I [力学]

図 1 のように，水平な床面上の点 O を原点として水平右向きに x 軸，鉛直上向きに y 軸をとる。O に質量 M_A の小球Aが置かれ，$(x, y) = (L, h)$（$L > 0$，$h > 0$）の位置に質量 M_B の小球Bが，天井から長さ ℓ の伸び縮みしない細い糸によって吊されて静止している。小球A，Bの運動は x-y 平面内に限定されており，空気抵抗や，この運動で生じるすべての摩擦力は無視できるものとする。また，重力加速度の大きさを g とする。

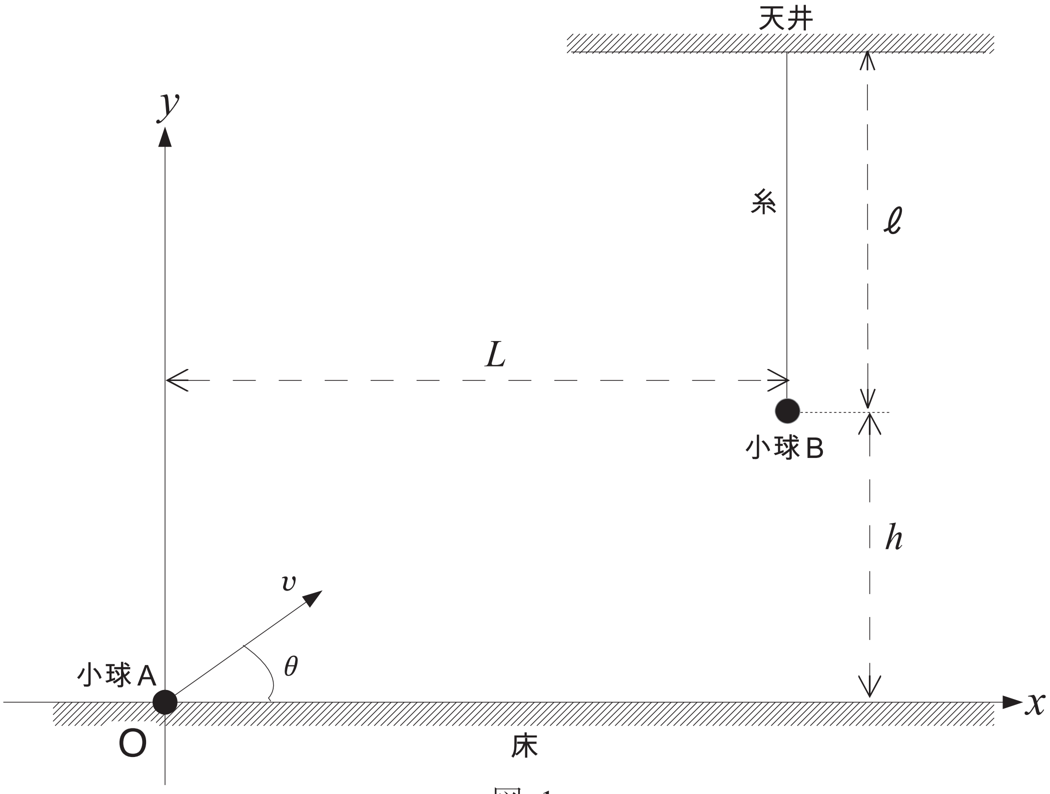


図 1

時刻 $t = 0$ に小球Aを仰角 $\theta = \theta_1$（$0 < \theta_1 < 90^\circ$），初速 $v = v_1$ で射出すると同時に，糸を静かに切断して小球Bを自由落下させた。

問 1　小球Aの x 座標が L となる時刻 t_1 を，L, v_1, θ_1 を用いて表せ。

問 2　小球Aと小球Bとが衝突するときの $\tan\theta_1$ の値を，g, L, h のうち必要なものを用いて表せ。ただし，衝突は小球Aおよび小球Bが床面に到達する前に起きるものとする。解法欄には導出過程を記述せよ。

問 3　問 2 の条件のもとで，両球が衝突するために v_1 が満たすべき条件を，g, L, h のうち必要なものを用いて表せ。

問 4　問 2 の条件のもとで，小球Ａと小球Ｂとが，小球Ａの放物線軌道の最高点（頂点）において衝突する場合の v_1 および衝突点の床面からの高さ y_1 を，g，L，h のうち必要なものを用いて表せ。

