

I [力学]

水平な地面の上に敷いたレールの上を、質量 M の台車を走らせた。図 1 はレールを真上から見た図で、台車は位置 A から位置 I に向かって移動する。位置 A から位置 F の間は直線で、位置 F から位置 I の間はカーブである。位置 G から位置 H の間のレールの軌道は、位置 O を中心とする半径 r の円周の一部とみなすことができる。重力加速度の大きさを g とし、台車が移動する間の空気抵抗は無視できるものとする。

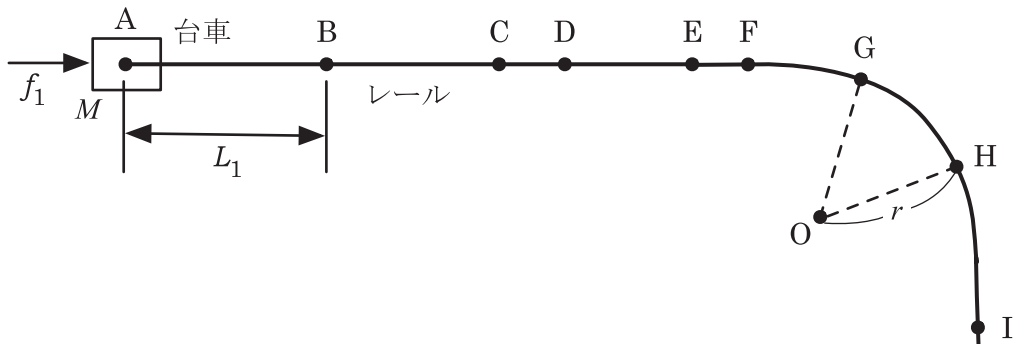


図 1

最初、台車は位置 A で静止していた。図 1 のように、この状態から台車をレールと平行で水平右向きの一一定の大きさ f_1 の力で位置 B まで押し続けた。AB 間の距離を L_1 とし、AB 間で台車とレールの上に摩擦はないものとする。

問 1 AB 間を移動中の台車の加速度の大きさを、 f_1 、 M を用いて表せ。

問 2 台車が位置 A から位置 B に移動するのに要する時間を、 L_1 、 f_1 、 M を用いて表せ。

物 理 $\frac{2}{9}$

位置 B で台車を押すのをやめると、台車は BC 間を一定の速さで移動した。台車がカーブに近づいたため、CF 間で台車にブレーキをかけると、台車とレールの間に摩擦力がはたらいた。台車とレールの間にはたらく摩擦力は、CD 間で 0 から徐々に大きくなり、DE 間では一定の大きさ f_2 で、位置 E を通過すると徐々に小さくなり、位置 F で摩擦力は 0 になった。図 2 のように、位置 D を通過する瞬間の台車の速さを v とし、DE 間の距離を L_2 とする。

