

「資格の合格率はどのように決まるのか」

1160440 高倉 周平

高知工科大学マネジメント学部

[要旨] 私たちは就職や転職、趣味のために資格を取得するが、世の中にある資格の難易度(合格率=合格定員/受験者数)は様々な要因によってどのように影響を受けるか。本論文では資格と受験者はそれぞれ同質と仮定し、資格の合格率を決める要素として資格を受験する時に必要な費用、資格取得の時の便益、資格の合格定員、受験者総数をパラメータと定義し、数理モデルを構築して比較静学を行った。得られた結果は次のとおりである。合格率は、①費用が高まると上昇する。②便益が高まると低下する。③合格定員が高まると上昇する。④受験者総数が高まると低下する。この中でも③は、合格定員と受験者数の両方が増加するため、それらの比として計算される合格率が上昇するか低下するか自明ではないものの、合格定員増の効果が上回ることが示された。

1. はじめに

日本には国家資格、公的資格、民間資格または公務員の採用試験というものが1000以上存在している。資格の取得の主な動機としては、キャリア形成、就職、転職、独立開業、社会貢献、趣味と幅広い。その中には、資格試験の本やインターネットなどで、狙い目な資格と書かれるものがある。資格の受験者が増えれば、倍率が高まり、合格率は下がる。受験したときの期待利得が高い資格を選んで受験者が受験しようとするなら、行きつく先はどの資格も期待利得に差がなくなるはずである。しかし世の中には費用が低く、便益が高く、合格率が高いという受験者にとってありがたい狙い目な資格が存在しているかもしれない。また狙い目と宣伝されている資格が他の資格と比べてどのような利得なのか。はたして資格の倍率や合格率はどのように決まっているのだろうか。またどのような要因によって合格率が上がり下がりしているのだろうか。

2. 目的と方法

資格の難易度(合格率)は様々な要因によってどのように影響を受けるか。本論文では数理モデルを構築し、比較静学で答えを見出す。具体的には、個々人の資格選択を数理モデルで表現し、均衡において実現する各資格の合格率が外生変数(資格を取得した時得られる便益、資格受験のためにかかる費用、合格者定員、潜在的な受験者総数)によってどのように影響されるかの比較静学を行う。

3. モデル

本論文のモデルでは、多くの資格から自分の好き嫌いや将来性などを考えて選択するという複雑なものではなく、単純化するために資格は2つだけとし、それぞれ資格1、資格2と呼ぶ。そしてどちらかの資格を受験する人々の総数を N 人とする。また資格の受験者は資格1を受験するか資格2を受験するかという選択だけである。資格1の受験者数を N_1 人、資格2の受験者数を N_2 人とする。2つの資格についてそれぞれ受験したときに期待される利得 U_1 、 U_2 を計算し、合理的行動のもと $U_i(i=1,2)$ が大きい方を選択する。そして、受験者たち自身の能力や努力、資格勉強に掛けた時間は同じであり、同質の受験者と仮定する。資格1取得の時の便益を B_1 、資格2取得の時の便益を B_2 とする。資格1を受験する時に必要な費用(努力、時間、金銭など)を C_1 、資格2を受験する時に必要な費用を C_2 とする。合格者数は定員制とする。受験者は費用さえ払えば定員を越さない限り合格する。合格定員を超えた場合は合格者がランダムに決まる。資格1の合格定員を S_1 人、資格2の合格定員を S_2 人とする。

資格の合格率は資格の合格定員を資格の受験者数で割ることによって求められる。資格1の合格率を P_1 、資格2の合格率を P_2 と記す。資格の合格率はそれぞれ $0 \leq P_1, P_2 \leq 1$ であり、
$$P_i = \frac{S_i}{N_i} (i=1,2) \cdots \textcircled{1}$$
と表される。

4. 均衡条件の導出

期待利得 U_i は、資格の合格率 P_i と資格取得の時の便益 B_i を掛け合わせた期待便益から資格受験の時に必要な費用 C_i を引いたものである。式に表すと利得=合格率×便益-費用となり、資格1と資格2の期待利得は

$$\text{資格1: } U_1 = P_1 * B_1 - C_1, \text{ 資格2: } U_2 = P_2 * B_2 - C_2$$

と表される。

合格率にかかわらず自分は特定の資格を受験した方が望ましいケース、言い換えると資格間の便益や費用に大きな差があり受験者たちが一方の資格を極端に好むケースは分析から排除する。すなわち、次の2つの不等式を仮定する。

