LineMall チャンスプライスのゲーム理論的分析

1160454　長岡優太
高知工科大学マネジメント学部

1.　概要

世界中にユーザーを持つ LINE 株式会社が提供しているアプリケーションの 1 つに LineMall がある。その LineMall 内では毎日、約 8 万 5 千人が参加するオークション企画であるチャンスプライスが実施されている。チャンスプライスはより低い価格かつ唯一の入札額を入札したプレイヤーが商品を得ることができるオークション型のゲームである。これは、多数のプレイヤーの意思決定によって結果が変わるような戦略的状況である。しかし、多くの Web サイト上ではチャンスプライスについて、過去の入札額や落札額、参加人数等の数的データを用い、統計学的に考察されている。そこで本稿では、これをゲーム理論的に分析することによりナッシュ均衡の導出を目指す。ナッシュ均衡を導出するにあたって、まず簡易モデルの作成を行う。参加人数と入札の選択肢を限定してモデル化を行い、段階的に実際のゲーム状況に沿ったモデルを作成する。5 項では純粋戦略ナッシュ均衡を導出、6 項では混合戦略ナッシュ均衡を導出する。

2.　背景

スマートフォンのアプリケーションの 1 つに Line がある。これは LINE 株式会社がリリースしている SNS アプリであり現在多くのスマホユーザーの間に普及している。Line 株式会社についての詳細情報は以下と図 1 である。図 1 から分かるように、近年大幅に利益を伸ばしている企業である。

LINE 株式会社
設立：2000 年 9 月 4 日
（2013 年 4 月 1 日 NHNJapan 株式会社より商号変更）
資本金：125 億 9619 万円
代表者：出澤剛
社員数：903 名
所在地：渋谷オフィス　東京都渋谷区渋谷 2－21－1

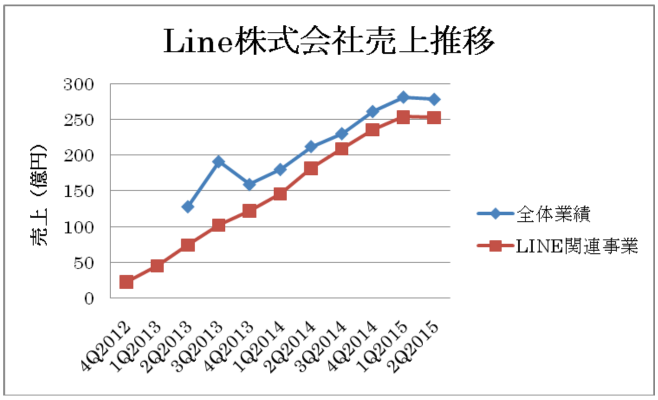


図 1 - Line 株式会社売上推移
http://linecorp.com/ja/pr/news/ja/corp/2015 より集計

LINE 株式会社は韓国最大のインターネットサービス会社 NAVER の子会社である。主なサービスは LINE、livedoorBlog、Naver まとめ、BLOGOS 等がある。

中でも最大の売上業績を持ち、同社の社名ともなっているのが Line である。スマートフォンやタブレット、PC で利用できる。利用者は自身の電話番号を使いアカウント ID を取得する。その ID にてインターネット電話やインスタントメッセージ、グループチャット等の利用が可能となる。同社の 2014 年度の通期業績によれば、売上は 863 億円に上り、そのうち Line 事業が 774 億円を占めている。海外を含む全ユーザー数は 5,6 億人、月間アクティブユーザー数は 1 億 8100 万人に及び日本、タイ、台湾を中心に年々ユーザー数を増やしている。

同社がリリースしている Line 連携アプリケーションの 1 つに LineMall がある。こちらは Line のユーザーなら誰でもオンラインショッピングが楽しめるというショッピングアプリである。そして、LineMall 内の 1 企画として行われているのがチャンスプライスである。

チャンスプライスはユーザーが入札者として参加でき、1 日に 1 つ競売にかけられる商品の落札を目指すオークション形式をとっている。出品される商品は毎回異なり、家電やファッション用品、旅行や自動車などどれも数万円から数 10

万円するような高額商品となっている。ただしこのチャンスプライスは一般的なオークションとは異なるルールに基づいて行われる。封印入札方式を採用し、他の入札者の入札価格は知ることができない。競売にかけられる商品は数日前からあらかじめ決められており、それは入札者も事前に知ることができる。入札者は 10 時からその日の商品の入札を開始、20 時で締め切られ結果が発表される。入札時間中に入札できる回数は各プレイヤー1 度きりである。