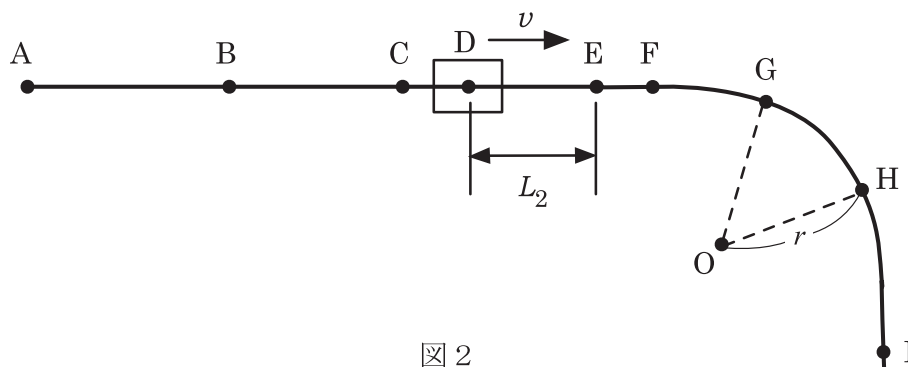


図 2

問 3 台車が位置 D から位置 E に移動する間に、台車とレールの間にはたらく摩擦力が台車にする仕事を f_2, L_2 を用いて表せ。

問 4 台車が位置 E を通過する瞬間の速さを、 f_2, L_2, v, M を用いて表せ。解法欄には、導出過程を記述せよ。

図 3 のように、台車の内部に天井から質量 m の小球が伸び縮みしない糸とバネ定数 k のバネでつるされている。BC 間では台車に対して小球が静止しており、この状態でのバネの長さを ℓ とする。糸とバネの質量は無視できる。 M は m より十分大きいいため、小球が台車の運動に及ぼす影響は無視できるものとする。DE 間で、糸とバネは直線を保ったまま鉛直方向から一定の角度で傾き、台車内の小球の位置にずれが生じた。

問 5 DE 間で、小球の水平方向のずれの向きを、台車を上から見た図 4 の①～⑧の中から選べ。

問 6 DE 間で、バネには ℓ からの伸びが生じた。この伸びを、 k, f_2, g, m, M を用いて表せ。解法欄には、導出過程を記述せよ。

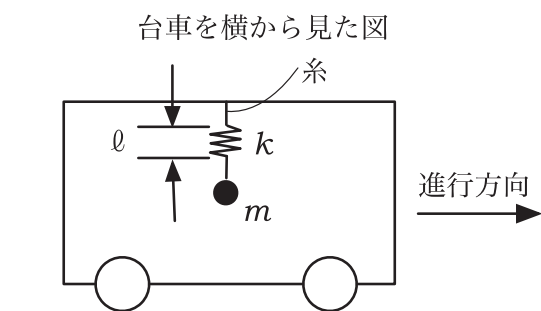


図 3

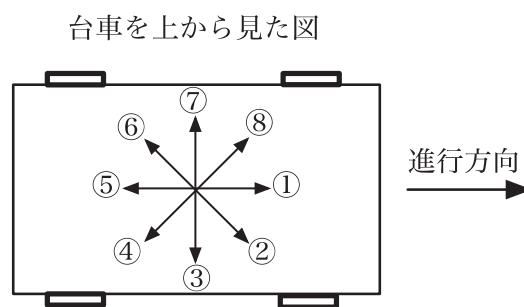


図 4

位置 F を通過した台車は、FI 間を一定の速さ V で移動した。FG 間と HI 間では、台車内でおもりをつるす糸とバネが常に直線を保ちながら、ゆっくりとその向きが変化した。図 5 のように台車が GH 間で移動している間は、糸とバネは直線を保ったまま鉛直方向から一定の角度で傾き、台車内の小球の位置にずれが生じた。

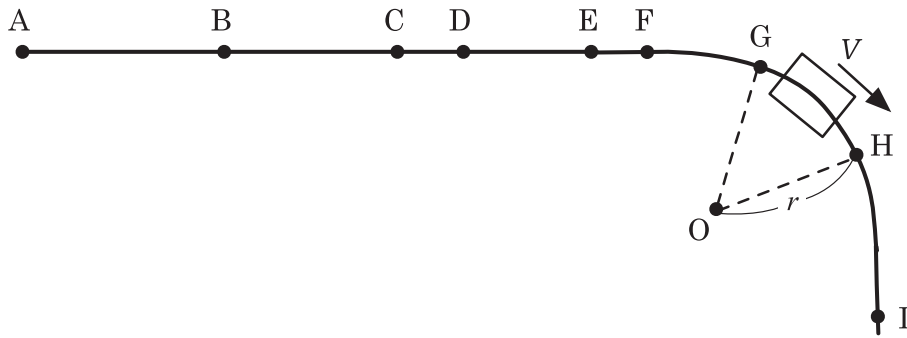


図 5

問 7 台車が GH 間を移動する間の、小球の水平方向のずれの向きを、台車を上から見た図 4 中の①～⑧の中から選べ。

問 8 台車が GH 間を移動する間、バネには l からの伸びが生じた。この伸びを m , r , k , V , g を用いて表せ。

問 9 台車が GH 間を移動する間の、小球をつるす糸とバネがなす向きと鉛直方向の間の角度を θ とする。 $\tan \theta$ を r , g , V を用いて表せ。

