

月-地球間無人物資輸送機の最適軌道設計

Optimal orbit design of the moon-to-earth unmanned supply vehicle

システム工学群

機械・航空システム制御研究室 1180061 久保崎 滉太

1. 緒言

月面基地や新たな宇宙ステーションの建設計画に伴い、物資輸送を目的とした補給船が求められている。無人での物資補給を可能とするため、実時間において最適軌道の設計が必要となる。そして、物資輸送に必要な電力を減らすため時間最短となる軌道を航行する必要がある。また、日照時間を考慮し、太陽光による推進の効率を上げる必要がある。

本研究は、電気推進系(イオンエンジン)と化学推進系(液体ロケットエンジン)を既存の補給船に搭載することを仮定し、補給船の運用に適した時間最短軌道を設計することを目的としている。

本論文では、運動についての支配方程式から数値解析ツールを用いて時間最短軌道を設計し、日照時間と使用した推進剤質量の観点より補給船の推進性能と電力の獲得について検討する。

2. 状態モデル

補給船の運動について支配方程式を以下に示す。

$$\dot{r} = u \tag{1}$$

$$\dot{u} = \frac{v^2}{r} - \frac{\mu}{r^2} + \frac{T \sin \alpha}{m_0 - m} \tag{2}$$

$$\dot{v} = -\frac{uv}{r} + \frac{T \cos \alpha}{m_0 - m} \tag{3}$$

$$\dot{\theta} = \frac{v}{r} \tag{4}$$

$$\dot{m} = \frac{T}{I_{sp} g_0} \tag{5}$$

r は軌道半径、 θ は機体姿勢角、 u は半径方向速度、 v は周方向速度、 m は機体質量、 I_{sp} は比推力、 g_0 は海面上の重力加速度、 T は推力、 α は周方向速度のベクトルと推力のベクトルとの角度、 μ は地球の重力定数を示している。また、初期の周方向速度は以下の式より与える。

$$v = \sqrt{\frac{\mu}{r}} \tag{6}$$

これは、円運動に必要な周回速度を表す。それぞれの軌道における周方向速度を4章の表2に示す。

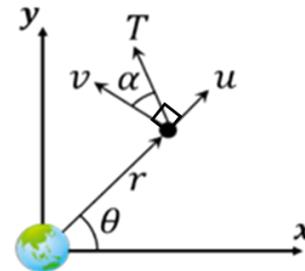


Figure1. Supply ship model

3. 非線形最適制御問題の定式化

本研究では、数値最適化の計算ツールとして IPOPT を使用する。IPOPT(Interior Point OPTimizer)は主双対内点法に Fletcher と Leyffer が提案したフィルター法を用いた直線探索を組み込んだ非線形計画問題を解くライブラリである。非線形最適制御問題の定式化を以下に示す。

$$\min J(z)$$

$$J(z) = e(x_f, t_f, u_f, x_0, t_0, u_0) + \int_0^{t_f} h(x(t), u(t)) dt \tag{7}$$

$$0 \leq t_f \leq t_{f,ub}, x_{lb} \leq x(t) \leq x_{ub} \tag{8}$$

$$u_{lb} \leq u(t) \leq u_{ub}, y_{lb} \leq y(t) \leq y_{ub} \tag{9}$$

z は最適化変数、 x は状態変数、 u は入力変数、 t は時間、 y は出力を表している。また、添字の lb は下限を表し、 ub は上限を表している。

状態変数と入力、出力は、以下の式となる。

$$\mathbf{x} = [r, u, v, \theta, m] \tag{10}$$

$$\mathbf{u} = [\alpha, T] \tag{11}$$

$$\mathbf{y} = T \sin \alpha \tag{12}$$

4. 数値シミュレーションの結果

各軌道についての情報および補給船の質量と推進性能を表1にまとめる。

Table 1 List of conditions

Low earth orbit (LEO) [km]	6678
Geosynchronous equatorial orbit (GEO) [km]	42157
Month Distance(Perihelion) from the Earth [km]	363304
Initial mass [kg]	16500
Specific thrust of electric propulsion [s]	3080
Specific thrust of chemical propulsion [s]	400

