

数 学 $\frac{1}{6}$

I 次の各問に答えよ。なお、解答用紙の所定欄に答のみを記入すること。

(1) $\sin \theta + \cos \theta = \frac{1}{3}$ のとき、 $\tan \theta + \frac{1}{\tan \theta}$ の値を求めよ。

(2) 5 個の数字 0, 1, 2, 3, 4 を重複を許して使ってできる 4 桁の偶数は何個あるか。

(3) 半径が 3, 中心角が $\frac{2}{7}\pi$ の扇形の弧の長さを求めよ。

(4) a を定数とする。3 次方程式 $2x^3 + 3x^2 - 12x + a = 0$ が異なる 2 個の正の解と 1 個の負の解をもつとき、 a のとり得る値の範囲を求めよ。

(5) 平面上のベクトル \vec{a}, \vec{b} について、 $|\vec{b}| = \sqrt{10}$, $|\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{13}$, $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1$ とする。このとき、 $|\vec{a}|$ を求めよ。

(6) 初項 2, 公差 3 の等差数列 $\{a_n\}$ について、和 $\sum_{n=3}^{10} a_n$ を求めよ。

(7) $z^3 = 8i$ を満たす複素数 z のうち、実部が負であるものを求めよ。

(8) 定積分 $\int_1^2 x \log(x+1) dx$ を求めよ。

数 学 $\frac{2}{6}$

[メモ欄]

Ⅱ 関数 $f(x) = \frac{x^3}{24} + \frac{2}{x}$ について、次の各問に答えよ。

- (1) $f(x)$ の導関数を求めよ。
- (2) $f(x)$ の増減を調べ、極値を求めよ。
- (3) 曲線 $y = f(x)$ 上の点 $(a, f(a))$ ($a > 0$) における接線 l が原点を通るとき、 l の方程式と a の値を求めよ。
- (4) a は (3) で求めた値とし、関数 $f(x)$ が極小となるときの x の値を b とする。曲線 $y = f(x)$ ($b \leq x \leq a$) の長さを求めよ。

数 学 $\frac{4}{6}$

[メモ欄]

Ⅲ さいころを何回か投げて、座標平面上の点 P を以下のように移動させることを考える。

点 P は原点 $(0, 0)$ を出発点として、さいころを投げるごとに

2 以下の目が出た場合は y 軸の正の方向へ出た目の数だけ移動し、

3 以上の目が出た場合は x 軸の正の方向へ出た目の数だけ移動する。

例えば、さいころを 3 回投げて

1 回目に 5 の目、2 回目に 1 の目、3 回目に 4 の目

が出たとすると、点 P は

$(0, 0) \rightarrow (5, 0) \rightarrow (5, 1) \rightarrow (9, 1)$

のように移動して、最後に点 $(9, 1)$ に到達する。このように最後に到達する点を終着点とよぶことにする。このとき、次の各問に答えよ。

なお、各問の答は既約分数で答えること。

- (1) さいころを 3 回投げたとき、点 P の終着点が点 $(6, 3)$ となる確率を求めよ。
- (2) さいころを 3 回投げたとき、点 P の終着点が直線 $y = x$ 上の点となる確率を求めよ。
- (3) さいころを 4 回投げたとき、点 P の終着点が直線 $y = 2$ 上の点となる確率を求めよ。
- (4) さいころを 5 回投げたとき、点 P の終着点が領域 $x \leq 6$ 内の点となる確率を求めよ。

数 学 $\frac{6}{6}$

[メモ欄]