

二次割当問題の遺伝アルゴリズムによる解法

1130315 大倉 慈之 【坂本研究室】

1 はじめに

二次割当問題 (Quadratic Assignment Problem : QAP) とは, スケジューリング問題や施設配置問題などの定式化に用いられる NP 困難な組み合わせ最適化問題の一つで, 問題の解を求める特定のアルゴリズムが存在しない. そのため問題サイズが大きくなると解の計算に膨大な時間が必要になる.

本研究では最適化問題に対する近似解法である遺伝アルゴリズムを用いて二次割当問題を解き, その解法と実験結果を報告する.

2 二次割当問題 (QAP)

n 個の点があり, 各点間の距離を $n \times n$ の対称行列 $W = [w_{ij}] (1 \leq i, j \leq n)$ で与える. これとは別に, n 個の各要素間の相互関係を表す $n \times n$ の対称行列 $F = [f_{ij}] (1 \leq i, j \leq n)$ が与えられているとする. このとき, QAP は $C(P)$ により求められるコストが最小になるような n 個の要素 $\{1, 2, \dots, n\}$ の n 個の点への割り当てを与える順列 $P = (\pi(1), \pi(2), \dots, \pi(n))$ を求める問題である.

$$C(P) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_{ij} f_{\pi(i)\pi(j)}$$

3 遺伝アルゴリズム (GA)

GA とは, ダーウィンが提唱した自然淘汰 (選択) や交叉, 突然変異などの生物進化を模倣した近似アルゴリズムである [1].

本研究では順列で表現される解を染色体で表現し, $C(P)$ により求められたコストを評価値とする. 評価値から選択を行い, 選択された染色体に対して交叉, 突然変異を行う. その後エリート保存戦略を行う. この一連の流れを終了条件まで繰り返す. 実験を行う際は, 選択にはルーレット選択, トーナメント選択, 交叉には部分一致交叉 (PMX) と順序交叉 (OX), 突然変異にはランダム 2 点置換を用いて比較した. なお, 交叉を行う範囲は左右の 2 種類を使用し, 終了条件を最良解が 5000 世代続いて改善されないこととする.

4 実験結果

問題サイズの増大かつ交叉方法による解の変化を調べるために, 問題サイズ 20×20 から 80×80 までの問題を用いた実験結果を示す. また, 解の精度を (最適解)/(最良解) $\times 100$ として求め, 解の精度比較を行った. この場合最適解が求められると精度は 100% になる.

表 1 は, 問題サイズ 20×20 から 80×80 までの最も結果の良かった PMX を用いて行った 4 パターンの解の精度を示したものである. この精度は, 5 種類の乱数の

種を用いた結果の平均値である. 実験ではルーレット選択とトーナメント選択を使用し, 結果が良かった PMX の交叉範囲左右を表 1 に示している. R はルーレット選択を T はトーナメント選択, l は交叉範囲が左, r は右を示している. その他のパラメータは Rl の交叉確率は 100%, 突然変異確率は 6%, Rr の交叉確率は 80%, 突然変異確率 5%, Tl の交叉確率は 80%, 突然変異確率 4%, Tr の交叉確率 80%, 突然変異確率 4% である.

表 1 問題サイズ別による選択, 交叉の解の精度比較

データ [2]	Rl	Rr	Tl	Tr
had20.dat	99.94	99.91	99.59	98.57
nug30.dat	97.36	97.32	95.47	95.98
tai60a.dat	95.48	95.57	96.21	96.07
tai80a.dat	96.08	96.21	96.49	96.66

表 1 より, 選択方法かつ交叉範囲による問題サイズ別における解の精度に大きな違いは見受けられなかった. その中でも一番精度の良かった Rl の 10000 世代中の 7000 世代までのデータを図 1 に示した.

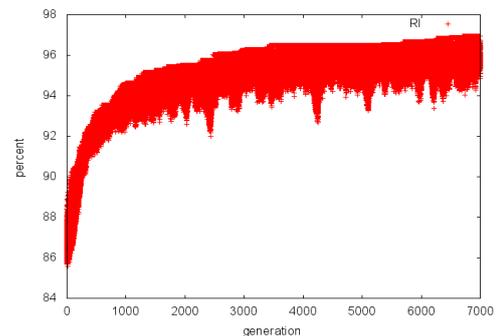


図 1 世代別の精度の推移

図 1 は, 縦軸を解の精度, 横軸を世代とし, 各世代の染色体 100 個の評価値を示している. 初期集団はランダム生成のため精度は低いが, 第 1 世代から 2000 世代にかけて急速な解の改善が行われているのはルーレット選択やエリート保存戦略によるものだと考えられる.

5 まとめ

今回の実験では選択方法による大きな違いは見られなかったが, 交叉方法として PMX が OX に比べ有効であった. そして, ほとんどのパラメータにおいて, 最適解の 1 割以内の誤差で解が求めたので QAP の近似解法として GA は有用であるといえる.

参考文献

- [1] 北野宏宏, 遺伝アルゴリズム, 産業図書株式会社, 2008
- [2] QAPLIB - A Quadratic Assignment Problem Library, <http://www.opt.math.tu-graz.ac.at/qaplib/>, 2013