

角柱まわりの流れの数値計算

1. 緒言

近年、コンピュータの発達とともに、数値計算という手法が広く使われるようになってきた。数値計算は解析的に解くのが困難な問題も数値的に解くことができるため、機械工学、環境科学、医学、生物学など、多くの分野で用いられている。流体力学でも様々な条件の流れを計算する際に使われており、その計算対象の一例として角柱まわりの流れがある。角柱まわりの流れは、ビルや橋梁といった角型の建築物のまわりの流れを調べるときに使われ、建築物の耐風設計などに活用されている。角柱を通過する流れはその後方で乱れやすく、発生した渦が柱を振動させてしまうこともあり、流れの挙動を予測していないと振動による疲労破壊などの事故につながる危険性がある。

そこで、本研究では2次元における角柱まわりの流れの数値計算を行い、レイノルズ数の違いが流れに与える影響を調べることを目的とした。ただしカルマン渦の発生に主眼を置いたため、レイノルズ数は10のオーダーに限定した。

2. 計算方法

本研究で使用する流体は非圧縮性ニュートン流体である。基礎方程式は、連続の式とナビエ・ストークス方程式を用いる。その式を代表速度 U 、代表長さ L を用いて無次元化すると以下ようになる。

$$\mathbf{u} = U\mathbf{u}^*, P = \rho U^2 P^*, t = \frac{L}{U} t^* \quad \dots(1)$$

<連続の式>

$$\nabla \cdot \mathbf{u}^* = 0 \quad \dots(1)$$

<ナビエ・ストークス方程式>

$$\frac{\partial \mathbf{u}^*}{\partial t^*} + (\mathbf{u}^* \cdot \nabla) \mathbf{u}^* = -\nabla P^* + \frac{1}{\text{Re}} \nabla^2 \mathbf{u}^* \quad \dots(2)$$

ここで \mathbf{u} は速度ベクトル、 t は時間、 ρ は密度、 P は圧力、 Re はレイノルズ数である。また、*がついた量は無次元量を示す。これ以降、取り扱う量は全て無次元化したものであるため*は省略する。

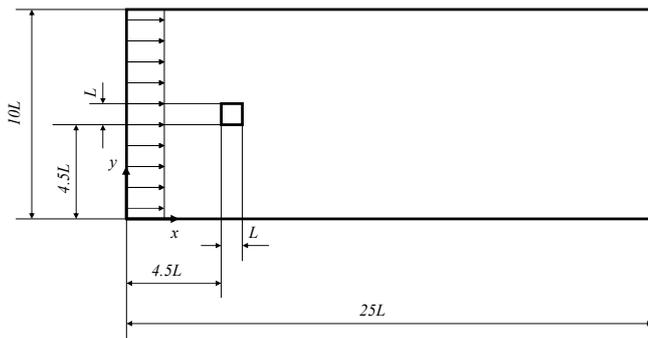


Fig.1 Calculation area

次に本研究で用いた計算領域を図1に示す。図の左辺側が流入面、右辺側が流出面となっている。左辺側と底辺側より $5L$ の位置に一边 L の角柱を設置する。

計算条件は、計算回数 300000 回、時間間隔 $\Delta t = 1.0 \times 10^{-4}$ 、総計算格子点数 101×251 とする。初期条件は角柱を除いた全域で $u=1, v=0$ とする。境界条件は流入面に一様流 $u=1$ を与え、流出面は対流流出とする。角柱表面は $u=0, v=0$ 、上下壁面は $u=1, v=0$ とする。ここで u は x 方向の速度、 v は y 方向の速度である。

計算では流れ関数・渦度法⁽¹⁾を用い、基礎方程式、初期条件、境界条件を式変形する。流れ関数 ψ は $\psi = \text{一定}$ となる線は流線と一致するという性質がある。渦度 ω は速度の回転を表す量である。数値計算には差分法を用い、対流項の計算には1次精度風上差分法を用いる。

3. 計算結果

以下の図は $t=30, y=5L, x=5.5L$ から $x=25L$ 間の直線上の点における、各レイノルズ数での渦度の値をグラフ化したものである。

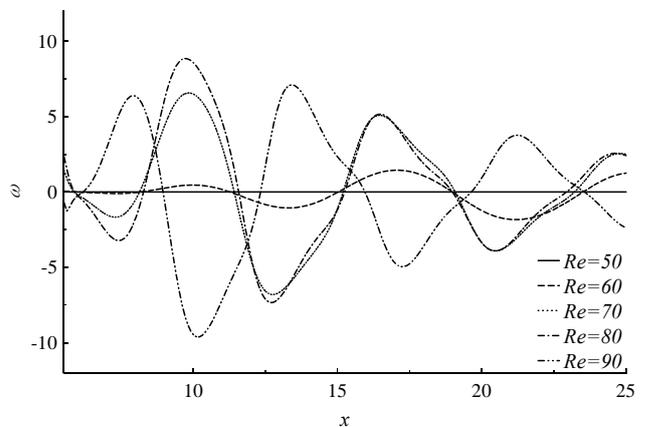


Fig.2 Vorticity behind square prism

図2は角柱後方の渦度の変化を表しており、 $\text{Re}=60$ 以上で角柱後方に渦が発生していることが確認できる。これらの渦は周期的に振動しており、カルマン渦であることが分かる。また $\text{Re}=60$ と $\text{Re}=70$ 以上の流れでは渦度の値が大きく変化しており、これは $\text{Re}=60$ と $\text{Re}=70$ の間で角柱の上下面の境界層の剥離が生じたためだと考えられる。

文献

(1)河村哲也、『流れのシミュレーション基礎!』山海堂, (2002)