I

図 1 のように，長さ $5l$ の質量の無視できる一様でまっすぐなレールが両端の点 P と点 Q を支点として水平に固定されており，質量 $2m$ の小物体 A と質量 $6m$ の小物体 B がレール上の点 R と点 S の位置でそれぞれ静止している。また，PR 間と RS 間の距離はともに $2l$ であった。レールの両端の点 P，Q に作用する垂直抗力の大きさをそれぞれ F_{P}，F_{Q} とし，重力加速度の大きさを g とする。

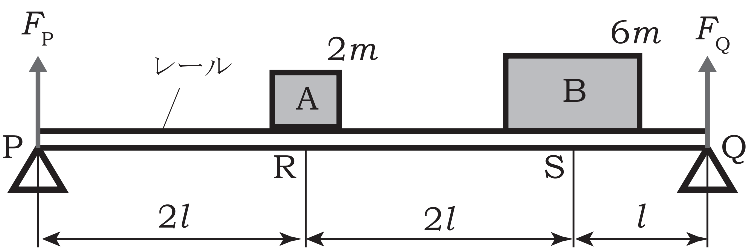

図 1

（1） レールに作用する垂直抗力の合力の大きさ $F_{\mathrm{P}} + F_{\mathrm{Q}}$ を m，g を用いて表せ。

（2） 力のモーメントのつり合いから，F_{P} と F_{Q} のそれぞれの大きさを m，g を用いて表せ。

図 2 のように，小物体 B をレール上にボルトで固定した。小物体 A は滑らかなレール上を水平方向に滑る。質量 m の小球 C が長さ $2l$ の質量が無視できる糸で吊り下げられており，鉛直軸に対して 60°の状態から静かに手を放した。小球 C は最下点で静止していた小物体 A に衝突し，衝突直後に小球 C は静止して，小物体 A は右向きに移動した。

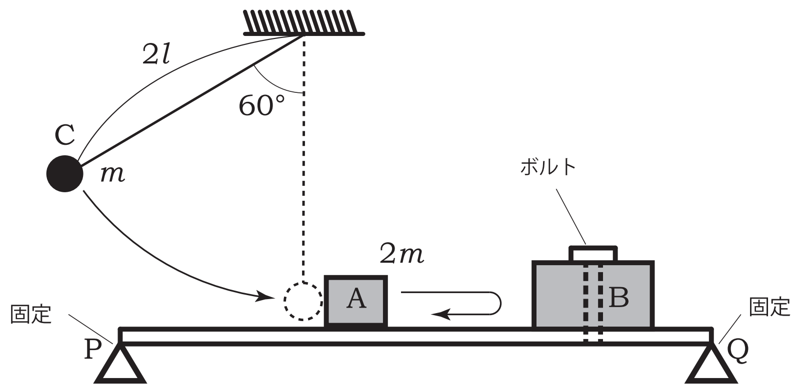

図 2

（3） 小物体 A に衝突する直前の小球 C の速さ v_C と加速度の大きさ a_C を g, l の中から必要なものを用いて表せ。

（4） 衝突直後の小物体 A の速さ v'_A を g, l を用いて表せ。また，この衝突における小物体 A と小球 C の間の反発係数（はね返り係数）e を求めよ。

小物体 A は小球 C との衝突後にレール上を右向きに進み，レールに固定している小物体 B と衝突してはね返った。このときの小物体 A と小物体 B の間の反発係数は，小物体 A と小球 C の間の反発係数と等しいものとする。

（5） 小物体 B への衝突直後の小物体 A の速さ v''_A と，この衝突で小物体 A が受けた力積の大きさ I_{AB} を m, g, l の中から必要なものを用いてそれぞれ表せ。解法も示すこと。

Ⅱ

図 3（a），（b）に示すように，水平面に対してそれぞれ角度 45°傾いた 2 本の固定されたレールの上に，質量 m で断面が正方形の物体 A が置かれ，レールに平行に外力を加えることにより一定の速さ v で 2 本のレールに沿って運動している。それぞれのレールと物体 A との間の動摩擦係数はともに μ' である。重力加速度の大きさを g とする。