II [電磁気]

図 6 に示すように、面積が A の 3 枚の同じ形の薄い金属板 G, I, J の端部を揃えて平行に配置した。金属板 GI 間の距離は d , IJ 間の距離は $2d$ である。金属板 GI 間および IJ 間は真空（真空の誘電率 ϵ_0 ）である。はじめ、全ての金属板の電荷は 0 であり、その電位は等しい。電圧を加えたとき、金属板端部の影響は無視できるものとする。

問 1 金属板 GI 間の電気容量を、 A , d , ϵ_0 を用いて表せ。

問 2 金属板 GJ 間の電気容量を、 A , d , ϵ_0 を用いて表せ。

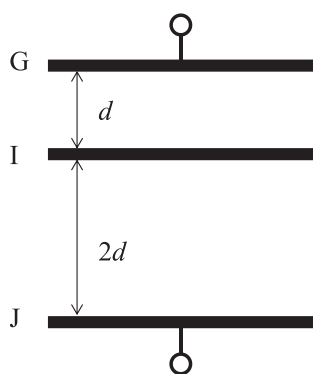


図 6

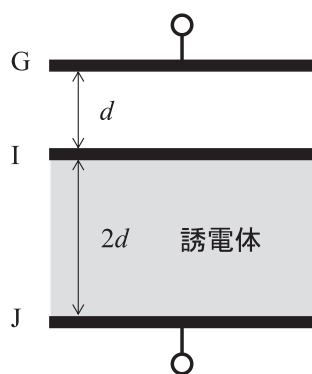


図 7

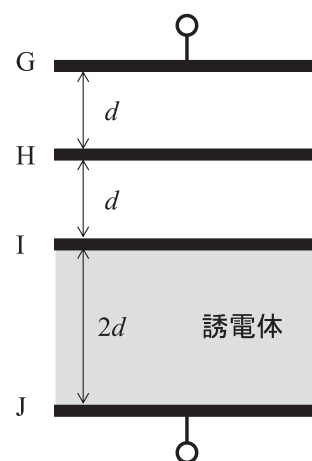


図 8

次に、図 7 に示すように、電荷を持たない比誘電率 4 の誘電体を金属板 IJ 間に隙間がないように挿入した。

問 3 金属板 GJ 間の電気容量は、誘電体挿入前と比較して、何倍に変化するか答えよ。

次に、図 8 に示すように、金属板 GI 間の距離を拡げ、面積が A で電荷を持たない同じ形の薄い金属板 H を、他の金属板と端部を揃えて挿入した。金属板 GH 間および HI 間は真空で、その距離はともに d である。金属板 IJ 間の距離は $2d$ であり、比誘電率 4 の誘電体が隙間がないように挿入されている。

問4 金属板 GJ 間の電気容量は、金属板 GH 間、HI 間、IJ 間からなる 3 つのコンデンサーの直列接続の電気容量と等価である。金属板 GH 間の電気容量が C であるとして、GJ 間の電気容量を、 C を用いて表せ。

図9のように、スイッチ S_1 , S_2 , 内部抵抗が無視できる電池 B_1 , B_2 , および抵抗 R を、図8の4枚の金属板に接続した。最初の状態では全てのスイッチが開いており、全ての金属板の電荷は0で、それらの電位は等しい。