次に，小球Ｂを位置 (L, h) で静止させたままにして，時刻 $t=0$ に小球Ａを仰角 $\theta=\theta_2$ $(0<\theta_2<90°)$，初速 $v=v_2$ で射出したところ，小球Ａは，その放物線軌道の最高点において，時刻 $t=t_2$ に小球Ｂと衝突した。小球Ａと小球Ｂとの間の反発係数を 1 とする。

問 5　$\tan\theta_2$ および v_2 を，g，L，h のうち必要なものを用いて表せ。

問 6　小球Ａ，Ｂの衝突直後の速度の x 成分をそれぞれ w_A，w_B とする。w_A および w_B を，M_A，M_B，g，L，h のうち必要なものを用いてそれぞれ表せ。解法欄には導出過程を記述せよ。

問 7　衝突後，小球Ｂは単振り子として運動を始めた。小球Ｂの最高到達点の床面からの高さ y_2 を，M_A，M_B，g，L，h のうち必要なものを用いて表せ。ただし，糸の長さ ℓ は十分長く，衝突後の小球Ｂは天井まで達しないものとする。

Ⅱ ［力学・熱］

図２のように，断面積 S, 長さ $4h$, 質量 M の上端を閉じた円筒容器がある。上部には容器に比べて体積と質量が無視できる熱交換器がある。まず，この容器の開口面を下に向けた状態で，液面に鉛直に容器の下端が接したところで固定する。これを状態１とする。このとき，内部の空気の圧力は大気圧 P_0 に等しい。液体の密度 ρ は常に一定で，重力加速度の大きさを g とする。なお，この実験は，大気圧 P_0 の変化や液体の蒸発は無視でき，気体は液体に溶けないものとする。また，円筒容器の厚さおよび容器内の空気の質量は無視できる。ここで空気は理想気体とみなせると仮定する。

つぎに，熱交換器を作動させ，容器内の空気の温度を一定に保ちながら容器内の空気がもれないように，液体中に容器を沈めていった。その結果，図３のように液体が開口面から $2h$ の位置まで浸入し，容器内の液面と外の液面の差が h となったとき，手で支えなくても容器にはたらく力がつり合い，静止した（状態２）。