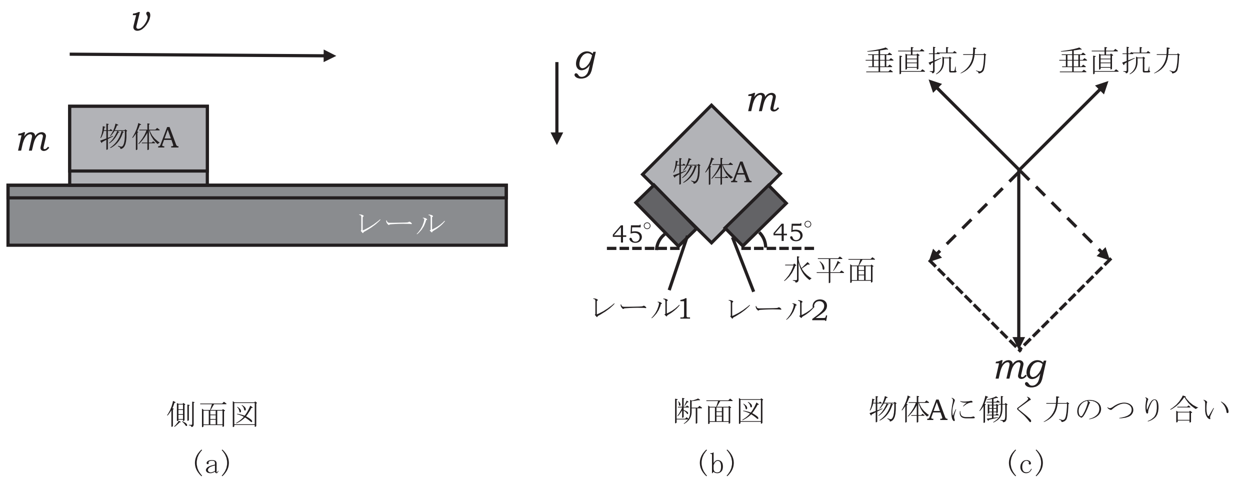

図 3

（1） 運動に垂直な断面内において，物体 A に働く力は図 3(c) に示すようにつり合っている。物体 A がレール 1 から受ける垂直抗力の大きさを，m と g を用いて表せ。

（2） 物体 A が 2 本のレールから受ける動摩擦力の大きさの和を，μ', m, g を用いて表せ。

次に，図 4 に示すように，物体 A に正の電荷 q を一様に分布するように与え，さらに磁束密度の大きさ B の一様な磁場を図 4 に示す向きに加えた。図 4 の物体 A の運動の向きは，紙面に垂直に表から裏向きである。ただし，レール 1，2 への帯電の影響はないものとする。

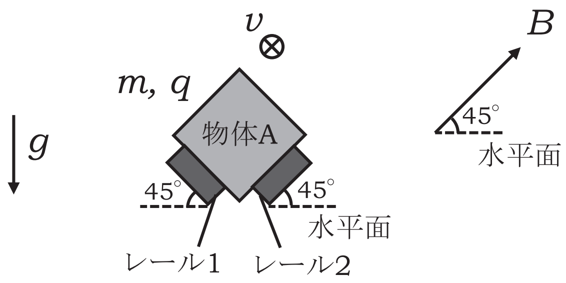

図 4

（3） 物体 A がレール 1，レール 2 から受ける動摩擦力の大きさを μ', m, g, q, v, B の中から必要なものを用いてそれぞれ表せ。

次に，磁束密度の大きさ B はそのままで，磁場の向きを反対にした。

（4） 物体 A がレール 2 から受ける垂直抗力の大きさが 0 とならないときの磁束密度の大きさ B の範囲を求めよ。

次に，図 5 に示すように，物体 A に正の電荷 q を一様に分布するように与え，水平右向きから反時計回りに角度 θ $(0° \leqq \theta < 360°)$ をなす向きに磁束密度の大きさ B の一様な磁場を加えた。ただし，物体 A は，２本のレールから摩擦力を受けながら，速さ v で図 5 に示す向きに運動した。

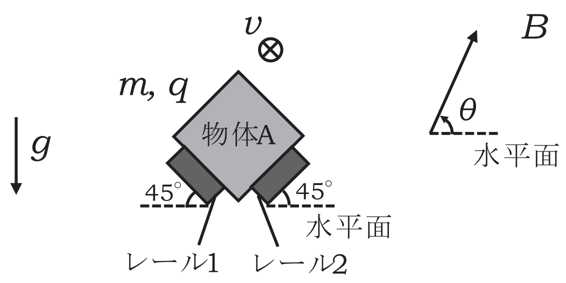

図 5

（５） 物体 A が２本のレールから受ける動摩擦力の和の大きさの最大値と最小値，およびそれらを与える θ を求めよ。解法も示すこと。ただし、次の式を用いてもよい。

$$\cos(\theta - 45°) - \sin(\theta - 45°) = \sqrt{2}\cos\theta$$

Ⅲ

図 6 のように，絶縁体でできた断面積 S の円筒とその終端に固定された導体の極板 A からなるシリンダー内に，質量の無視できる導体でできた極板 B をピストンとして配置した密閉容器を考える。内部には物質量 n の単原子分子理想気体が封入されており，密閉容器の外は圧力 P，絶対温度 T の外気である。極板 B は極板 A と平行を保ったまま動く。極板 A から極板 B の向きを正の方向として，極板 A を原点とする極板 B の位置を x とする。

