

要 旨

一対比較グラフの頂点の順位づけ問題

亀本 学

一対比較グラフとは重みつき有向グラフであって、異なる二頂点間に有向枝があればその重みの和が1となるものである。本論文では、一対比較グラフの頂点に順位をつける問題について考察する。 n 個の頂点を持つ一対比較グラフを D とする。 D の頂点集合から集合 $\{1, 2, \dots, n\}$ の上への一对一の写像を D の順位づけという。このとき、どのような性質を満たす順位づけが最も望ましいかについては意見の分かれるところである。

本論文ではひとつの順位づけに対して、その逆枝および逆枝の長さの総和を定め、 D のすべての順位づけの中で逆枝の長さの和が最小となるものを最適順位づけと定義した。特殊な一対比較グラフ (例えば、完全一対比較グラフ、準完全一対比較グラフ等) においては最適順位づけを容易に求めることができ、しかもその結果は我々の日常経験と矛盾しないものであることが示される。

キーワード 一対比較グラフ, 逆枝, 最適順位づけ

Abstract

A problem of ranking the vertices of a paired comparison digraph

Manabu KAMEMOTO

A paired comparison digraph (PCD) is a weighted digraph in which the sum of the weights of arcs, if any, joining two distinct vertices is exactly one; otherwise, there exist no arcs joining them. We consider a problem of ranking the vertices of a PCD. Let D be a PCD with n vertices. A ranking of D is a one-to-one mapping from the set of vertices of D onto the set of integers $\{1, 2, \dots, n\}$. There are many different opinions on a definition of the most desirable ranking.

In this paper, we define the set of backward arcs of a ranking and its total length. Then, the optimal ranking is a ranking whose total length is minimum among those of all possible rankings. It is easy to ask for optimal rankings of a certain class of PCDs such as complete PCD and semicomplete PCD. Furthermore, the results are very reasonable.

key words paired comparison digraph, backward arcs, optimal rankings