さらに、チャンスプライスの商品を落札するためには次の 2 つの条件を満たしている必要がある。

① 他の入札者よりもより低い値段で入札している

② その入札額が他の入札者と重複せず唯一である

チャンスプライスにエントリーしているユーザー数は 1 日平均で 8 万 5 千人程度いる。

チャンスプライスは毎日行われており（2015 年 9 月現在休止中）その日の結果はアプリ内で誰でも確認することができる。その各結果（商品の定価、落札金額、入札数）は数多くの Web サイト上でまとめられており、中にはそのデータを用いて統計学的アプローチからチャンスプライスを分析しようという試みもある。（例えば、LINE モール【チャンスプライス】当選攻略まとめサイト、http://chance-price.info/）

しかし、チャンスプライスは自分以外の入札者の入札額によって自らの落札額や商品を落札できるかどうかが決まる、各入札者の意思決定が 1 度ある戦略的状況である。そこで本稿はこのチャンスプライスをモデル化しゲーム理論的に分析することにする。

3. 目的

本研究はチャンスプライスをモデル化し純粋戦略ナッシュ均衡、混合戦略ナッシュ均衡を導出、ゲーム理論を用いて分析、モデル化しチャンスプライスのゲーム構造を理解することが目的である。

4. モデル

チャンスプライスを標準形ゲームとして「一般的な定式化」を行う。

5. 結果 – 純粋戦略ナッシュ均衡の導出

5.1 商品価値の定義

プレイヤーに対する商品価値を一般化する上でプレイヤーi の商品評価価値を Wi、市場での商品価値を P とする。

- Wi＞P の場合

  チャンスプライスでプレイヤーが勝利し落札できた場合、評価価値 Wi が利得となる。

  一方、敗退し落札できなかった場合、市場価値 P で商品を手に入れることになるため Wi – P を利得として得る。

  落札した場合の利得と落札できなかった場合の利得の差を取り、チャンスプライスに参加することで得る利得を算出すると、

$$Wi - (Wi - P) = P$$

  となる。これは市場価値 P で商品を得るのと同様の利得となる。

- Wi＜P の場合

  上記と同様に考えると、落札した場合 Wi を得た後、市場価値 P で転売するため得られる利得は P となる。落札できなかった場合市場でも購入しないため 0 を得る。双方の差を取ると、

$$P - 0 = P$$

  となる。

Wi＞P の場合と同様になるので商品価値 P はプレイヤー間で共通である。

5.2 2 人×2 戦略のケース分析

チャンスプライスを簡易化、ゲーム状況を以下に設定し利得表を作成、均衡を分析する。

プレイヤー数は 2 とし、それぞれ A,B と呼ぶ。商品価格は¥3 であり、これが前述で説明したとおり、A,B にとっての共通の商品の価値となる。それゆえ落札した際の利得は、

商品価格　–　落札価格

となる。その一方で、落札できない場合の利得は、

0

となる。

商品価格そのものでの入札は落札できたとしても利得が 0 であるので、商品価格での入札は分析から省く。またルールにより、¥0 による入札も除外される。それゆえ各プレイヤーの選べる戦略は、「¥1 で入札する」か「¥2 で入札する」の 2 つとなる。当該状況を利得表で表したものが以下の図 2 である。

A \ B	¥1	¥2
¥1	(0, 0)	(2, 0)
¥2	(0, 2)	(0, 0)

図 2 - 2×2 標準型ゲーム

簡単に図 2 の見方を説明する。左上のセルは、A が¥1、B が¥1 で入札した際のそれぞれの利得の組を表している。¥1 で 2 人が入札しているので、このときはAもBも落札できないので利得が 0 である。その一方で、右上のセルは A が¥1、B が¥2 で入札した際のそれぞれの利得の組を表している。A が B より低い値段で入札しており、尚且つ唯一 A が¥1 で入札しているので、A が商品を落札でき、利得 2 を得ている。同様に、左下のセルでは B が落札し利得 2 を得て、右下のセルでは A も B も落札できず利得は 0 である。

次のこのゲームを、ゲーム理論の標準的な解であるナッシュ均衡を用いて解いてみる。ナッシュ均衡とは「互いに最適反応を取り合っているような戦略の組」として定義される。このゲームでは、

- B の¥1 に対する A の最適反応は¥1 と¥2
- B の¥2 に対する A の最適反応は¥1

その一方で、

- A の¥1 に対する B の最適反応は¥1 と¥2
- A の¥2 に対する B の最適反応は¥1

となる。よってナッシュ均衡は,

(¥1,¥1）、(¥1,¥2)、（¥2,¥1)

