卒業論文要旨

気液二相の圧縮性流体計算コード開発と液体流動の数値解析

システム工学群

航空エンジン超音速流研究室　　1200004　秋田　智也

1.　研究目的と背景

気体と液体が混在する気液二相流は空調・冷凍装置，ボイラ，水冷却原子炉など沸騰や凝縮を伴う様々な流れに見られ，非常に身近な製品から大規模な装置まで幅広く応用されている．原子力発電の開発に伴い，本格的に研究が行われてきた気液二相流は，様々な研究分野に多くの影響を与えてきた．船舶プロペラなどで起こるキャビテーションの研究もその一つである．航空宇宙分野においても気液二相流の研究は数多く適用されている．

ロケットエンジンや極超音速機には，液体水素や液体酸素などの極低温流体が燃料として用いられる．これらの極低温流体は燃料を冷却することにより，エンジンを耐熱温度まで冷却させるだけでなく，空気密度を高くすることで推力を増大させるなどのメリットがある．しかし，その反面いくつかの問題がある．中でも大きな問題として，極低温流体は沸点が低く，容易に気化してしまうことから気液二相流となることが挙げられる．気液二相間の相互作用は時々刻々と流動様式とともに変化してしまうため，燃料流量の制御が困難であると言われている．それゆえ，気液二相流の流動状態を正確に把握する技術が求められている[1]．

気液界面が存在し，界面の形状が変化する気液二相流の解析は複雑であり，また，今までの気液二相流の研究では非圧縮性流体として計算するものが多かった．本研究では圧縮性を考慮した気液二相流の計算コードを開発することにより，気液二相流の流動状態を正確に再現することを目的とする．

2.　数値計算法

2.1　支配方程式

支配方程式には，以下に示す気液二相二次元オイラー方程式を用いる．

$$\frac{\partial \boldsymbol{Q}_k}{\partial t}+\frac{\partial \boldsymbol{E}_k}{\partial x}+\frac{\partial \boldsymbol{F}_k}{\partial y}=\boldsymbol{P}_k{}^{\mathrm{int}}(k=g,l), \tag{2.1a}$$

$$\boldsymbol{Q}_k=\begin{bmatrix}\alpha\rho\\ \alpha\rho u\\ \alpha\rho v\\ \alpha\rho E\end{bmatrix}_k,\boldsymbol{E}_k=\begin{bmatrix}\alpha\rho u\\ \alpha\rho u^2+\alpha p\\ \alpha\rho uv\\ \alpha\rho uH\end{bmatrix}_k,$$

$$\boldsymbol{F}_k=\begin{bmatrix}\alpha\rho v\\ \alpha\rho vu\\ \alpha\rho v^2+\alpha p\\ \alpha\rho vH\end{bmatrix}_k,\quad \boldsymbol{P}_k{}^{\mathrm{int}}=\begin{bmatrix}0\\ p^{\mathrm{int}}\dfrac{\partial\alpha}{\partial x}\\ p^{\mathrm{int}}\dfrac{\partial\alpha}{\partial y}\\ -p^{\mathrm{int}}\dfrac{\partial\alpha}{\partial t}\end{bmatrix}_k. \tag{2.1b}$$

また，

$$\alpha_g+\alpha_l=1, \tag{2.2}$$

$$p_g=p_l\equiv p, \tag{2.3}$$

$$p_g{}^{\mathrm{int}}=p_l{}^{\mathrm{int}}\equiv p^{\mathrm{int}}, \tag{2.4}$$

とする．ここで，αは気液割合，ρは密度，u，vはデカルト座標系速度成分，Eは単位質量あたりの全エネルギー，pは圧力，Hは全エンタルピー，p^{int}は界面圧力である．本研究では液相，気相の物理量を別々に求めるため，$k=g,l$とし，それぞれ気体，液体を表す．

2.2　離散化手法

式(2.1)の離散モデルは Stewart と Wendroff[2]のモデルにより以下のように与えられる．

$$\frac{V_{i,j}}{\Delta t}\Delta\boldsymbol{Q}_{i,j}+\boldsymbol{E}_{i+1/2}S_{i+1/2}-\boldsymbol{E}_{i-1/2}S_{i-1/2}+\boldsymbol{F}_{j+1/2}S_{j+1/2}$$

$$-\boldsymbol{F}_{j-1/2}S_{j-1/2}=p_{i,j}{}^{\mathrm{int}}\begin{bmatrix}0\\ S_{i+1/2}\alpha_{i+1/2,L}-S_{i-1/2}\alpha_{i-1/2,R}\\ S_{j+1/2}\alpha_{j+1/2,L}-S_{j-1/2}\alpha_{j-1/2,R}\\ \dfrac{V_{i,j}\left(\alpha_{i,j}{}^{n+1}-\alpha_{i,j}{}^{n}\right)}{\Delta t}\end{bmatrix}. \tag{2.5}$$