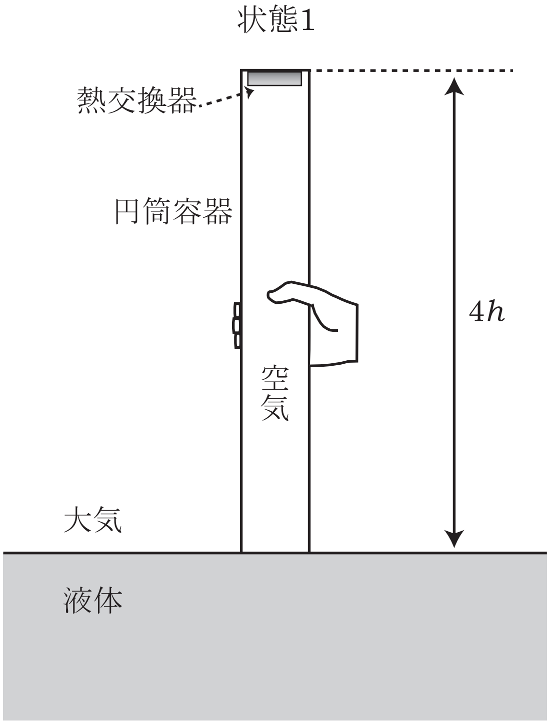


図２

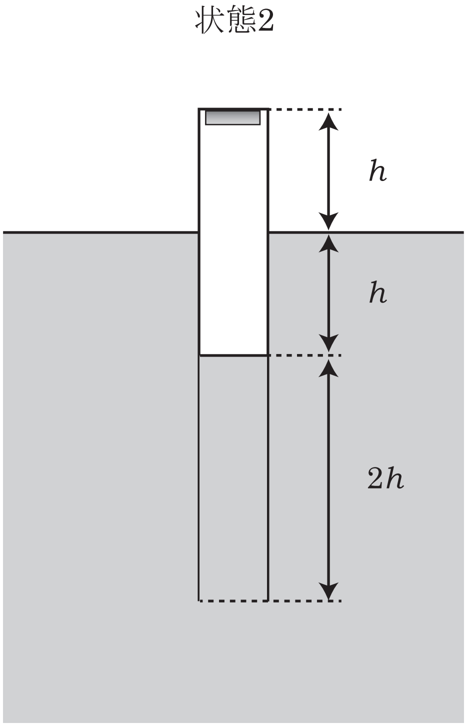


図３

問１　状態２において容器にはたらく浮力の大きさ F_B を，ρ, S, h, g を用いて表せ。

問２　容器の質量 M を，ρ, S, h を用いて表せ。

問３　容器内の空気の圧力 p_2 は，大気圧 P_0 の何倍か。

問４　図３で，容器内の液体と空気の境界面において，液体と空気がお互いにおよぼす力はつり合っている。このことから，大気圧 P_0 を，ρ, h, g を用いて表せ。

図３の状態２から熱交換器を用いて容器内の空気を加熱した。その結果，図４のように，容器内の空気の温度が徐々に上昇し，液面から突き出た円筒容器の高さは高くなった。この状態を状態３とする。

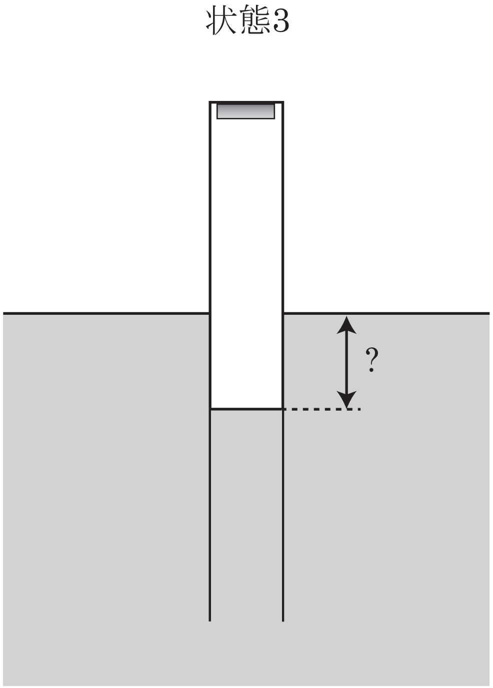


図４

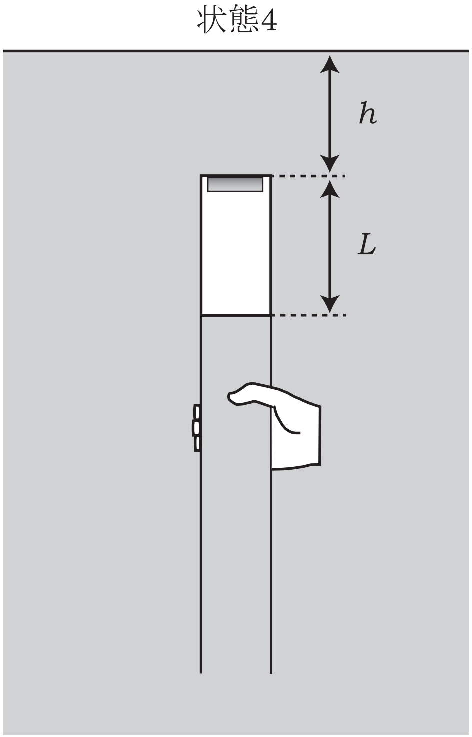


図５

問５　状態３のとき，状態２と比べて容器にはたらく浮力の大きさと容器内の液面の位置はどうなるか。最も適切なものを以下の選択肢（ア）～（ケ）から一つ選んで，解答欄に記入せよ。

（ア）　浮力の大きさは減少し，容器内の液面の位置は下がる。
（イ）　浮力の大きさは変化せず，容器内の液面の位置は下がる。
（ウ）　浮力の大きさは増大し，容器内の液面の位置は下がる。
（エ）　浮力の大きさは減少し，容器内の液面の位置は変化しない。
（オ）　浮力の大きさは変化せず，容器内の液面の位置も変化しない。
（カ）　浮力の大きさは増大し，容器内の液面の位置は変化しない。
（キ）　浮力の大きさは減少し，容器内の液面の位置は上がる。
（ク）　浮力の大きさは変化せず，容器内の液面の位置は上がる。
（ケ）　浮力の大きさは増大し，容器内の液面の位置は上がる。