である。

5.3　3 人×2 戦略のケース分析

ゲーム状況を拡張し、さらに均衡を分析する。

プレイヤー数は 3 とし、それぞれを A、B、C と呼ぶ。商品価格を¥3 とし、前述したとおり各プレイヤーの共通の商品価値となる。それゆえ落札した際の利得は、

商品価格 – 落札価格

となる。その一方で、落札できない場合の利得は

0

となる。

商品価格そのものでの入札は落札できたとしても利得が 0 であるので、商品価格での入札は分析から省く。またルールにより、¥0 による入札も除外される。それゆえ各プレイヤーの選べる戦略は、「¥1 で入札する」か「¥2 で入札する」の 2 つとなる。当該状況を利得表で表したものが以下の図 3 である。

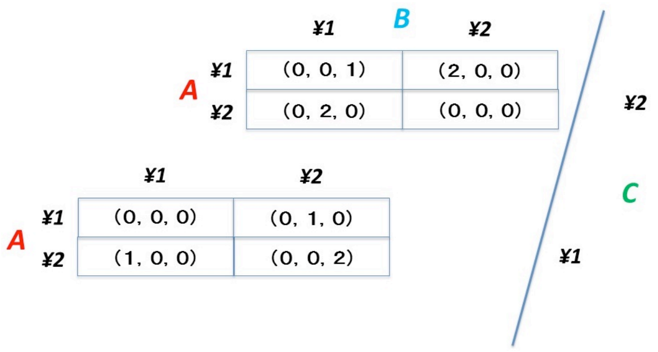


図 3 - 3×3 標準型ゲーム

下のブロックの左上のセルは A が¥1、B が¥1、C が¥1 にそれぞれ入札した場合の利得を表している。各プレイヤーが¥1 で入札しているため商品の落札はできず利得は 0 となる。上のブロック左上のセルは A が¥1、B が¥1、C¥2 で入札した場合の利得を表している。A と B が同じ金額で入札しているので落札できず、C が唯一¥2 で入札しているため商品を落札でき、

商品価格¥3 − 落札価格¥2 ＝ ¥1

の、利得を得ている。他のセルも同様に各戦略をとった場合の利得が表されている。

次にこのゲームを、ナッシュ均衡を用いてゲームを解いてみる。例えば、

- C の¥1、B の¥1 に対する A の最適反応は¥2
- C の¥1、B の¥2 に対する A の最適反応は¥1、¥2
- C の¥2、B の¥1 に対する A の最適反応は¥1、¥2
- C の¥2、B の¥2 に対する A の最適反応は¥1

となる。これを B と C に関しても同様に導きナッシュ均衡は、

(¥1,¥1,¥2)、 (¥1,¥2,¥1)、 (¥1,¥2,¥2)、
(¥2,¥1,¥1)、 (¥2,¥1,¥2)、 (¥2,¥2,¥1)

となる。

5.4 2 人×m 戦略のケース分析

さらにゲーム状況を拡張し、プレイヤーの選択肢を変数に設定し均衡を分析する。

プレイヤー数は 2、それぞれを A,B と呼ぶ。商品の価格を¥m+1 とし、前述したとおりプレイヤーの共通価値となる。それゆえ落札した際の利得は、

商品価格 − 落札価格

となる。その一方で、落札できない場合の利得は、

0

となる。

商品価格そのものでの入札は落札できたとしても利得が 0 であるので、商品価格での入札は分析から省く。またルールにより、¥0 による入札も除外される。それゆえ各プレイヤーの選べる戦略は「¥1 で入札する」「¥2 で入札する」…「¥P −1 で入札する」「¥P で入札する」となる。

以下、(A,B) = (¥1,a)という戦略の組み合わせ（ただし a≧1）がナッシュ均衡になることを示していく。

まず a≧2 のケースを考える。プレイヤーA は利得 P-1 を得ることができる。プレイヤーA が現在選択している¥1 以外の選択肢に変更する場合、a 未満の選択肢に変更すると、ゲームには勝利できるが支払うコストは増加するため、利得は減る。a 以上の選択肢に変更するとゲームに敗北し利得は 0 となる。よって¥1 から選択肢を変更するインセンティブがない。