受験者全員が資格2を受験した時

$$\frac{S_2}{N} B_2 - C_2 < B_1 - C_1 \cdots \text{仮定(1)}$$

受験者全員が資格1を受験した時

$$\frac{S_1}{N} B_1 - C_1 < B_2 - C_2 \cdots \text{仮定(2)}$$

もし仮定(1)、仮定(2)の式で逆向きの不等号が成り立つなら、他の受験者全員が自分と同じ資格を受験したとしても、自分はその資格を受験することが望ましいことになる。したがって、受験者は他の受験者たちの選択を気にすることなく、その資格を受験することが最適となる。このような極端に一方の資格が好まれるケースは分析から除外する。

集団の中で均衡となり得るのは、資格1と資格2の期待される利得が等しく、2つの資格どちらを選んでも期待される利得が変わらない状態である。そして仮定(1)、(2)より受験者の資格間の移動によって期待利得が資格間で等しくなるので、必ず $U_1=U_2$ が成り立つはずである。仮に $U_1 < U_2$ である場合、資格1より資格2の方が期待される利得が大きいためすべての受験者 N が資格2に集中し、資格1は誰も受験しないことになる。資格1、資格2の合格者は定員制である。そのため資格1は受験すれば合格し、資格2は限られた合格定員に対しすべての受験者 N が受験することになる。つまり資格の合格率は $P_1 = 1, P_2 = \frac{S_2}{N}$ になる。それぞれの資格の期待利得の式に代入すると

$$U_1 = B_1 - C_1, \quad U_2 = \frac{S_2}{N} B_2 - C_2$$

となる。仮定(1)より $U_1 > U_2$ が成り立つので、自分は資格1を受験した方が良いので資格1を受験する。そして受験者たちは全員が同質であるため、どの受験者も資格2の受験をやめて、資格1を受験する。これは最初の想定 $U_1 < U_2$ に矛盾する。

したがって、 $U_1 < U_2$ は均衡にはならない。同様に $U_1 > U_2$ も均衡にはならない。したがって、 $U_1=U_2$ が成り立たなければならない。すなわち、

$$P_1 * B_1 - C_1 = P_2 * B_2 - C_2$$

P_1, P_2 にそれぞれ①を代入すると

$$\frac{S_1}{N_1} B_1 - C_1 = \frac{S_2}{N_2} B_2 - C_2 \cdots \text{②}$$

という期待利得の無差別式ができる。また定義により受験者総数 N は資格1の受験者数 N_1 と資格2の受験者数 N_2 の合計なので、

$$N = N_1 + N_2 \cdots \text{③}$$

と表される。

5. 比較静学

それぞれの資格の合格率はパラメータに依存して決定される。

$$P_1 = P_1(B_1, C_1, B_2, C_2, N, S_1, S_2)$$

$$P_2 = P_2(B_1, C_1, B_2, C_2, N, S_1, S_2)$$

本論文では、②、③式の中で内生変数 N_1, N_2 がある1つの外生変数の変化によってどのように影響されるかを、比較静学により分析する。 N_1, N_2 の変化が導出できれば、①より、 P_1, P_2 の変化も導出することができる。

②、③を全微分すると、

$$dN = dN_1 + dN_2 \cdots \text{④}$$

$$\begin{aligned} & \frac{S_1}{N_1} dB_1 + \frac{B_1}{N_1} dS_1 - \frac{S_1}{N_1^2} B_1 dN_1 - dC_1 \\ & = \frac{S_2}{N_2} dB_2 + \frac{B_2}{N_2} dS_2 - \frac{S_2}{N_2^2} B_2 dN_2 - dC_2 \cdots \text{⑤} \end{aligned}$$

が得られる。

5.1 費用の効果

資格1の費用 C_1 が上昇したとき、資格1の受験者数 N_1 と資格2の受験者数 N_2 がどのように影響されるか。他の外生変数を固定する。

④、⑤を用いると、

$$0 = dN_1 + dN_2 \Rightarrow dN_2 = -dN_1$$

$$-\frac{S_1}{N_1^2} B_1 dN_1 - dC_1 = -\frac{S_2}{N_2^2} B_2 dN_2$$

これら2式より、

$$-\frac{S_1}{N_1^2} B_1 dN_1 - \frac{S_2}{N_2^2} B_2 dN_1 = dC_1$$

$$\Rightarrow -\left[\frac{S_1}{N_1^2}B_1 + \frac{S_2}{N_2^2}B_2\right]dN_1 = dC_1$$

$$\Rightarrow \frac{\partial N_1}{\partial C_1} = -\frac{1}{\frac{S_1}{N_1^2}B_1 + \frac{S_2}{N_2^2}B_2} < 0$$