次に、境界条件と不等式拘束条件を以下に示す。

Table 2 Boundary condition and inequality constraint condition

Initial radial velocity [km/s]	0
Terminal radial velocity [km/s]	0
Thrust of electric propulsion [N]	0 ~ 0.01
Thrust of chemical propulsion [N]	0 ~ 490
Path angle [deg]	0 ~ 5
Circumferential velocity [km/s] (LEO)	7.726
Circumferential velocity [km/s] (GEO)	3.075
Circumferential velocity [km/s] (Moon)	1.0475
Initial attitude angle [deg]	0
Terminal attitude angle [deg]	0
Output [N]	-500 ~ 500

数値シミュレーション結果として地球低軌道から静止軌道までの軌道、静止軌道から月軌道までの軌道をそれぞれ図2、図3に示す。

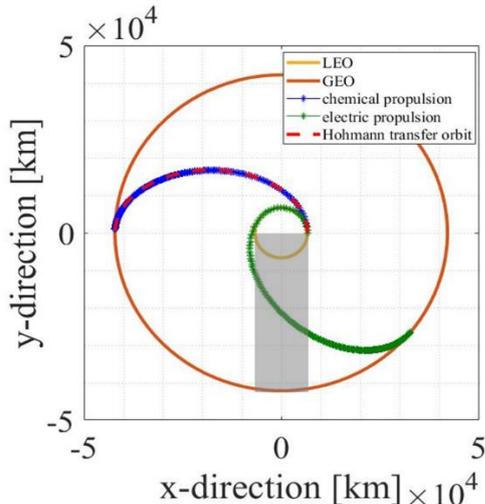


Figure.2 LEO to GEO

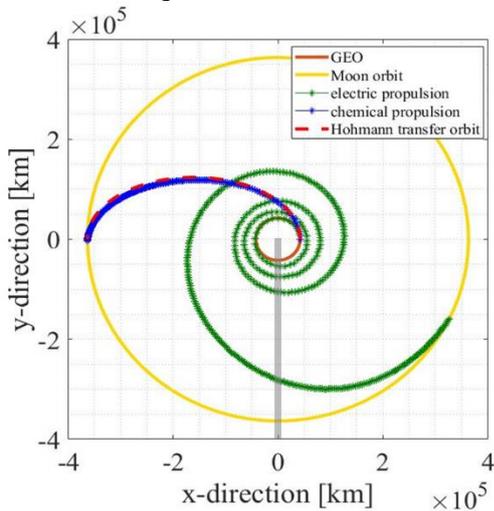


Figure.3 GEO to Moon orbit

i) 使用した推進剤質量による比較

軌道ごとの航行時間と使用した推進剤質量を表3に示す。

Table3 Total time and propellant mass

	Chemical	Electric
LEO to GEO total time [s]	18283	21134
GEO to Moon total time [s]	437300	1420100
LEO to GEO propellant mass [kg]	16.42	0.007
GEO to Moon orbit propellant mass [kg]	6.798	3.165

図2,3ともに化学推進の軌道は、ホーマン遷移軌道と一致する軌道となった。

ここで、ホーマン遷移軌道の近地点と遠地点での速度を以下の式より導出する。

$$v_p = \sqrt{2\mu \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_1 + r_2} \right)} \quad (13)$$

$$v_a = \sqrt{2\mu \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1 + r_2} \right)} \quad (14)$$

計算した結果を表4に示す。

Table4 Perigee speed and apogee speed

	Perigee speed	apogee speed
LEO to GEO	10.15 [km/s]	1.61 [km/s]
GEO to Moon orbit	4.12 [km/s]	0.478 [km/s]

次に、図2、図3における周方向速度の時間履歴を図4、図5に示す。

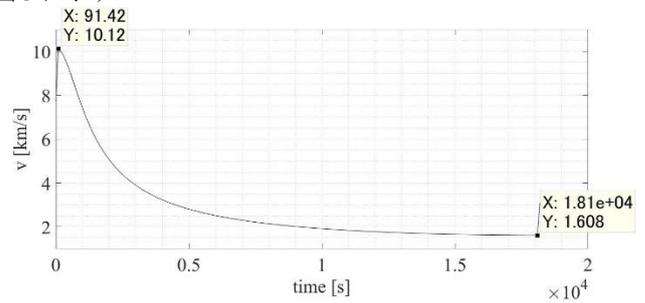


Figure4. Circumferential velocity(LEO to GEO)