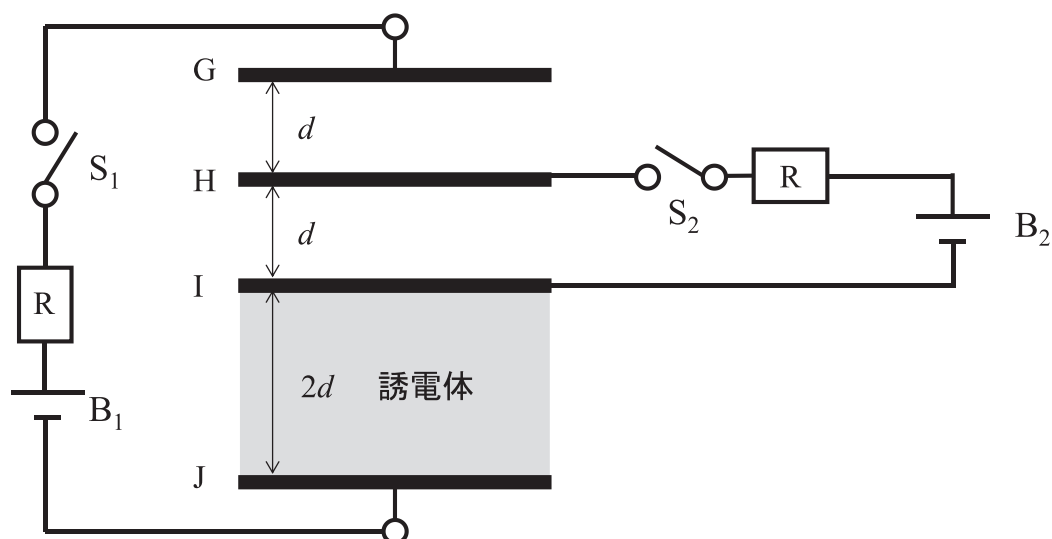


図9

まず、スイッチ S_2 を開いた状態で、スイッチ S_1 を閉じたところ、十分長い時間経過後の金属板 G の電荷は $+Q$ ($Q > 0$)、金属板 J の電荷は $-Q$ となった。金属板 GH 間の電気容量を C とする。

問5 電池 B_1 の起電力を V_A ($V_A > 0$) として、金属板 G に蓄えられた電荷 Q を、 C , V_A を用いて表せ。

問6 金属板 IJ 間および金属板 GH 間の電位差を V_A を用いて表せ。

問7 隣り合う金属板間に生じる電界（電場）は一様であるとして、金属板 IJ 間の電界の強さを、 d , V_A を用いて表せ。

次に、スイッチ S_1 を開いた後、スイッチ S_2 を閉じて十分長い時間が経過した。電池 B_2 の起電力を V_B ($V_B > 0$) とする。

物 理 6/9

問8 スイッチ S_2 を閉じる前と比べて、閉じた後に金属板 GJ 間に蓄えられる静電エネルギーが増大するために必要な V_B の条件を、 V_A を用いて表せ。

問9 $V_B = +\frac{7}{5} V_A$ の場合、スイッチ S_2 を閉じてから十分長い時間経過後に、金属板 GJ 間に蓄えられた静電エネルギーを、 C 、 V_A を用いて表せ。解法欄には導出過程を記述せよ。

III [熱力学]

図 10 のようにフタの部分が断面積 S の軽いピストンになっている円筒容器内に物質量 n モルの気体が封入されている。気体がピストンから漏れ出ることなく、また円筒容器は水平に固定されているとする。ピストン外部における大気圧は P_0 、外部の温度は絶対温度 T_0 であるとする。封入されている気体は単原子分子理想気体であるとし、温度 T のときの気体の内部エネルギー U は気体定数を R として $U = (3/2)nRT$ で与えられるとする。