よって C_1 が高まると N_1 は下がる。

均衡では常に $U_1 = U_2$ が成り立つ。 $U_1 = U_2$ が成り立つためには、 C_1 が高まると N_1 が小さくならないといけない。すなわち、資格1から受験者は離れ、その分資格2に受験者は集まる。

5.2 便益の効果

資格1の便益 B_1 が上昇したとき、資格1の受験者数 N_1 と資格2の受験者数 N_2 がどのように影響されるか。他の外生変数を固定する。

④、⑤を用いると、

$$0 = dN_1 + dN_2 \Rightarrow dN_2 = -dN_1$$

$$\frac{S_1}{N_1}dB_1 - \frac{S_1}{N_1^2}B_1dN_1 = -\frac{S_2}{N_2^2}B_2dN_2$$

$$\Rightarrow -\frac{S_1}{N_1^2}B_1dN_1 + \frac{S_2}{N_2^2}B_2dN_2 = -\frac{S_1}{N_1}dB_1$$

これら2式より、

$$-\left[\frac{S_1}{N_1^2}B_1 + \frac{S_2}{N_2^2}B_2\right]dN_1 = -\frac{S_1}{N_1}dB_1$$

$$\Rightarrow \left[\frac{S_1}{N_1^2}B_1 + \frac{S_2}{N_2^2}B_2\right]\frac{N_1}{S_1}dN_1 = dB_1$$

$$\Rightarrow \frac{\partial N_1}{\partial B_1} = \frac{1}{\left[\frac{S_1}{N_1^2}B_1 + \frac{S_2}{N_2^2}B_2\right]\frac{N_1}{S_1}} > 0$$

よって B_1 が高まると N_1 は上がる。

$U_1 = U_2$ が成り立つためには B_1 が高まると N_1 が大きくなるといけない。すなわち、資格1に受験者は集まり、その分資格2から受験者は離れる。

5.3 合格定員の効果

資格1の合格定員 S_1 が増加したとき、資格1の受験者数 N_1 と資格2の受験者数 N_2 がどのように影響されるか。他の外生変数を固定する。

④、⑤を用いると、

$$0 = dN_1 + dN_2 \Rightarrow dN_2 = -dN_1$$

$$\frac{B_1}{N_1}dS_1 - \frac{S_1}{N_1^2}B_1dN_1 = -\frac{S_2}{N_2^2}B_2dN_2$$

$$\Rightarrow -\frac{S_1}{N_1^2}B_1dN_1 + \frac{S_2}{N_2^2}B_2dN_2 = -\frac{B_1}{N_1}dS_1$$

これら2式を用いると、

$$-\left[\frac{S_1}{N_1^2}B_1 + \frac{S_2}{N_2^2}B_2\right]dN_1 = -\frac{B_1}{N_1}dS_1$$

$$\Rightarrow \left[\frac{S_1}{N_1^2}B_1 + \frac{S_2}{N_2^2}B_2\right]\frac{N_1}{B_1}dN_1 = dS_1$$

$$\Rightarrow \frac{\partial N_1}{\partial S_1} = \frac{1}{\left[\frac{S_1}{N_1^2}B_1 + \frac{S_2}{N_2^2}B_2\right]\frac{N_1}{B_1}} > 0 \cdots \textcircled{6}$$

よって S_1 が高まると N_1 は上がる。

$U_1 = U_2$ が成り立つためには S_1 が高まると N_1 が大きくなるといけない。すなわち、資格1に受験者は集まり、その分資格2から受験者は離れる。

5.4 受験者総数の効果

資格全体の受験者総数 N が増加したとき、資格1の受験者数 N_1 と資格2の受験者数 N_2 がどのように影響されるか。他の外生変数は固定する。

④、⑤を用いると、

$$dN = dN_1 + dN_2 \Rightarrow dN_2 = dN - dN_1$$

$$-\frac{S_1}{N_1^2}B_1dN_1 = -\frac{S_2}{N_2^2}B_2dN_2$$

これら2式より、

$$-\frac{S_1}{N_1^2}B_1dN_1 = -\frac{S_2}{N_2^2}B_2dN + \frac{S_2}{N_2^2}B_2dN_1$$

