

# 数 学 $\frac{1}{6}$

I 次の各問に答えよ。なお、解答用紙の所定欄に答のみを記入すること。

- (1) 方程式  $2x^2 + |x| - 6 = 0$  の実数解を求めよ。
- (2) 100 円硬貨, 50 円硬貨, 10 円硬貨を使って, ちょうど 500 円を支払う方法は何通りあるか。硬貨は何枚使ってもよく, また, 使わない硬貨があってもよい。
- (3)  $2 \leq n \leq 100$  を満たす整数  $n$  のうち,  $\frac{1}{n}$  が有限小数で表されるものの個数を求めよ。
- (4)  $x$  の整式  $P(x)$  を  $x - 1$  で割ったときの余りは 2 であり,  $x - 2$  で割ったときの余りは 3 である。このとき,  $P(x)$  を  $(x - 1)(x - 2)$  で割ったときの余りを求めよ。
- (5) 次の方程式が異なる 3 つの実数解をもつような定数  $a$  の値の範囲を求めよ。

$$x^3 - 3x^2 - 9x = a$$

- (6) 2 直線  $x - 3y + 5 = 0$ ,  $x + 2y + 4 = 0$  のなす角  $\theta$  ( $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ ) を求めよ。
- (7) 複素数平面上において, 複素数  $1 + 3i$  を表す点を A,  $3 + 7i$  を表す点を B とし, 実部が負である複素数  $a + bi$  を表す点を C とする。3 点 A, B, C を頂点とする三角形が正三角形であるとき, 複素数  $a + bi$  を求めよ。
- (8) 定積分  $\int_0^5 \frac{x}{\sqrt{9-x}} dx$  を求めよ。

数 学  $\frac{2}{6}$

[メモ欄]

Ⅱ  $k$  を定数とする。座標平面上に 2 直線

$$l: x - 2y - 4 = 0, \quad m: (k + 2)x + (k - 1)y - 6k - 3 = 0$$

と点  $A(5, 3)$  がある。このとき、次の各問に答えよ。

- (1) 2 直線  $l, m$  が平行となるような  $k$  の値を求めよ。
- (2) 直線  $l$  に関して、点  $A$  と対称な点を  $B$  とする。点  $B$  の座標を求めよ。
- (3) 定数  $k$  の値にかかわらず、直線  $m$  はある定点  $C$  を通る。点  $C$  の座標を求めよ。
- (4) (3) の点  $C$  について、点  $P$  が直線  $l$  上を動くとき、 $AP + PC$  の最小値を求めよ。
- (5)  $k$  は (1) で求めた値とする。点  $P$  が直線  $l$  上を、点  $Q$  が直線  $m$  上を動くとき、 $AP + PQ$  の最小値を求めよ。

数 学  $\frac{4}{6}$

[メモ欄]

Ⅲ  $x > 0$  の範囲で定義された関数  $f(x) = \frac{\log x}{x}$  を考え、方程式  $y = f(x)$  で表される曲線を  $C$  とする。また、この関数が極大値をとるときの  $x$  の値を  $\alpha$  とし、このときの極大値を  $M$  とする。さらに、曲線  $C$  と  $x$  軸および直線  $x = \alpha$  で囲まれた図形を  $D$  とする。このとき、次の各問に答えよ。

(1) 関数  $f(x)$  の増減を調べよ。また、 $\alpha$  および  $M$  の値を求めよ。

(2) 図形  $D$  の面積を求めよ。

(3) 不定積分  $\int \frac{\log x}{x^2} dx$  を求めよ。

(4) 図形  $D$  を  $x$  軸の周りに 1 回転させてできる立体の体積を求めよ。

数 学  $\frac{6}{6}$

[メモ欄]