問 1 はじめ、気体の圧力は大気圧と同じ値 P_0 になっており、ピストンは静止している。また、円筒容器およびピストンは熱の移動が可能な材質で作られており、気体の温度は外部の温度と同じ値 T_0 であるとする。円筒容器の底からピストンまでの距離 L_0 を P_0, T_0, S, n, R を用いて表せ。

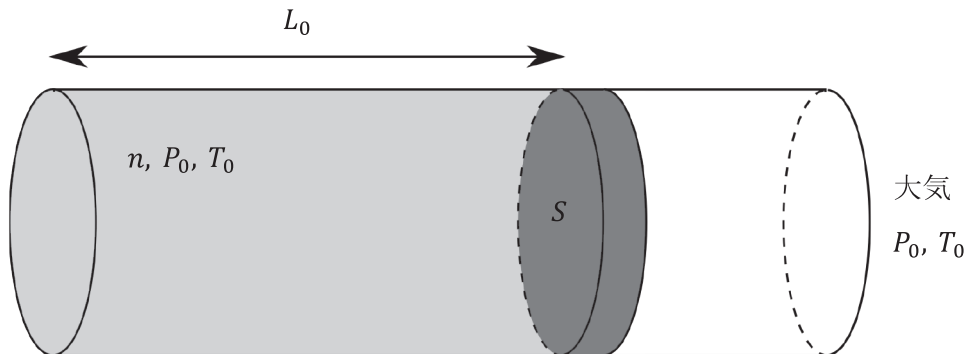


図10

次に、図 11 に示すようにピストンの面に対して垂直に力を加えて気体をゆっくりと膨張させた。気体の温度は常に外部の温度 T_0 に保たれていたとする。円筒容器の底からピストンまでの距離が L_1 の位置で静止させたとき、ピストンに加えている力の大きさは F_1 、気体の圧力は P_1 であった。円筒容器とピストンの間にはたらく摩擦は無視できるとする。

問 2 ピストンに加えている力と大気圧がピストンを押す力の合力は、気体がピストンを押す力とつり合っている。 P_1 を P_0, F_1, S を用いて表せ。

問 3 L_1 を P_0, F_1, S, n, R, T_0 を用いて表せ。

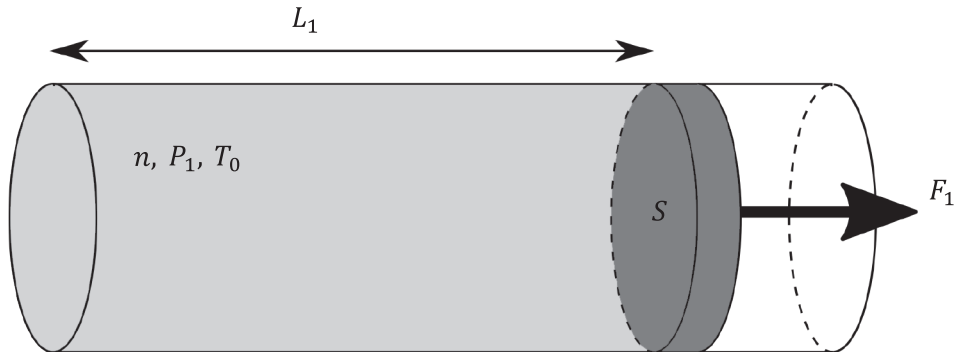


図11

次に円筒容器およびピストンを熱の移動が不可能な断熱材で作られたものに交換し、再び図 10 の状態からピストンの面に対して垂直に力を加えて気体を膨張させた。

問 4 円筒容器の底からピストンまでの距離が L_2 の位置でピストンを静止させたとき、ピストンに加えている力の大きさは F_2 、気体の圧力は P_2 であった (図 12)。また、円筒容器の底からピストンまでの距離が L_0 から L_2 になるまで動いた間に気体はピストンに対して W_1 の仕事をした。円筒容器の底からピストンまでの距離が L_2 のときの気体の温度 T_2 および L_2 を $P_0, F_2, S, n, R, T_0, W_1$ から必要なものを用いて表せ。解法には導出過程を記述せよ。

