

数 学 $\frac{1}{6}$

I 次の各問に答えよ。なお、解答用紙の所定欄に答のみを記入すること。

- (1) $\frac{\sqrt{3}}{|\sqrt{3}-2|} = a + \sqrt{3}b$ を満たす有理数 a, b を求めよ。
- (2) $90^\circ < \theta < 180^\circ$ とする。 $\sin \theta = \frac{2}{3}$ のとき、 $\tan \theta$ の値を求めよ。
- (3) 男子 2 人と女子 3 人が輪の形に並ぶとき、男子 2 人が隣り合うような並び方は、何通りあるか。
- (4) a を正の定数とする。座標平面において、円 $x^2 + y^2 - 2ax = 0$ と直線 $y = 3x$ の 2 つの交点を A, B とする。線分 AB の長さが 2 となるときの a の値を求めよ。
- (5) $(\log_3 32 + \log_9 8) \log_4 27$ を計算せよ。
- (6) 点 $(1, 0)$ を通り、曲線 $y = x^3 - x + 1$ に接する直線のうち、傾きが最大であるものの方程式を求めよ。
- (7) 座標空間に平行四辺形 $ABCD$ があり、 $A(3, -1, 1)$, $B(5, 0, 2)$, $C(6, 2, 1)$ であるとする。このとき、頂点 D の座標を求めよ。
- (8) 1 から 100 までの自然数について、5 の倍数でない数の和を求めよ。

数 学 $\frac{2}{6}$

[メモ欄]

Ⅱ a を実数とする。 x の 2 次方程式

$$x^2 + 2ax + 2a^2 - 4 = 0 \quad \dots \textcircled{1}$$

$$x^2 + 2x + 4a - 6 = 0 \quad \dots \textcircled{2}$$

について、次の各問に答えよ。

- (1) ① が重解をもつような a の値をすべて求めよ。
- (2) ①, ② がともに相異なる 2 つの実数解をもつような a の値の範囲を求めよ。
- (3) ① が相異なる 2 つの正の解をもつような a の値の範囲を求めよ。
- (4) ① と ② が共通解をもつような a の値をすべて求めよ。

数 学 $\frac{4}{6}$

[メモ欄]

数 学 $\frac{5}{6}$

Ⅲ 1個のさいころを n 回続けて投げるとき、3の倍数の目が k 回出る確率を P_k とする。このとき、次の各問に答えよ。ただし、 $0 \leq k \leq n$ とする。

(1) P_k を k の式で表せ。ただし、組み合わせの記号を用いてよい。

(2) $0 \leq k < n$ のとき、 $\frac{{}^n C_{k+1}}{{}^n C_k}$ を計算し、できるだけ簡単な形（既約分数式）で表せ。

(3) $n = 100$ のとき、 P_k が最大となる k の値を求めよ。

数 学 $\frac{6}{6}$

[メモ欄]