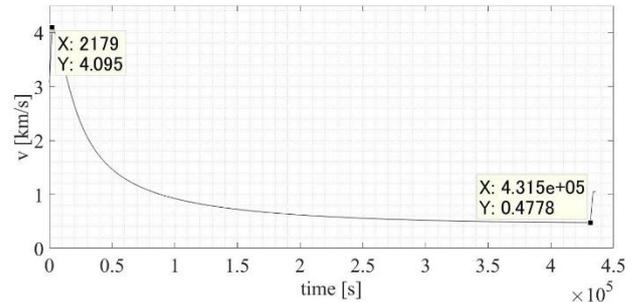


Figure5. Circumferential velocity(GEO to Moon Orbit)

ホーマン遷移軌道の周方向速度とほぼ一致した値となった。問題設定を変更した場合、ホーマン遷移軌道よりも時間最短となる軌道を描いた。しかし、迎角 α と推力の不等式拘束条件の範囲を広げなくてはならないため、想定している推進系のモデルとは異なる結果となった。したがって、設定した制約条件の範囲内では、時間最短軌道となる軌道はホーマン遷移軌道と一致する軌道となることが分かった。この結果より、必要とする速度増分を最小とする遷移軌道であるホーマン遷移軌道を描くことから時間最短軌道と燃料消費最小の軌道が一致することが分かった。

電気推進は、図2と図3では回転数が多くなる傾向にあることが分かった。図3の軌道はスパイラル遷移軌道と呼ばれ、低推力の軌道遷移において一般的な軌道である。これは、最大出力が小さいことから、長時間かけて目的の軌道に到達したといえる。

使用した推進剤質量による比較として、図2では電気推進は、化学推進との航行時間の差は2851[s]のみで、推進剤質量は少ないため、この軌道遷移においては、電気推進を使用することが望ましいといえる。この結果は、低推力を持続して出すことで、使用した推進剤質量を抑えることが考えられ

る。しかし、図3においては、使用した推進剤質量の差に比べて、航行時間における差が大幅に大きいため、この軌道間においては、化学推進を使用することが望ましいと考えた。この結果は、低推力を持続して出すと長時間を要するため、高推力での航行になるためと考えられる。

従って、電気推進は、時間はかかるが推進剤質量を抑えることができることがわかった。一方、化学推進は、短時間での航行が可能であるが、電気推進系よりも推進剤質量を大幅に使用することが分かった。これより物資の到達時間に合わせて、推進系を目的の軌道や用途に合わせて変更することが望ましいと考えた。

ii) 日照時間による比較

図2に示した灰色の領域は、初期地点を日本上空とした際の日の出の時刻における地球の影を示している。電気推進系は、ある一定の期間地球の影に入るため、太陽光推進を補助推進とした場合、効率が悪いことが分かった。一方、化学推進系の場合、日の出付近の時刻で航行を開始すると、常に太陽光を受ける軌道となり、太陽光推進の効率がいいことが分かった。また、この時期の航行において保冷機能のみを使用し物資の補給を行うと、保温と保冷機能の切り替えを行う必要がなくなり、使用電力を大幅に減らせるのではないかと考えた。そして、太陽光を長く受けられる最大の利点は、太陽光発電を常時行えることにある。それにより内部バッテリーを軽量化することが可能となる。したがって、日照時間の観点においては化学推進系の方が有益であることが分かった。

図3にも図2と同様の条件における地球の影を示した。静止軌道から月軌道までの軌道の場合、地球の直径に対して目的の軌道の直径が大きいことから、日照時間に大差がないことが分かった。

5. まとめ

時間最短軌道設計を行い、日照時間と推進剤質量の観点から電気推進系と化学推進系の軌道比較を行った。推進系は、航行時間やコストに合わせて決定する必要があることが分かった。また、日照時間は、特定の航行開始時間を指定すると、化学推進系を使用することが日照時間を多く得られることが分かった。今後は、太陽光推進を状態モデルに導入した軌道を導出することや、姿勢制御を軌道設計に組み込んだ軌道を設計していき、実用に近い軌道を設計していきたいと考えている。

6. 参考文献

- (1) James M.Longuski José J. Guzmán John E.Prussing, "Optimal Control with Aerospace Applications", Springer (2014), pp234-246
- (2) 岩崎 信夫, 的川 泰宣, "図説 宇宙工学", 日経印刷株式会社(2010), pp20-41
- (3) Andreas Wächter Lorenz T. Biegler" On the implementation of an interior-point filter line-search algorithm for large-scale nonlinear programming", Springer(2005)
- (4) 大塚 敏之, "システム制御工学シリーズ 18 非線形最適制御入門", コロナ社(2011), pp16-58
- (5) 加藤 寛一郎, "工学的最適制御" 東京大学出版会(1988)pp. 77-102