プレイヤーB は相手である A が¥1 を取り続けている限りどの選択肢をとってもゲームに勝利することができず利得は 0 のままである。よって a から選択肢を変更するインセンティブがない。

a=¥１の場合、プレイヤーA も B も利得は 0 となる。しかしながらここから選択肢を変更しても得をしない。

以上はプレイヤーA とプレイヤーB の立場を入れ替えても同様である。

続いて、(A,B) =(a,b)という戦略の組み合わせ（ただし a ≧¥2,b≧¥2）を分析する。

プレイヤーAは選択肢をaから¥1に変更した場合、落札コストが下がり落札できた場合の利得が増加する。

プレイヤーBが選択肢をbから¥1に変更した場合も同様である。よって(a,b)という戦略の組み合わせはナッシュ均衡にはならない。

以上の分析から、【プレイヤーのどちらかが¥1を選び、他方が任意の戦略を選んでいる場合、その戦略の組み合わせはナッシュ均衡である】と言える。

5.5 3人×m戦略のケース分析

さらにゲーム状況を拡張し分析する。

プレイヤー数は3、それぞれをA,B,Cと呼ぶ。商品の価格を¥m+1とし、前述したとおりプレイヤーの共通価値となる。それゆえ落札した際の利得は、

商品価格 – 落札価格

となる。その一方で、落札できない場合の利得は、

0

となる。

商品価格そのものでの入札は落札できたとしても利得が0であるので、商品価格での入札は分析から省く。またルールにより、¥0による入札も除外される。それゆえ各プレイヤーの選べる戦略は、「¥1で入札する」「¥2で入札する」…「¥m-1で入札する」「¥mで入札する」となる。

以下、戦略の組み合わせの状況を場合分けし、ナッシュ均衡を示していく。

(A,B,C) = (¥1,¥a,¥b)ただし、a≧2,b≧2の場合は5.4項と同様にナッシュ均衡が求められる。

(A,B,C) = (¥a,¥b,¥c)ただし、a≧2,b≧2,c≧2の場合も5.4項と同様の手法を用い分析すれば、この組み合わせではナッシュ均衡が存在し得ないことがわかる。

(A,B,C) = (¥1,¥1,¥1)の場合、プレイヤーは重複を回避し¥2に選択肢を変更することで利得を得られる。

(A,B,C) = (¥1,¥1,¥a)(ただし、a≧¥2)の場合。このとき¥aでプレイヤーCが勝利し、プレイヤーAはプレイヤーBと選択が重複しているため利益を得ることができない。¥2以上、¥a未満の間で選択肢を変更しても、変更したプレイヤー自身は勝利できないため、選択肢を変更するインセンティブが発生しない。

¥aで勝利するプレイヤーCは、選択肢を¥aから¥2に変更すると、落札価格を低くし利得を増加させることができる。

以上はそれぞれのプレイヤーの立場を入れ替えても同様である。

これまでの分析から、【プレイヤーのいずれか1人が¥1を選び他方が¥2以上の任意の戦略を選んでいるような戦略の組み合わせか、2人が¥1、1人が¥2を選んでいるような戦略の組み合わせはナッシュ均衡である】と言える。

5.6 m人×n戦略のケース分析

さらにゲーム状況を拡張し、プレイヤーと選択肢の両方を変数に設定し均衡を分析する。

プレイヤー数はm、それぞれをA,B,C…mと呼ぶ。商品の価格を¥n+1とし、前述したとおりプレイヤーの共通価値となる。それゆえ落札した際の利得は、

商品価格 – 落札価格

となる。その一方で、落札できない場合の利得は、

0

となる。

商品価格そのものでの入札は落札できたとしても利得が0であるので、商品価格での入札は分析から省く。またルールにより、¥0による入札も除外される。それゆえ各プレイヤーの選べる戦略は「¥1で入札する」「¥2で入札する」…「¥n-1で入札する」「¥nで入札する」となる。

以下では、当該状況でのナッシュ均衡の性質について明らかにしていく。

① 誰か1人は¥1を選択している

ナッシュ均衡では、誰か1人は¥1を選択していなければならない。すべてのプレイヤーが¥2以上の戦略を選択している状況では、プレイヤーは現在の戦略から

¥1 に変更したほうがより利得を高めることができるからである。

② ¥a が勝者となるナッシュ均衡の性質

勝者のいる戦略の組み合わせを分析する。勝者が選んでいる戦略を¥a(ただし a≧2)とし、この戦略の組み合わせはナッシュ均衡であるとする。他の n-1 人のプレイヤーがここから自らの利得を増加させるためには a 未満の戦略に変更し、かつ自分ひとりだけの入札金額を目指す必要がある。しかし、仮定したように a という戦略で勝利するならば n-1 人は a 未満の戦略に変更するインセンティブは発生しないということになる。それは、a 未満の選択肢全てに、すでに 2 人以上のプレイヤーが入札しているような状況である。よって、a という入札によって勝者がいるような戦略の組み合わせはナッシュ均衡である。

