

数 学 $\frac{1}{6}$

I 次の各問に答えよ。なお、解答用紙の所定欄に答のみを記入すること。

(1) 不等式 $|4x - 3| < 5$ を解け。

(2) 白玉 7 個、赤玉 5 個が入っている袋から、玉を同時に 3 個取り出すとき、白玉 2 個と赤玉 1 個が出る確率を求めよ。ただし、答は既約分数で表せ。

(3) 方程式 $4^x - 2^{x+1} - 3 = 0$ を解け。

(4) $\pi < \theta < \frac{3}{2}\pi$ とする。 $\tan \theta = \sqrt{7}$ のとき、 $\sin \theta$ の値を求めよ。

(5) 円 $x^2 + y^2 = 1$ と直線 $y = m(x + 3) - 1$ が共有点をもつとき、定数 m のとり得る値の範囲を求めよ。

(6) 2 つのベクトル $\vec{a} = (2, 1, -2)$, $\vec{b} = (1, 2, 1)$ と実数 t について、 $|\vec{a} + t\vec{b}|$ の最小値を求めよ。

(7) 複素数 z が $z + \frac{1}{z} = \sqrt{3}$ を満たしている。このとき、 $z^{100} + \frac{1}{z^{100}}$ の値を求めよ。

(8) $f(x) = \frac{\log x}{x^2}$ ($x > 0$) の極大値を求めよ。

数 学 $\frac{2}{6}$

〔メモ欄〕

Ⅱ 数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和を S_n とし、次の条件を満たすとする。

$$a_1 = 2, \quad S_{n+1} - 5S_n = 3^{n+1} - 1 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

このとき、次の各問に答えよ。

(1) a_2 , S_3 をそれぞれ求めよ。

(2) a_{n+1} を, a_n を用いた式で表せ。

(3) $b_n = \frac{a_n}{3^n}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) とおく。 b_{n+1} を, b_n を用いた式で表せ。

(4) 数列 $\{a_n\}$ の一般項 a_n を求めよ。

数 学 $\frac{4}{6}$

〔メモ欄〕

Ⅲ 関数 $f(x) = (2x + 1)e^x$ について、次の各問に答えよ。ただし、 e は自然対数の底である。

- (1) 関数 $f(x)$ の導関数 $f'(x)$ を求めよ。
- (2) 曲線 $y = f(x)$ 上の点 $(t, f(t))$ における接線 ℓ の方程式を求めよ。
- (3) 曲線 $y = f(x)$ の接線で原点を通るものが 2 本存在する。この 2 直線の方程式を求めよ。
- (4) (3) で求めた 2 本の直線と曲線 $y = f(x)$ で囲まれた部分の面積 S を求めよ。

数 学 $\frac{6}{6}$

〔メモ欄〕