つぎに熱交換器を使って容器内の空気を冷却し，図３の状態２に戻す。そして，熱交換器で容器内の気体の温度を状態２と同じ温度に保ちながら，図５のように容器を手で持って，容器を鉛直に保ったままゆっくりと液体の中に沈めた。そして容器の上面から液面までの距離が h になったところで固定した（状態４）。このとき容器内の液面は容器の上面から L の距離にある。

問６　容器の上面から容器内の液面までの距離 L を，h を用いて表せ。解法欄には導出過程を記述せよ。

以上の状態１から状態４までの操作による，容器内の気体の状態変化を考える。

問７　この状態変化における容器内の気体の圧力 p と体積 V の関係を表す p-V 図として，最も適切なものを図６の（ア）～（カ）の中から一つ選んで，解答欄に記入せよ。図６には，それぞれの状態を黒い丸印で示す。

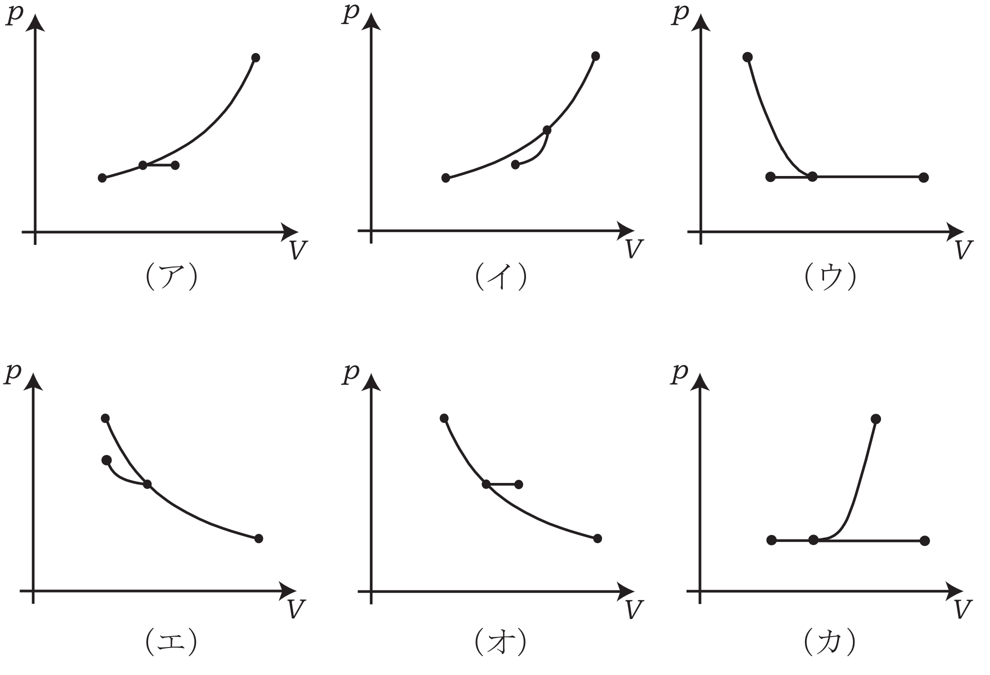
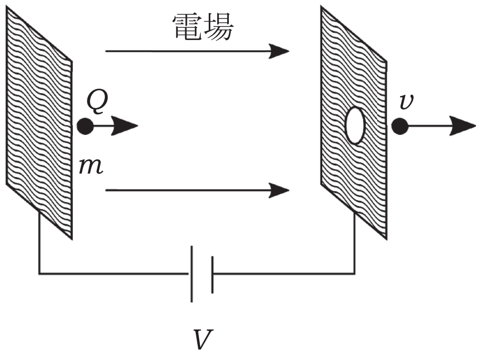