各選択肢に 2 人以上入札という状況は、つまり自分以外に最低 2(a-1) 人存在する必要がある。自分以外の人数は m-1 人なので、このナッシュ均衡を満たすためには、$m-1 > 2(a-1)$ が必要である。逆に言えば、$m-1 > 2(a-1)$ を満たす a であれば、¥a で勝利になるようなナッシュ均衡が存在する。

③ 勝者のいないナッシュ均衡

勝者のいない状況では、¥1 から¥n までの選択肢すべてに 2 人以上が入札している場合に限りナッシュ均衡である。ただし、選択肢のうち 1 つでも誰一人入札していない選択肢が存在する場合はプレイヤーが現在の選択肢から選択を変更するインセンティブが発生する場合がある。つまり、勝者のいないナッシュ均衡が存在する条件は $m > 2n$ である。

⇒純粋戦略均衡の分析からわかること

（1） 勝者の存在するナッシュ均衡における勝利金額は、参加者数の半分を超えない。

（2） 勝者のいないナッシュ均衡は、参加者数が商品価格の 2 倍を超えているときに存在する。

実際のケースだと、商品価格は 10 万円程度で、参加者数は平均 8 万 5 千人なので、（2）のケース（勝者のいないナッシュ均衡の条件）は生じないと考えられる。

6． 結果 – 混合戦略ナッシュ均衡の導出

商品価値の定義は 5.1 項を引き続き採用するものである。

6.1 2 人×2 戦略のケース分析

純粋戦略時のモデルを用いて、混合戦略ナッシュ均衡を分析する。プレイヤー数は 2、それぞれを A、B と呼ぶ。商品価値は¥3 とする。

プレイヤーA の選べる混合戦略を、

$$(p\ ,\ 1-p)$$

プレイヤーB の選べる混合戦略を、

$$(q\ ,\ 1-q)$$

とおき、互いに最適戦略をとるような p と q の組を導出する。

プレイヤーA の最適戦略を求める。プレイヤーB が混合戦略（q、1 – q）をとった時、プレイヤーA が「¥1 で入札する」期待利得は、

$$q \times 0 + (1-q) \times 2 \quad = \quad 2-2q$$

となる。同様にプレイヤーA が「¥2 で入札する」期待利得は、

$$q \times 0 \quad + (1-1q) \times 0 = 0$$

となる。それぞれの期待利得を比較し最適反応を求めると以下のように求まる。

➢ $2-2q < 0$ の場合

プレイヤーA は¥1 で入札したほうが得をするので

$$p = 1$$

と決まる。整理すると、

$$q < 1 \text{ のとき } p = 1$$

となる。

- $2-2q<0$ の場合

 プレイヤーAは¥2で入札したほうが得をするので

$$(1-p)=1$$

と決まる。整理すると、

$$q > 1 \text{ のとき } p = 0$$

となる。

- $2-2q=0$ の場合

 プレイヤーAは p が0以上1以下であればどのように選択してもよい。整理すると、

$$q = 1 \text{ のとき } 0 \leqq p \leqq 1$$

となる。

プレイヤーBの最適反応も同様に求めると、

- $2-2p<0$ の場合

$$p < 1 \text{ のとき } q = 1$$

- $2-2p>0$ の場合

$$p > 1 \text{ のとき } q = 0$$

- $2-2p=0$ の場合

$$P = 1 \text{ のとき } 0 \leqq q \leqq 1$$

となる。

以上の最適反応を pq 平面に図示し最適反応曲線を見たものが図4である。

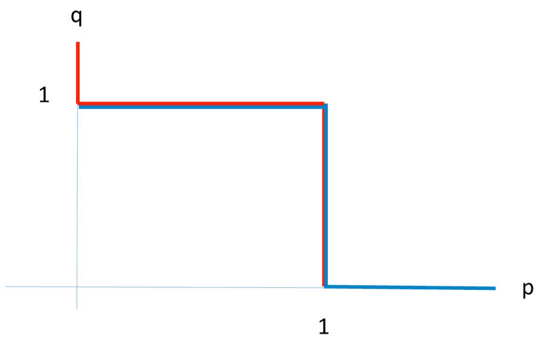


図4‐ 最適反応曲線

図4から p と q の最適反応曲線の交点である

$$0 \leqq p \leqq 1 \text{ と } 0 \leqq q \leqq 1$$

の範囲で互いの最適反応となる。よって混合戦略ナッシュ均衡は、プレイヤーAは $0 \leqq p \leqq 1$ の範囲で、プレイヤーBは $0 \leqq q \leqq 1$ の範囲で混合戦略をとっているような戦略の組み合わせ、である。