$$\Rightarrow -\frac{S_1}{N_1^2}B_1dN_1 - \frac{S_2}{N_2^2}B_2dN_1 = -\frac{S_2}{N_2^2}B_2dN$$

$$\Rightarrow \left[\frac{S_1}{N_1^2}B_1 + \frac{S_2}{N_2^2}B_2\right]dN_1 = \frac{S_2}{N_2^2}B_2dN$$

$$\Rightarrow \left[\frac{S_1}{N_1^2}B_1 + \frac{S_2}{N_2^2}B_2\right]\frac{N_1^2}{S_2B_2}dN_1 = dN$$

$$\Rightarrow \frac{\partial N_1}{\partial N} = \frac{1}{\left[\frac{S_1}{N_1^2}B_1 + \frac{S_2}{N_2^2}B_2\right]\frac{N_1^2}{S_2B_2}} > 0$$

よって N が高まると N_1 は上がる。

$U_1 = U_2$ が成り立ったままなので資格1、資格2のどちらにも受験者は集まる。

6. 命題の導出

①より、 P と N は逆の動きをする。ただし、 S_1 の効果だけは①の分子も変化するため、

$$\frac{\partial P_1}{\partial S_1} = \frac{1}{N_1^2} \left[N_1 - S_1 \frac{\partial N_1}{\partial S_1} \right]$$

より P_1 の変化を導出しなければならない。これに⑥を代入すると、

$$\frac{1}{N_1^2} \left[N_1 - S_1 \frac{1}{\left[\frac{S_1}{N_1^2}B_1 + \frac{S_2}{N_2^2}B_2\right]\frac{N_1}{B_1}} \right]$$

$$= \frac{\frac{S_2}{N_2^2} B_2}{\left[\frac{S_1}{N_1^2} B_1 + \frac{S_2}{N_2^2} B_2 \right] N_1}$$

$$= \frac{1}{\left[\frac{S_1}{N_1^2} B_1 + \frac{S_2}{N_2^2} B_2 \right] \frac{N_1 N_2^2}{S_2 B_2}} > 0$$

合格率 P_1 に対する合格定員 S_1 の効果については、分子の S_1 と分母の N_1 の両方が変化するものの、合格定員増の効果が上回り、正の動きが見られた。

以上より、次の命題が得られる。

命題 1. (費用の効果による資格 1 と資格 2 の合格率の変化)
資格受験の費用 C_1 が高まると P_1 は上がり、 P_2 は下がる。

$$\frac{\partial P_1}{\partial C_1} > 0$$

$$\frac{\partial P_2}{\partial C_1} < 0$$

命題 2. (便益の効果による資格 1 と資格 2 の合格率の変化)
資格取得の便益 B_1 が高まると P_1 は下がり、 P_2 は上がる。

$$\frac{\partial P_1}{\partial B_1} < 0$$

$$\frac{\partial P_2}{\partial B_1} > 0$$

命題 3. (合格定員の効果による資格 1 と資格 2 の合格の変化)
資格の合格定員 S_1 が高まると P_1 は上がり、 P_2 は下がる。

$$\frac{\partial P_1}{\partial S_1} > 0$$

$$\frac{\partial P_2}{\partial S_1} < 0$$

命題 4. (受験者総数の効果による資格 1 と資格 2 の合格率の変化)

資格受験者総数 N が高まると P_1 は下がり、 P_2 も下がる。

$$\frac{\partial P_1}{\partial N} < 0$$

$$\frac{\partial P_2}{\partial N} < 0$$

7. 考察

本論文のモデルでは資格も受験者もそれぞれ同質と仮定したため、外生変数と各資格の合格率の間に自然な結果が得られた。ただし、合格定員の効果については受験者数だけでな

く合格定員も変化するため単純ではないが、合格定員増の効果が受験者数増の効果を上回り、正であるとの結果が得られた。

今後の研究の課題としてモデルの拡張が考えられる。モデル拡張の要素としては

- ・受験者ごとに合格率 P が異なること。
- ・受験者によってかかる費用 C が異なること。
- ・受験者にとっての資格の選好が異なること。
- ・資格取得時の便益 B の大きさが人によって異なること。

というものがある。これらのように資格や受験者の同質性の仮定が崩れたとき結論が変わるかを確認する。

もう 1 つは実証である。いくつかの資格を取り上げて、取得できた時に得られる便益、受験のために掛かる費用を受験倍率や合格率が忠実に反映しているかを確かめるべく、事例研究や計量分析を行う形で研究の発展が考えられる。