

数 学 $\frac{1}{6}$

I 次の各問に答えよ。なお、解答用紙の所定欄に答のみを記入すること。

- (1) a を定数とする。関数 $y = ax^2 + 4x + a + 3$ において、 y の値が常に負になるような a の値の範囲を求めよ。
- (2) 5 個の数字 1, 2, 3, 4, 5 をすべて並べてできる 5 桁の整数を小さい方から順に並べる。このとき、100 番目の整数を求めよ。
- (3) 1 枚の硬貨を続けて 5 回投げるとき、3 回目以降に初めて表が出る確率を求めよ。
- (4) $(2x^2 - 3y)^5$ の展開式における x^4y^3 の係数を求めよ。
- (5) a, b を実数の定数とする。3 次方程式 $x^3 + ax^2 + bx + 1 = 0$ が $x = 1 + \sqrt{3}i$ を解にもつとき、 a, b の値を求めよ。ただし、 i は虚数単位とする。
- (6) $0 \leq x < 2\pi$ のとき、方程式 $\cos 2x + 3 \cos x + 2 = 0$ を解け。
- (7) 次の方程式を解け。
$$2 + \log_3 x = \log_3(x - 1) + \log_3(x + 6)$$
- (8) 3 つのベクトル $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ が $\vec{a} \cdot \vec{b} = -2$, $\vec{b} \cdot \vec{c} = -3$, $\vec{c} \cdot \vec{a} = -4$, $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$ を満たしている。このとき、大きさ $|\vec{a}|$, $|\vec{b}|$, $|\vec{c}|$ のうちで最大であるものを答えよ。また、その値を求めよ。

数 学 $\frac{2}{6}$

[メモ欄]

数 学 $\frac{3}{6}$

II 数列を以下のように、第 n 群に n 個の数が入るように分ける。また、各群には 1 から順に奇数を並べるものとする。

$$1 \mid 1, 3 \mid 1, 3, 5 \mid 1, 3, 5, 7 \mid 1, \dots$$

このとき、次の各問に答えよ。

- (1) 第 n 群に含まれる数の総和を n を用いて表せ。
- (2) 第 223 項は、第何群の何番目か。
- (3) 第 1 群の 1 番目から第 17 群の最後の数までの総和を求めよ。
- (4) 第 1 群の 1 番目から第 24 群の 12 番目の数までの総和を求めよ。

数 学 $\frac{4}{6}$

[メモ欄]

Ⅲ 曲線 $y = x^3 - 3x$ を C とする。このとき、次の各問に答えよ。

- (1) 曲線 C 上の点 $P(t, t^3 - 3t)$ における接線の方程式を求めよ。
- (2) 点 $A(1, -3)$ から曲線 C に引いた接線の方程式をすべて求めよ。
- (3) (2) の接線のうち、傾きが最も大きいものを l とする。曲線 C と直線 l および直線 $x = 1$ で囲まれた部分の面積 S を求めよ。

数 学 $\frac{6}{6}$

[メモ欄]