

I 次の各問に答えよ。なお、解答用紙の所定欄に答のみを記入すること。

(1)  $a$  を定数とする。関数  $y = ax^2 + 4x + a + 3$  において、 $y$  の値が常に負になるような  $a$  の値の範囲を求めよ。

(2) 1 枚の硬貨を続けて 5 回投げるとき、3 回目以降に初めて表が出る確率を求めよ。

(3)  $0 \leq x < 2\pi$  のとき、方程式  $\cos 2x + 3 \cos x + 2 = 0$  を解け。

(4)  $a, b$  を実数の定数とする。3 次方程式  $x^3 + ax^2 + bx + 1 = 0$  が  $x = 1 + \sqrt{3}i$  を解にもつとき、 $a, b$  の値を求めよ。ただし、 $i$  は虚数単位とする。

(5) 次の方程式を解け。

$$2 + \log_3 x = \log_3(x - 1) + \log_3(x + 6)$$

(6) 3 つのベクトル  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  が  $\vec{a} \cdot \vec{b} = -2$ ,  $\vec{b} \cdot \vec{c} = -3$ ,  $\vec{c} \cdot \vec{a} = -4$ ,  $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$  を満たしている。このとき、大きさ  $|\vec{a}|, |\vec{b}|, |\vec{c}|$  のうちで最大であるものを答えよ。また、その値を求めよ。

(7) 次の極限を求めよ。

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3 \cdot 2^x + 4 \cdot 2^{-x}}{5 \cdot 2^x + 6 \cdot 2^{-x}}$$

(8)  $y = \log(x + \sqrt{x^2 + 1})$  の第 2 次導関数  $y''$  を求めよ。

# 数 学 $\frac{2}{6}$

〔 メ モ 欄 〕

- Ⅱ 数列を以下のように，第  $n$  群に  $n$  個の数が入るように分ける。また，各群には 1 から順に奇数を並べるものとする。

$$1 \mid 1, 3 \mid 1, 3, 5 \mid 1, 3, 5, 7 \mid 1, \dots$$

このとき，次の各問に答えよ。

- (1) 第  $n$  群に含まれる数の総和を  $n$  を用いて表せ。
- (2) 第 223 項は，第何群の何番目か。
- (3) 第 1 群の 1 番目から第 17 群の最後の数までの総和を求めよ。
- (4) 第 1 群の 1 番目から第 24 群の 12 番目の数までの総和を求めよ。

# 数 学 $\frac{4}{6}$

〔 メ モ 欄 〕

Ⅲ 関数  $f(x)$  を

$$f(x) = x^2 e^{2x} - \frac{1}{2} e^{2x}$$

と定める。このとき、次の各問に答えよ。ただし、 $e$  は自然対数の底とする。

(1)  $f'(x)$  を求めよ。

(2)  $f''(x) = 0$  を満たす  $x$  の値を求めよ。

(3) 不定積分  $\int x e^{2x} dx$  を求めよ。

(4) (2) で求めた値のうち、最小のものを  $a$ 、最大のものを  $b$  とする。このとき、  
定積分  $\int_a^b f(x) dx$  を求めよ。

# 数 学 $\frac{6}{6}$

〔メモ欄〕