

数 学 $\frac{1}{6}$

I 次の各問に答えよ。なお、解答用紙の所定欄に答のみを記入すること。

- (1) $AB = AC = 5, BC = 6$ の二等辺三角形 ABC において、 $\tan \angle BAC$ の値を求めよ。
- (2) 1 から 1000 までの自然数のうち、5 か 7 の少なくとも一方で割り切れる数は何個あるか。
- (3) 三角形の 3 辺の長さが $2, 3, x$ であるとき、 x のとりうる値の範囲を求めよ。
- (4) 不等式 $x^3 + 2x^2 - x - 2 > 0$ を解け。
- (5) x の方程式 $\log_2(x - 1) + \log_2(x - 3) = 3$ を解け。
- (6) 曲線 $y = -x^3 + 3x - 16$ に原点から引いた接線の方程式を求めよ。
- (7) 等比数列 $\{a_n\}$ が、 $3a_1 + a_2 = 0$ を満たしているとする。
 $a_1 + a_2 + a_3 = \frac{7}{3}$ のとき、 $a_4 + a_5 + a_6$ の値を求めよ。
- (8) 2 点 $A(3, 2, 2), B(1, 6, 0)$ を直径の両端とする球面の方程式を求めよ。

数 学 $\frac{2}{6}$

[メモ欄]

Ⅱ O を原点とする座標平面上に 2 点 $A\left(0, \frac{5}{2}\right)$, $B(2, 4)$ がある。放物線 $y = x^2$ のうち, $0 \leq x \leq 2$ の部分を曲線 C_1 とする。また, 点 A を中心とする半径 AO の円のうち, $x \geq 0$ の部分を曲線 C_2 とする。このとき, 次の各問に答えよ。

- (1) 2 点 A, B 間の距離 AB を求めよ。
- (2) 線分 AO, AB と曲線 C_1 で囲まれた部分の面積 S_1 を求めよ。
- (3) 曲線 C_1 上の点 $P(x, x^2)$ ($0 \leq x \leq 2$) に対し, 2 点 A, P 間の距離の 2 乗 AP^2 のとりうる値の範囲を求めよ。
- (4) $\angle OAB = \theta$ ($0 < \theta < \pi$) とおく。曲線 C_1 と C_2 で囲まれた部分の面積 S_2 を θ を用いて表せ。

数 学 $\frac{4}{6}$

[メモ欄]

Ⅲ 関数 $f(x)$, $g(x)$ を以下のように定める。

$$f(x) = \int_0^x (t-2)(3t-2)dt,$$

$$g(x) = x^2 - 12 \int_2^3 xg(t)dt + 4$$

このとき、次の各問に答えよ。

(1) $f(x)$ と $\frac{d}{dx}f(x)$ を求めよ。

(2) $g(x)$ を求めよ。

(3) $y = f(x) - g(x)$ とおく。 $0 \leq x \leq 2$ において、 y のとりうる値の範囲を求めよ。

数 学 $\frac{6}{6}$

[メモ欄]