6.2 2人×3戦略のケース分析

純粋戦略時のモデルを用いて、混合戦略ナッシュ均衡を分析する。プレイヤー数は2、それぞれをA、Bと呼ぶ。商品価値は¥4とする。このケースの利得表は以下の図5の通りである。

		A		
		¥1(p1)	¥2(p2)	¥3(p3)
B	¥1(q1)	0,0	3,0	3,0
	¥2(q2)	0,3	0,0	2,0
	¥3(q3)	0,3	0,2	0,0

図5 ‐ 2人×3戦略標準型ゲーム

プレイヤーAの選べる混合戦略を、

$$(p_1,p_2,p_3)$$

プレイヤーB の選べる混合戦略を、

$$(q_1,q_2,q_3)$$

とする。

プレイヤーA の期待利得を求める。プレイヤーA が¥1 を選んだ時の期待利得は、

$$q_1\times 0+q_2\times 3+q_3\times 3 = 3(q_2+q_3)$$

プレイヤーA が¥2 を選んだ時の期待利得は、

$$q_1\times 0+q_2\times 0+q_3\times 2 = 2q_3$$

プレイヤーA が¥3 を選んだ時の期待利得は、

$$q_1\times 0+q_2\times 0+q_3\times 0 = 0$$

となる。

各期待利得を比較すると¥1 の戦略が他の戦略を全て弱支配していることがわかる。よって、￥1 は任意の混合戦略に対しての最適反応になる。さらにいえば、相手の純戦略¥1 以外に対しては、自身の¥1 は唯一の最適反応になっている。その一方で、相手が¥1 を選択しているときには（$q_1=1,\ q_2=q_3=0$)、自身のすべての混合戦略が最適反応になる。それゆえ、混合戦略ナッシュ均衡は、

$$((p_1,p_2,p_3)、(q_1,q_2,q_3)) = ((1,0,0)、(q_1,q_2,q_3))$$

と、

$$((p_1,p_2,p_3)、(q_1,q_2,q_3)) = ((p_1,p_2,p_3), (1,0,0))$$

となる。

6.3 2 人×m 戦略のケース分析

純粋戦略時のモデルを用いて、混合戦略ナッシュ均衡を分析する。プレイヤー数は 2、それぞれを A、B と呼ぶ。商品価値は¥m+1 とする。このケースの利得表は以下の図 6 の通りである。

B ＼ A	¥1(p1)	¥2(p2)	¥3(p3)	…	¥m(pm)
¥1(q1)	0,0	m,0	m,0	…	m,0
¥2(q2)	0,m	0,0	m-1,0	…	m-1,0
¥3(q3)	0,m	0,m-1	0,0	…	m-2,0
⋮	⋮	⋮	⋮		⋮
¥m(qm)	0,m	0,m-1	0,m-2	…	0,0

図 6 - 2 人×m 戦略標準型ゲーム

プレイヤーA の選べる混合戦略を、

$$(p_1,p_2,p_3\ldots,p_m)$$

プレイヤーB の選べる混合戦略を、

$$(q_1,q_2,q_3\ldots,q_m)$$

とする。

プレイヤーA の期待利得を求める。プレイヤーA が¥1、¥2、…、¥m-1、¥m を選んだ時の期待利得は、

$$\begin{array}{lllll}
¥1：m & (0+ & q_2+ & q_3+ & q_4+\ldots+q_m) \\
¥2：(m-1) & (0+ & 0+ & q_3+ & q_4+\ldots+q_m) \\
¥3：(m-2) & (0+ & 0+ & 0+ & q_4+\ldots+q_m) \\
 & & \vdots & & \\
¥m：0 & (0+ & 0+ & 0+ & 0+\ldots+0)
\end{array}$$

