

I 次の各問に答えよ。なお、解答用紙の所定欄に答のみを記入すること。

(1) 放物線 $y = 2x^2 + 4x - 1$ と x 軸の 2 つの共有点を A, B とするとき、線分 AB の長さを求めよ。

(2) 男子 6 人、女子 3 人が円形に並んで座るとき、女子 3 人が続いて並ぶ確率を求めよ。

(3) 2 点 $A(a, b)$, $B(5, 1)$ を結ぶ線分 AB を $2:3$ に外分する点 C の座標が $(-3, 4)$ であるとき、点 A の座標を求めよ。

(4) $\frac{1}{\sin \theta} + \frac{1}{\cos \theta} = 3$ のとき、 $\sin \theta + \cos \theta$ の値を求めよ。

(5) $\log_2 3 = a$ とするとき、 $\log_2 \sqrt[3]{18}$ を a を用いて表せ。

(6) $x > 0$ のとき、 $\left(x + \frac{1}{x}\right) \left(\frac{x}{2} + \frac{2}{x}\right)$ の最小値を求めよ。

(7) a を定数とする。関数 $f(x) = x^3 - ax^2 + 2ax$ が $x = a$ で極値をとるとき、 a の値を求めよ。

(8) $\sum_{k=1}^{100} \frac{1}{k^2 + 3k + 2}$ を求めよ。ただし、答は既約分数で表すこと。

数 学 $\frac{2}{6}$

〔メモ欄〕

Ⅱ k を定数とし，座標平面上で，方程式

$$x^2 + y^2 + 2kx - 6ky + 11k^2 - 2k - 3 = 0 \quad \cdots \cdots (*)$$

の表す図形を考える。このとき，次の各問に答えよ。

- (1) $k = 2$ のとき，方程式 $(*)$ は円を表す。この円の半径を求めよ。
- (2) 方程式 $(*)$ が円を表すような k の値の範囲を求めよ。
- (3) k が (2) で求めた範囲を動くとき，方程式 $(*)$ で表される円を C_k とする。円 C_k の半径が最大となるような k の値を求めよ。
- (4) k が (3) で求めた値をとるとき，直線 $l: y = mx$ が円 C_k に接するような定数 m の値を求めよ。

数 学 $\frac{4}{6}$

〔メモ欄〕

Ⅲ a を $a > 1$ を満たす定数とする。座標平面上で、曲線 $C_1: y = x^3 + 3ax^2$ と曲線 $C_2: y = 3x^2$ を考える。 C_1 の接線で傾きが 0 であり、原点を通らないものを l とする。このとき、次の各問に答えよ。

- (1) 直線 l の方程式を a を用いて表せ。
- (2) 曲線 C_1 と直線 l で囲まれた部分の面積 S_1 を a を用いて表せ。
- (3) 2 曲線 C_1, C_2 の共有点の x 座標をすべて求めよ。ただし、必要ならば a を用いてよい。
- (4) 2 曲線 C_1, C_2 で囲まれた部分の面積を S_2 とする。 $S_1 = 4S_2$ となる a の値を求めよ。

数 学 $\frac{6}{6}$

〔メモ欄〕