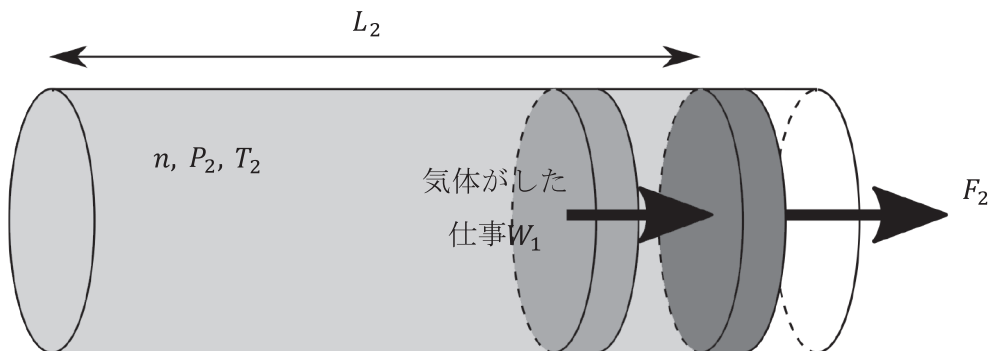


図12

問5 問4の状態の後、ピストンに加える力を小さくしていった。ピストンに加えていた力が0となったときにピストンは静止し、気体の圧力は再び大気圧と同じ P_0 となった(図13)。気体は大気圧によって圧縮され、ピストンは円筒容器の底からピストンまでの距離が L_2 から L_3 になるまで動き、その間に気体はピストンから W_2 の仕事をした。円筒容器の底からピストンまでの距離が L_3 のときの気体の温度 T_3 を T_0, n, R, W_1, W_2 を用いて表せ。

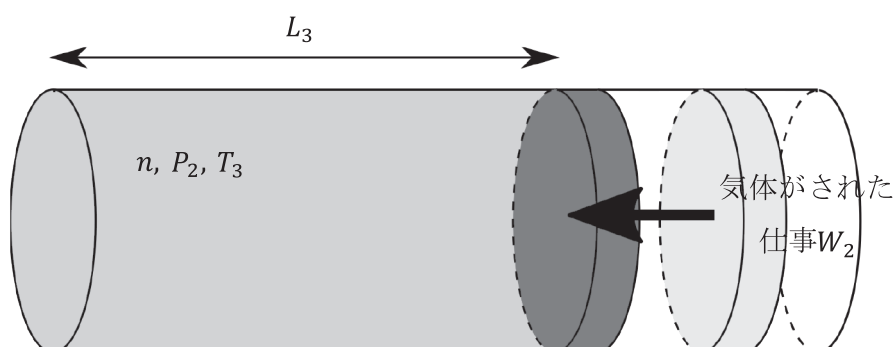


図13

問6 問4および問5の過程に関する次の記述の空欄(ア)、(イ)、(ウ)、(エ)に対し、それぞれ[高い、低い、変化しない]のどれかを選べ。

気体がピストンに対してする仕事 W_1 および気体がピストンからされる仕事 W_2 はピストンがどれだけ速く動いたかによって変化する。ピストンが速く動くほど W_1 は小さくなり、 W_2 は大きくなる。

ピストンが非常にゆっくりと動き、 $W_1 = W_2 > 0$ であったとする。このとき気体が膨張したときの温度 T_2 は T_0 に対して(ア)。また、ピストンに加える力が0になったときの温度 T_3 は T_0 に対して(イ)。

逆にピストンが非常に素早く動き $W_2 > 0$ かつ $W_1 = 0$ であったとする。このとき気体が膨張したときの温度 T_2 は T_0 に対して(ウ)。その後、ピストンに加える力を0にしたときの温度 T_3 は T_0 に対して(エ)。