となる。各期待利得を比較すると、￥1 に入札する戦略が他の戦略すべてを弱支配していることがわかる。ただし、相手のプレイヤーが￥1 を選んでいる場合、

$$q_2 = q_3 = q_4 = \ldots = q_m = 0$$

となり期待利得がすべての戦略で 0 になる。それゆえすべての戦略が最適反応となる。それ以外では￥1 を選ぶことが唯一の最適反応である。

以上より【プレイヤーのうち 1 人が¥1、他方が任意の混合戦略を選んでいる組みあわせが、混合戦略ナッシュ均衡である】それ以外の混合戦略均衡は存在しない。

6,4 m 人×2 戦略のケース分析

すべての混合戦略を求めるのは困難であるので、懲罰システムのある公共財供給ゲームの混合戦略ナッシュ均衡を導出した Kamijo et al. (2014) と同様に、全員が同じ混合戦略を採用しているという対称混合戦略ナッシュ均衡を求めることにする。対称ナッシュ均衡に関心を絞ることは、混合戦略ナッシュ均衡が参加者数に応じてどのように変化しているのかを調べるという観点からは十分であると考えられる。

このケースのプレイヤー数は m 人、それぞれを A、B、C、…、m と呼ぶ。商品価値は¥3 とする。

プレイヤーの選べる対称混合戦略を、

$$(p, 1-p)$$

とする。

プレイヤーは￥1 を取り、利得を得られる戦略の組み合わせは、他の m - 1 人のプレイヤーが￥2 を取っている組み合わせであるので、その期待利得は、

$$0 \times p + 2 \times (1-p)^{m-1}$$

となる。

次にプレイヤーが¥2 を取り、利得を得られる戦略の組み合わせは、他の m-1 人のプレイヤーが¥1 を取っている組み合わせであるので、その期待利得は、

$$1 \times p^{m-1} + 0 \times (p-1)$$

となる。混合戦略ナッシュ均衡の性質より、(p, 1-p) ただし $0 < p < 1$ が混合戦略均衡であるためには、¥1 のときの期待利得と¥2 のときの期待利得が一致していなければいけないので（Bishop-Cannings の定理）、

$$2(1-p)^{m-1} = p^{m-1} \Leftrightarrow \{2(1-p)^{m-1}\}^{1/(m-1)} = (p^{m-1})^{1/(m-1)}$$

$$\Leftrightarrow 2^{1/m-1}(1-p) = p$$

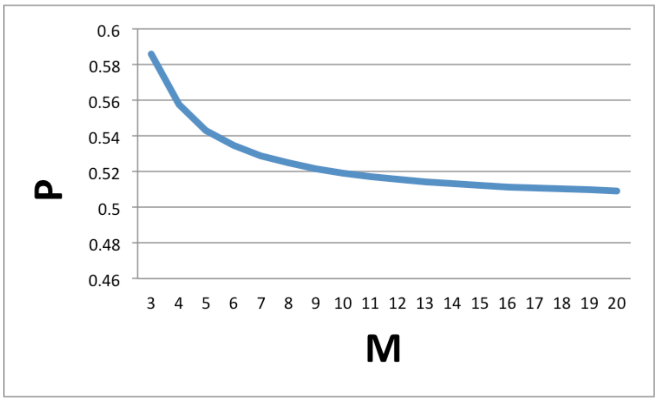
$$\Leftrightarrow p = \frac{2^{1/(m-1)}}{1+2^{1/(m-1)}}$$

となる。以上の式からこのケースの対称混合戦略ナッシュ均衡は、

$$(p, 1-p) = \left(\frac{2^{1/(m-1)}}{1+2^{1/(m-1)}}, 1-\left(\frac{2^{1/(m-1)}}{1+2^{1/(m-1)}}\right)\right)$$

となる。以下の図 7 は、mに伴う p を表したグラフである。

図 7 – p 推移グラフ



6.5 3 人×3 戦略のケース分析

純粋戦略時のモデルを用いて、対象戦略ナッシュ均衡を分析する。プレイヤー数は 3 人、それぞれを A、B、C と呼ぶ。商品価値は¥4 とする。プレイヤーの選べる対称混合戦略を、

$$(p_1, p_2, p_3)$$

とする。

プレイヤーが¥1 を取り、利得を得られる戦略の組み合わせは、他の 2 プレイヤーが¥2 もしくは¥3 に入札している場合である。その組み合わせの場合の期待利得は、

$$(p_2 + p_3)^2 \times 3$$

となる。

次にプレイヤーが¥2 を取り、利得を得られる戦略の組み合わせは、他の 2 プレイヤーが共に¥1 を選んでいる場合か、共に¥3 に入札している場合である。その組み合わせの場合の期待利得は、

$$({}_{2}C_{2}\times p_1^{2}\times p_3^{0}+{}_{2}C_{0}\times p_1^{0}\times p_3^{2})\ \times\ 2$$

