I　次の各問に答えよ。なお，解答用紙の所定欄に答のみを記入すること。

(1) a を 0 でない実数とする。2 次関数 $f(x)=ax^2-6ax+a^2$ の $1 \leqq x \leqq 4$ における最大値が 0 であるとき，a の値を求めよ。

(2) $\sin\theta+\cos\theta=\dfrac{1}{3}$ のとき，$\tan\theta+\dfrac{1}{\tan\theta}$ の値を求めよ。

(3) $\sqrt{315n}$ が自然数となるような最小の自然数 n を求めよ。

(4) 5 個の数字 0, 1, 2, 3, 4 を重複を許して使ってできる 4 桁の偶数は何個あるか。

(5) 半径が 3，中心角が $\dfrac{2}{7}\pi$ の扇形の弧の長さを求めよ。

(6) a を定数とする。3 次方程式 $2x^3+3x^2-12x+a=0$ が異なる 2 個の正の解と 1 個の負の解をもつとき，a のとり得る値の範囲を求めよ。

(7) 平面上のベクトル $\vec{a}$, $\vec{b}$ について，$|\vec{b}|=\sqrt{10}$, $|\vec{a}-\vec{b}|=\sqrt{13}$, $\vec{a}\cdot\vec{b}=1$ とする。このとき，$|\vec{a}|$ を求めよ。

(8) 初項 2，公差 3 の等差数列 $\{a_n\}$ について，和 $\displaystyle\sum_{n=3}^{10} a_n$ を求めよ。

〔メモ欄〕

Ⅱ　a を定数とし，方程式

$$4^x - a \cdot 2^{x+1} - a + 12 = 0 \quad \cdots (*)$$

を考える。このとき，次の各問に答えよ。

(1) $t = 2^x$ とおく。 t の満たす方程式を求めよ。

(2) (1) の t についての方程式が正の重解をもつものとする。このとき， a の値と $(*)$ の解 x_0 を求めよ。

(3) (2) で求めた x_0 と $\dfrac{3}{2}$ の大小関係を決定せよ。

(4) (2) で求めた x_0 と $\log_3 4$ の大小関係を決定せよ。

〔メモ欄〕

Ⅲ　さいころを何回か投げて，座標平面上の点 P を以下のように移動させることを考える。
点 P は原点 $(0,0)$ を出発点として，さいころを投げるごとに

2 以下の目が出た場合は y 軸の正の方向へ出た目の数だけ移動し，

3 以上の目が出た場合は x 軸の正の方向へ出た目の数だけ移動する。

例えば，さいころを 3 回投げて

1 回目に 5 の目，2 回目に 1 の目，3 回目に 4 の目

が出たとすると，点 P は

$(0,0) \to (5,0) \to (5,1) \to (9,1)$

のように移動して，最後に点 $(9,1)$ に到達する。このように最後に到達する点を終着点とよぶことにする。このとき，次の各問に答えよ。
なお，各問の答は既約分数で答えること。

(1) さいころを 3 回投げたとき，点 P の終着点が点 $(6,3)$ となる確率を求めよ。

(2) さいころを 3 回投げたとき，点 P の終着点が直線 $y=x$ 上の点となる確率を求めよ。

(3) さいころを 4 回投げたとき，点 P の終着点が直線 $y=2$ 上の点となる確率を求めよ。

(4) さいころを 5 回投げたとき，点 P の終着点が領域 $x \leqq 6$ 内の点となる確率を求めよ。

〔メモ欄〕