図６

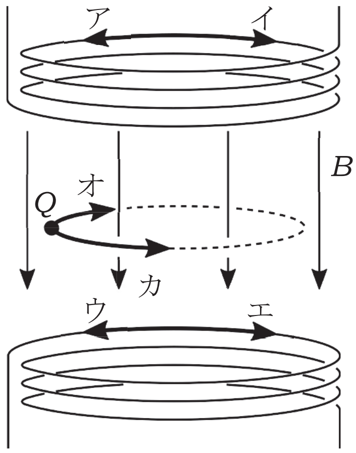
Ⅲ ［電磁気学］

大問Ⅲと大問Ⅳは選択問題である。いずれか一方を解答すること。
解答用紙も大問Ⅲ用と大問Ⅳ用の２種類があるので，間違えないように注意すること。

図７(a) のように，真空中で２枚の平行極板間に電圧 V をかけ，陽極板上に質量 m，電荷 $Q\,(>0)$ の荷電粒子を置く。荷電粒子は極板間の電場（電界）によって速さ０から加速され，陰極板に空いた小さな穴から速さ v で飛び出す。また，荷電粒子にはたらく重力の影響は無視できるとする。



(a)



(b)

図７

問１　陰極板の穴から飛び出したときの荷電粒子の速さ v を，Q，m，V を用いて表せ。

図７(a) によって得られた速さ v で飛び出した荷電粒子を，図７(b) のようなお互いに向き合った２つのソレノイドの間に入れ，さらに２つのソレノイドに電流を流して，磁場（磁界）をつくる。２つのソレノイドの半径，単位長さ当たりの巻き数，ソレノイドに流れる電流の大きさはすべて同じである。また，２つのソレノイドは十分接近しており，２つのソレノイドの間には磁束密度の大きさが B の一様な磁場が図のように下向きに生じている。磁場の向きは荷電粒子がはじめに飛行していた向きとは直交しており，荷電粒子は磁場によってローレンツ力を受け，速さ v の等速円運動をする。荷電粒子にはたらく重力の影響は無視できるとする。

問２　図７(b) において，上側のソレノイドに流れる電流の向きをアとイから，下側のソレノイドに流れる電流の向きをウとエから，荷電粒子の円運動の向きをオとカからそれぞれ選べ。

問３　円運動する荷電粒子の軌道半径 R を，Q，m，B，v を用いて表せ。

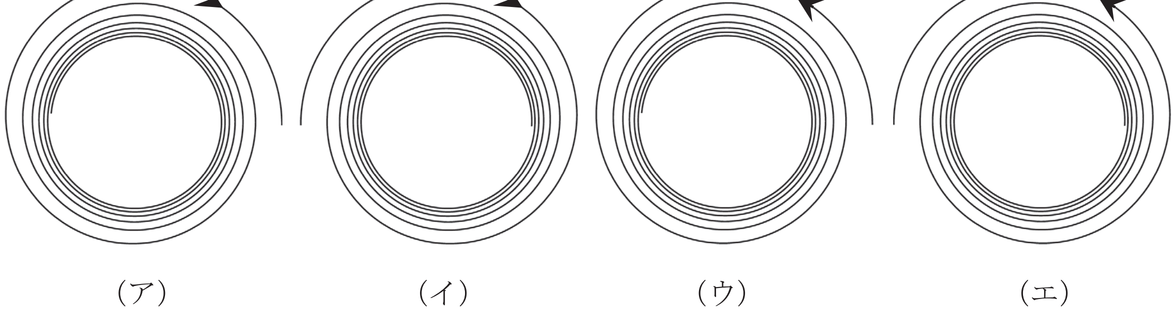
2つのソレノイドに流れる電流の大きさを変えることによって，磁束密度の大きさは自由に変えられる。磁束密度の大きさを，B から微小時間 Δt の間に ΔB の割合で増加させる。磁束密度の増加開始から経過した時間が十分短いとき，荷電粒子は半径 R の円運動をほぼ保っていると考えることができる。このとき，荷電粒子の円運動の軌道に沿って誘導起電力が発生し，荷電粒子の円運動の速さは変化する。

問４　誘導起電力は図７(b) のオとカのどちらの向きに生じるか答えよ。またその大きさを，R, ΔB, Δt, 円周率 π を用いて表せ。

問５　磁束密度の増加開始から十分短い時間 t だけ経過したとき，誘導起電力による荷電粒子の円運動の速さ w を，v, B, ΔB, t, Δt を用いて表せ。解法欄には導出過程を記述せよ。