いま，密閉容器内の理想気体の圧力と温度は外気に等しく，極板 B の位置は $x = d$ であった。気体定数を R として以下の問いに答えよ。

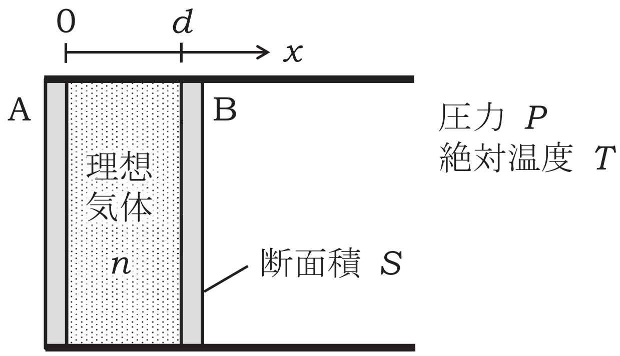

図 6

（1）理想気体の状態方程式から極板 B の位置 d を n，R，T，P，S の中から必要なものを用いて表せ。

次に，図 7 のように，極板 A，B を平行板コンデンサーとして，導線によって内部抵抗の無視できる起電力 V の電池，抵抗，スイッチとつないだ。そして極板 B を $x = d$ に固定して，スイッチを閉じてコンデンサーを充電した。このとき，コンデンサーに蓄えられた電荷の大きさを q とする。ただし，初期状態において極板 A，B の電荷は 0 であり，極板 A，B 間の距離は極板の大きさに比べて十分小さいものとする。また，理想気体の誘電率は ε で一定とする。以下の問いに答えよ。

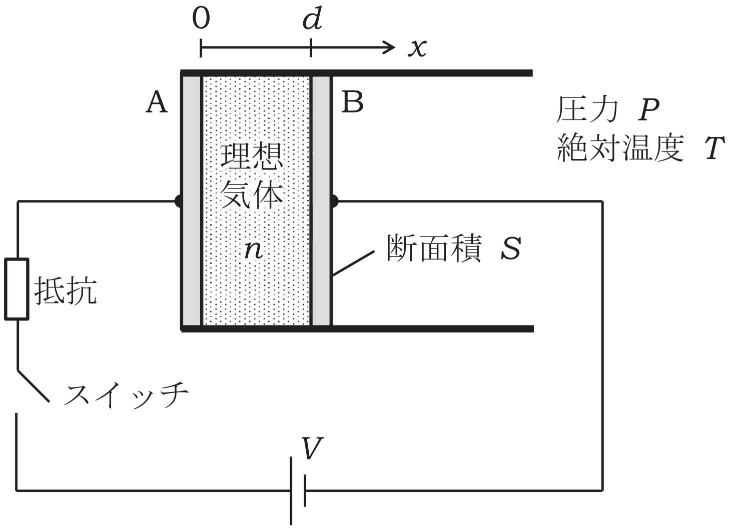

図 7

（2） q を ε，S，d，V の中から必要なものを用いて表せ。

（3） コンデンサーに蓄えられた静電エネルギー U_e を q，ε，S，d の中から必要なものを用いて表せ。

次に，スイッチを開いてから極板Bの固定を外すと極板Bは動き出した。このとき，極板Bには極板Aからの静電気力および密閉容器内の理想気体と外気による圧力のみが作用した。極板Bに働く極板Aからの静電気力の大きさ F は電荷の大きさ q を用いて

$$F = \frac{q^2}{2\varepsilon S}$$

と表せる。また，密閉容器は熱を通さず，理想気体と外気の間の熱のやり取りはないものとする。十分長い時間が経過した後，極板Bは $x = d_1$ で静止し，理想気体の圧力と絶対温度はそれぞれ P_1，$T_1 = aT$ となった。ただし，a は定数で $a > 1$ を満たす。以下の問いに答えよ。

（4） 物質量 n，絶対温度 T の単原子分子理想気体の内部エネルギーは $\frac{3}{2}nRT$ で与えられる。極板Bの移動前と移動後の理想気体の内部エネルギーをそれぞれ U，U_1 として，移動前後の内部エネルギーの変化量 $\Delta U = U_1 - U$ を求めよ。ただし、移動前の理想気体の状態方程式を利用して，ΔU を a，P，S，d の中から必要なものを用いて表すこと。

（5） 極板Bにおける力のつり合いの関係と理想気体の状態方程式から，理想気体の圧力 P_1 と極板間の距離 d_1 を F，a，P，S，d の中から必要なものを用いて表わせ。

（6） 極板Bの移動後のコンデンサーに蓄えられた静電エネルギーを U_{e1} とする。極板Bの移動前後の静電エネルギーの変化量 $\Delta U_e = U_{e1} - U_e$ を a，F，P，S，d を用いて表わせ。また，静電エネルギーの変化量 ΔU_e と理想気体の内部エネルギーの変化量 ΔU の合計が 0 となる，すなわち $\Delta U + \Delta U_e = 0$ となるために必要な $\frac{F}{PS}$ の値を a を用いて表せ。それぞれの解法もまとめて示すこと。