となる。

次にプレイヤーが¥3 を取り、利得を得られる戦略の組み合わせは、他の 2 プレイヤーが共に￥2 もしくは共に¥3 に入札している場合である。その組み合わせの時の期待利得は、

$$(p_1+p_2)^2\times 1$$

となる。

以上の期待利得を比較し対称混合戦略ナッシュ均衡を導出することができる。

6.6 m 人×3 戦略のケース分析

6.5 のモデルを用いて、さらに m 人の場合の対称混合戦略ナッシュ均衡を分析する。プレイヤー数は m 人、それぞれを A、B、C、…、m と呼ぶ。商品価格は￥4 とする。プレイヤーの選べる混合戦略は、

$$(p_1,p_2,p_3)$$

となる。

プレイヤーが￥1 を取り、利得を得られる戦略の組み合わせは、他のプレイヤーが￥2 もしくは￥3 に入札している場合である。その組み合わせの場合の期待利得は、

$$(p_2+p_3)^{m-1}\times 3$$

となる。

次にプレイヤーが￥2 を取り、利得を得られる戦略の組み合わせは、他のプレイヤーが全員￥1 を入札している場合か、￥1 と￥3 にそれぞれ複数人入札している場合か、全員¥3 に入札している場合である。それぞれの組み合わせの場合の期待利得は、

$$({}_{m-1}C_{0}\times p_1^{0}\ \times\ p_3^{m-1}+{}_{m-1}C_{2}\times p_1^{2}\ \times\ p_3^{m-3}+{}_{m-1}C_{3}\times p_1^{3}\ \times\ p_3^{m-4}+\ \cdots\ +{}_{m-1}C_{m-2}\ \times\ p_1^{m-2}\ \times p_3+{}_{m-1}C_{m-1}\times p_1^{m-1}\ \times\ p_3^{0})\ \times\ 2$$

となる。

次にプレイヤーが￥3 を取り、利得を得られる戦略の組み合わせは、他の 2 プレイヤーが共に￥2 もしくは共に￥3 に入札している場合である。その組み合わせの時の期待利得は、

$$(p_1^{m-1}+p_2^{m-1})\times 1$$

となる。

以上の期待利得を比較し対称混合戦略ナッシュ均衡を導出することが可能である。

7. 結論

本稿ではチャンスプライスをゲーム理論的に分析モデル化し、純粋戦略ナッシュ均衡と、プレイヤーが 3 人の場合までの対称混合戦略ナッシュ均衡を導出することができた。同様の手法を用いることでプレイヤー数を変数に設定した場合の対称混合戦略ナッシュ均衡を導出することも可能である。

純粋戦略ナッシュ均衡を導出することによって、勝利落札額は参加者人数の半分以上の値にならないことと、勝者がいないナッシュ均衡を避けるための商品価格の設定値が判明した。

混合戦略ナッシュ均衡を導出するにあたっては、対称混合戦略ナッシュ均衡を用いることによって、各戦略の期待利得から混合戦略ナッシュ均衡を一般化して求められることが分かった。

これらの結論を踏まえれば、実際のチャンスプライスでプレイヤーは、実施されているゲームの参加者人数を予測し、その値の半分以下の金額を入札することが合理的であるとわかる。

しかし、本稿にて導出されたそれぞれのナッシュ均衡に基づいた行動をとり、実際のチャンスプライスのゲーム上でどのような利得が得られるのかは実験を行い確認することが

必要である。また、プレイヤーの取り得る戦略の組が増加することに伴う計算の複雑化によって、これ以上の混合戦略ナッシュ均衡の導出のためには、コンピュータを用いた計算の必要がある。

今後の課題としては、

- プレイヤーと戦略を変数に設定した対称混合戦略ナッシュ均衡の導出
- 各プレイヤー別の混合戦略ナッシュ均衡の導出
- 導出されたナッシュ均衡の実際のゲーム上での実効性の検証

の3点が挙げられる。これらが明らかになることでゲームモデルとしてのチャンスプライスのさらなる理解や、実際の市場でチャンスプライスがもたらす利益の把握、向上にもつながると考えられる。

参考文献

1. Y.Kamijo,T.Nihonsugi,A.takeuchi,Y.Funaki,2014,『Games and Economic Behavior』

2. John Maynard Smith,1985,『進化とゲーム理論 - 闘争の論理』, pp.17,32,200