問５で求めたように，磁束密度の大きさが変化すると，荷電粒子の円運動の速さも変わってくる。よって，荷電粒子にはたらくローレンツ力の大きさも変化するため，十分長い時間をかけて荷電粒子の運動を観測すると，はじめの円運動から少しずつずれていくことが分かる。

問６　図７(b) の上側のソレノイドから見た荷電粒子の軌跡および運動の向きを矢印で表した図として，最も適切なものを図８の（ア）～（エ）の中から一つ選んで解答欄に記入せよ。



（ア）　（イ）　（ウ）　（エ）

図８

Ⅳ［波動］

> 大問Ⅲと大問Ⅳは選択問題である。いずれか一方を解答すること。
> 解答用紙も大問Ⅲ用と大問Ⅳ用の２種類があるので，間違えないように注意すること。

水平な地面上に，距離 d だけ離れて，高さ $2d$ の二本の鉄塔が地面に鉛直に立っている。左の鉄塔の最下部に音波検知器１が置かれている。右の鉄塔の最上部と最下部に音波検知器２，３がそれぞれ置かれている。音波検知器は検知した音波の振動数を測定することができる。左の鉄塔の最上部から，振動数 f の音波を発する音源を，静止状態から落下させる（図９）。空気抵抗は無視できるとする。また，風は吹いておらず，鉄塔や地面からの音の反射は無視できるものとする。音速を s，重力加速度の大きさを g とし、音源が地面に落下する直前の速さは音速にくらべて小さいものとする。

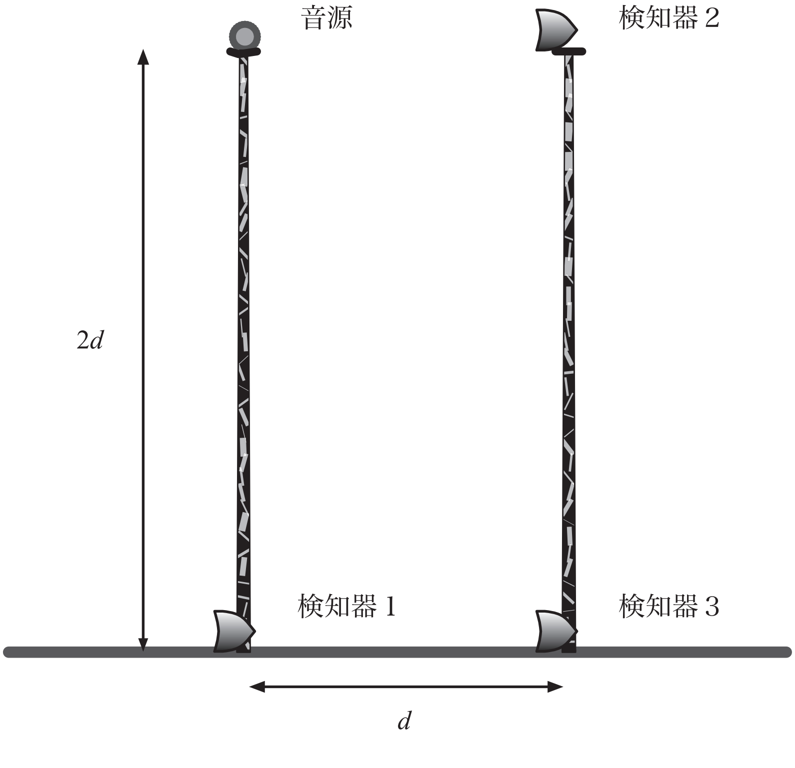


図９

問１　高さ $2d$ の鉄塔の最上部から落下した直後に音源が発した音波の波面は，落下をはじめた時から t 秒後にどのような形をしているか，最も適切なものを図 10 の中から一つ選んで，解答欄に記入せよ。なお図中の y は，落下をはじめた瞬間から t 秒後の音源の鉄塔最上部からの距離である。

