

I 次の各間に答えよ。なお、解答用紙の所定欄に答のみを記入すること。

- (1) $AB = AC = 5$, $BC = 6$ の二等辺三角形 ABC において、 $\tan \angle BAC$ の値を求めよ。
- (2) 1 から 1000 までの自然数のうち、5 か 7 の少なくとも一方で割り切れる数は何個あるか。
- (3) 不等式 $x^3 + 2x^2 - x - 2 > 0$ を解け。
- (4) x の方程式 $\log_2(x-1) + \log_2(x-3) = 3$ を解け。
- (5) 等比数列 $\{a_n\}$ が、 $3a_1 + a_2 = 0$ を満たしているとする。 $a_1 + a_2 + a_3 = \frac{7}{3}$ のとき、 $a_4 + a_5 + a_6$ の値を求めよ。
- (6) 2 点 $A(3, 2, 2)$, $B(1, 6, 0)$ を直径の両端とする球面の方程式を求めよ。
- (7) 次の極限を求めよ。

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{x^2 + 2x - 4} - x + 6 \right)$$

- (8) 次の定積分を求めよ。ただし、 $\log x$ は x の自然対数とし、 e は自然対数の底とする。

$$\int_1^{\sqrt{e}} \frac{(\log x)^3}{x} dx$$

数 学 $\frac{2}{6}$

[メモ欄]

II a を定数とする。 θ の方程式

$$\cos^2 \theta + \sin \theta - a + 2 = 0 \quad \dots\dots (*)$$

について、次の各間に答えよ。ただし、 $0 \leq \theta \leq \pi$ とする。

- (1) $t = \sin \theta$ とおくとき、 $\cos^2 \theta + \sin \theta + 2$ を t で表した式を $f(t)$ とおく。 $f(t)$ を求めよ。
- (2) (1) の $f(t)$ の最大値と最小値を求めよ。また、そのときの t の値を求めよ。
- (3) 定数 a の値の範囲で場合分けして、 θ の方程式 (*) の異なる実数解の個数を求めよ。

数 学 $\frac{4}{6}$

[メモ欄]

III 関数 $f(x) = x^3 e^{-\frac{3}{2}x^2}$ について、次の各間に答えよ。ただし、 e は自然対数の底とする。

- (1) 関数 $f(x)$ の導関数 $f'(x)$ を求めよ。
- (2) 曲線 $y = f(x)$ 上の点 $(1, f(1))$ における接線 ℓ の方程式を求めよ。
- (3) 関数 $f(x)$ の増減を調べ、極値を求めよ。
- (4) 不定積分 $\int xe^{-\frac{3}{2}x^2} dx$ を求めよ。ただし、積分定数は C とせよ。
- (5) (2) の接線 ℓ と曲線 $y = f(x)$ および y 軸で囲まれた部分の面積を求めよ。

数 学 $\frac{6}{6}$

[メモ欄]