

数 学 $\frac{1}{6}$

I 次の各問に答えよ。なお、解答用紙の所定欄に答のみを記入すること。

(1) 集合 A, B を

$$A = \{x \mid x \text{ は } 30 \text{ 以下の素数}\}, B = \{x \mid x \text{ は } 4 \text{ で割ると } 1 \text{ 余る整数}\}$$

とする。このとき、集合 $A \cap B$ の要素をすべて列挙せよ。

(2) 放物線 $y = x^2 - 2ax + 2a + 4$ の頂点が放物線 $y = x^2$ 上にあるように定数 a の値を定めよ。

(3) 2次方程式 $2x^2 + x - 2 = 0$ の2つの解を α, β とする。 $\alpha^3 + \beta^3$ の値を求めよ。

(4) 直線 $y = -\frac{1}{3}x + 1$ に関して点 $A(5, -4)$ と対称な点 B の座標を求めよ。

(5) $1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 3, 3$ の9個の数字を使ってできる9桁の整数は何個あるか求めよ。

(6) $\boxed{0}, \boxed{1}, \boxed{2}$ のカードが2枚ずつ合計6枚入っている袋から、無作為に1枚ずつ4回カードを取り出して、取り出した順に左から並べたとき、 $\boxed{2}\boxed{0}\boxed{2}\boxed{1}$ となる確率を求めよ。ただし、取り出したカードは袋に戻さないものとする。

(7) ベクトル \vec{a}, \vec{b} について、 $|\vec{a}| = 3, |\vec{b}| = 4, |\vec{a} - 2\vec{b}| = 9$ が成り立つとする。このとき、2つのベクトル $\vec{a} + \vec{b}$ と $\vec{a} + t\vec{b}$ が垂直になるような実数 t の値を求めよ。

(8) 自然数 n について、次の和 S_n を求めよ。

$$S_n = \frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{2 \cdot 4} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \cdots + \frac{1}{n(n+2)}$$

数 学 $\frac{2}{6}$

[メモ欄]

数 学 $\frac{3}{6}$

Ⅱ O を原点とする座標平面上に 2 点 $A(7, 7)$, $B(-1, 7)$ がある。 $\angle AOB = \theta (0 < \theta < \pi)$ とするとき、次の各問に答えよ。

- (1) $\cos \theta$ を求めよ。
- (2) $\angle AOB$ を二等分する直線を l とする。 l の方程式を求めよ。
- (3) $\angle OAB$ を二等分する直線を m とする。 m の方程式を求めよ。
- (4) $\triangle OAB$ の内接円の中心の座標を求めよ。

数 学 $\frac{4}{6}$

[メモ欄]

Ⅲ 次の各問に答えよ。

- (1) 関数 $y = x(1 - x)^2$ の増減表を作成せよ。また、極値を求め、そのときの x の値も答えよ。
- (2) 曲線 $y = x(1 - x)^2$ と x 軸で囲まれた部分の面積 S を求めよ。
- (3) $t = 2^{-x}$ とおく。 $x > 0$ のとき、 t の取り得る値の範囲を求めよ。ただし、答のみでよい。
- (4) $x > 0$ の範囲で $y = -x + 2\log_2(1 - 2^{-x})$ の最大値を求めよ。また、そのときの x の値を求めよ。

数 学 $\frac{6}{6}$

[メモ欄]