リング上の非線形シュレディンガー方程式の解析　　1205014　中村孝明

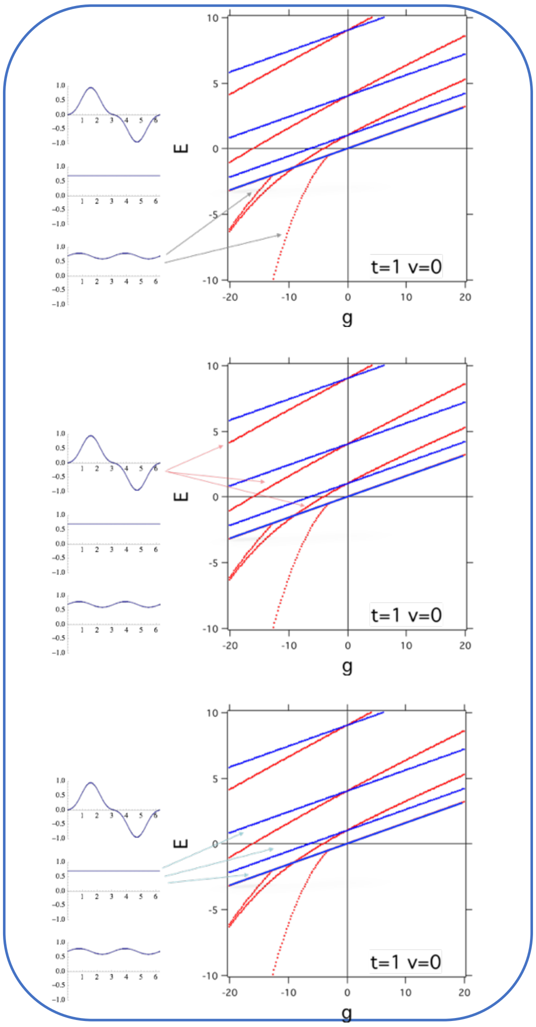
Analysis of nonlinear Schrödinger equation on a ring　　Takaaki Nakamura

非線形シュレディンガー方程式(**N**on**L**inear **S**chrödinger equation)はその非線形性により解析が困難である。NLSは以下のように記述される。

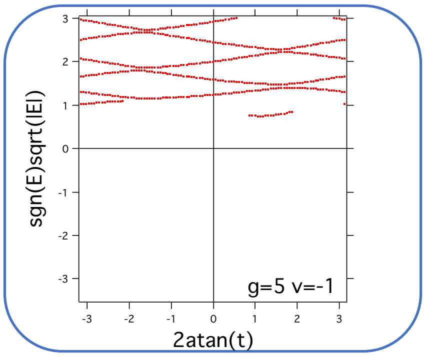
$$NLS \qquad i\frac{\partial}{\partial t}\psi(x,t) = -\frac{\partial^2}{\partial x^2}\psi(x,t) + g|\psi(x,t)|^{2\mu}\psi(x,t)$$

グロス＝ピタエフスキー方程式(上記の方程式のμ=1のとき)は非線形方程式であるが可積分系であり、δ型相互作用する希薄な多体ボソン系や光ソリトンなどを記述する。今回、欠陥のあるリング上におけるグロス＝ピタエフスキー方程式の固有値を数値計算した。点欠陥の接続条件として、Fölöp-Tsutsui δ型　($\psi_+=t\psi_-$、　$t\psi'_+-\psi_-=v\psi_-$)を選んだ。固有値の準位は3種類に分類でき、線形の方程式と同様に準位の交差、反発、ベリー位相、アンホロノミーが観察された。線形にはみられない準位の消失、分岐も観察されたが、Phase portraitを調べることにより準位の消失は固有関数の変化、分岐は固定点からの湧き出しであると理解できた。また、得られた固有値の安定性をソボレフ空間H^2上での一次摂動論、作用汎関数解析により安定であることを示した。欠陥のある開放系でのNLSのground stateの存在とその安定性についても作用汎関数解析で議論し、解が存在するパラメータの範囲と安定性を示した。断熱過程における準位反転も線形の場合と同様にグロス＝ピタエフスキー方程式で確認した。

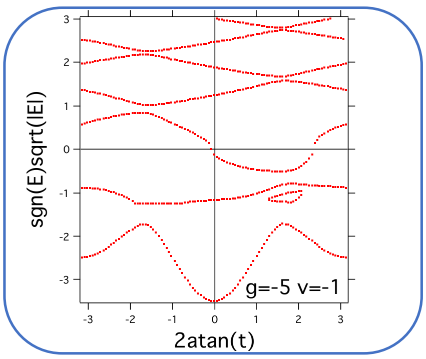
3パターンの準位



準位の一部消失



準位のループ構造



参考文献

[1] T. Nakamura and T. Cheon, *Spectral properties of nonlinear Schrödinger equation on a ring*, J. Phys. Soc. Jpn. **86** (2017) 114001 (5pp).