 a の値をすべて求めよ。また、求めた各 a について $P_1(a)$ の値を求めよ。
- (2) $P_3(0)$ の値を求めよ。
- (3) $P_n(-n+3)$ の値を求めよ。
- (4) $0 \leq j \leq n$ の範囲の整数 j に対し、 $P_n(-n+3j)$ の値を求めよ。
- (5) $n = 2018$ のとき、 $P_{2018}(k)$ が最大となる整数 k の値を求めよ。

数 学 $\frac{6}{6}$

[メモ欄]