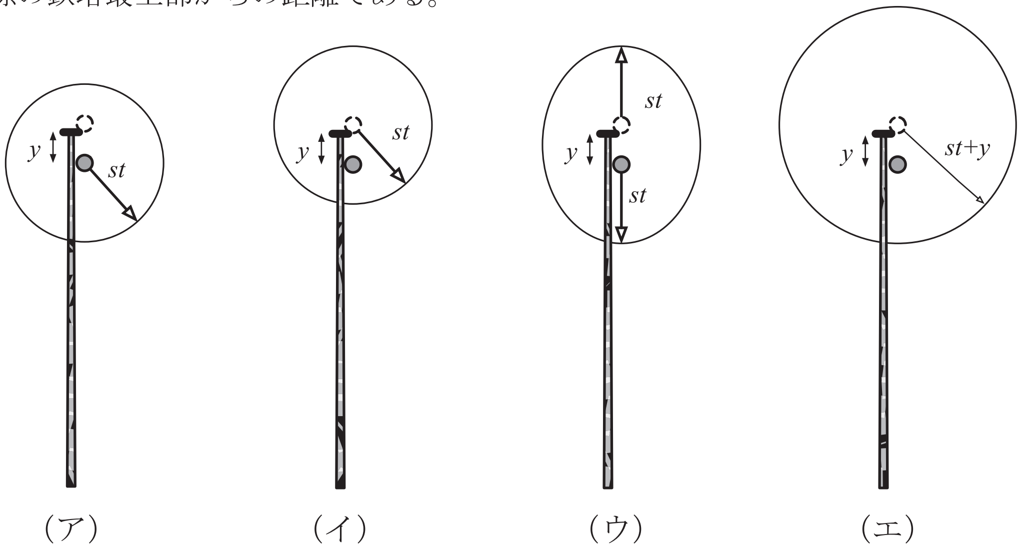


図 10

音源は，落下を始めた瞬間に作動して音波を発し始め，地上に到達した瞬間に停止して音波を発しなくなったとする。

問２　次の問に答えよ。

２－１　左の鉄塔最下部に置かれた検知器１が，音波を検知し始めた直後に測定した振動数はいくらか。f，s，g，d の中から必要なものを用いて表せ。

２－２　検知器１が，音波を検知しなくなる直前に測定した振動数はいくらか。f, s, g, d の中から必要なものを用いて表せ。

問３　次の問に答えよ。

３－１　音源が落下する全過程で，右の鉄塔最上部の検知器２が検知した音波の振動数の変化はどのようであるか。最も適切なものを以下の選択肢から一つ選んで，解答欄に記入せよ。

（ア）　振動数は一定である。

（イ）　振動数は徐々に増加する。

（ウ）　振動数は徐々に減少する。

（エ）　振動数は徐々に増加したのち，徐々に減少する。

（オ）　振動数は徐々に減少したのち，徐々に増加する。

（カ）　振動数は減少と増加を二回以上繰り返す。

３－２　音源が落下する全過程で，右の鉄塔最下部の検知器３が検知した音波の振動数の変化はどのようであるか。最も適切なものを以下の選択肢から一つ選んで，解答欄に記入せよ。

（ア）　振動数は一定である。

（イ）　振動数は徐々に増加する。

（ウ）　振動数は徐々に減少する。

（エ）　振動数は徐々に増加したのち，徐々に減少する。

（オ）　振動数は徐々に減少したのち，徐々に増加する。

（カ）　振動数は減少と増加を二回以上繰り返す。

３－３　右の鉄塔最下部に置かれた検知器３が，音波を検知し始めた直後に測定した振動数はいくらか。f，s，g，dのうち必要なものを用いて表せ。

３－４　検知器３が，音波を検知しなくなる直前に測定した振動数はいくらか。f, s, g, dのうち必要なものを用いて表せ。

次に，音源は，落下を始めた瞬間に作動して音波を発し始め，高さdの地点に達した瞬間に停止して音波を発しなくなったとする。

問４　次の問に答えよ。解法欄には導出過程を記述せよ。

４－１　右の鉄塔最上部の検知器２が，音波を検知しなくなる直前に測定した振動数はいくらか。f，s，g，dのうち必要なものを用いて表せ。

４－２　右の鉄塔最下部の検知器３が，音波を検知しなくなる直前に測定した振動数はいくらか。f，s，g，dのうち必要なものを用いて表せ。