ここで，iとjはセル番号，Vはセル体積，Sはセル境界の面積である．また，添字のkは省略する．

2.3　界面圧力

気液界面に働く界面圧力は以下のように与えられる．

$$p^{int}=p-\delta p^*, \tag{2.6a}$$

$$\delta p^*=\min(\delta p^*,0.01p), \tag{2.6b}$$

$$\delta p^*=\delta\frac{\alpha_g\alpha_l\rho_g\rho_l}{\alpha_g\rho_l+\alpha_l\rho_g}\left|\boldsymbol{u}_l-\boldsymbol{u}_g\right|^2. \tag{2.6c}$$

また，$\rho_g\gg\rho_l$とすると，式(2.6c)は簡潔に

$$2.0\alpha_l\rho_g\left|\boldsymbol{u}_l-\boldsymbol{u}_g\right|^2, \tag{2.6d}$$

と表される．

2.4　状態方程式

状態方程式は，Harlow と Amsden[4]のモデルにより，以下のように与えられる．

$$p_k=\rho_k\frac{\gamma_k-1}{\gamma_k}C_{p,k}T_k-p_{k,\infty}, \tag{2.7a}$$

$$e_k=\frac{C_{p,k}}{\gamma_k}T_k+\frac{p_{k,\infty}}{\rho_k}, \tag{2.7b}$$

$$a_k=\left(\frac{\gamma_k(p_k+p_{k,\infty})}{\rho_k}\right)^{\frac{1}{2}}. \tag{2.7c}$$

ここで，e_kは単位質量あたりの内部エネルギー，a_kは音速である．また，気体を空気，液体を水とすると，それぞれのパラメーターは以下のように与えられる．

$$\gamma_g=1.4,C_p=1004.5[\mathrm{J/kg}],p_{g,\infty}=0[\mathrm{Pa}], \tag{2.8a}$$

$$\gamma_g=2.8,C_p=4186[\mathrm{J/kg}],p_{g,\infty}=8.5\times10^8[\mathrm{Pa}]. \tag{2.8b}$$

2.5　数値流束

AUSM 族スキームの数値流束は，以下のように与えられる．

$$\boldsymbol{F}_{k,1/2.L/R}=\frac{\dot{m}_{k,1/2}+\left|\dot{m}_{k,1/2}\right|}{2}\boldsymbol{\psi}_{k,L}+\frac{\dot{m}_{k,1/2}-\left|\dot{m}_{k,1/2}\right|}{2}\boldsymbol{\psi}_{k,R}$$

$$+\alpha_{k,1/2}\tilde{p}_{k,1/2}\boldsymbol{N}, \tag{2.9a}$$

$$\boldsymbol{\psi}_k=[\alpha\quad \alpha u\quad \alpha v\quad \alpha H]_{\boldsymbol{k}},\boldsymbol{N}=[0\quad n_x\quad n_y\quad 0]^{\boldsymbol{T}}. \tag{2.9b}$$

ここで，$\boldsymbol{F}_{k,1/2.L/R}$は数値流束，$\dot{m}_{k,1/2}$は質量流束，$\tilde{p}_{k,1/2}$は圧力流束，$L, R$はそれぞれセル境界の左側，右側を表す．また，$\boldsymbol{n}$はセル境界の法線ベクトルである．

質量流束，圧力流束は SLAU[5]を用いて，気液別々に求めることができるが，音速は以下に示す気液共通の値を用いる．

$$a_{1/2} = \frac{1}{2}(a_{l,1/2} + a_{g,1/2}), \tag{2.10a}$$

$$a_{k,1/2} = \bar{a}_k = \frac{1}{2}(a_{k,L} + a_{k,R}). \tag{2.10b}$$

2．６　時間更新

時間更新には保存量第 4 成分に$p^{\mathrm{int}}\alpha$を加え，TVD Runge-Kutta[3]を用いる．

$$\widehat{\boldsymbol{Q}}_k = \boldsymbol{Q}_k + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ p^{\mathrm{int}}\alpha \end{bmatrix}_k = \begin{bmatrix} \hat{Q}_1 \\ \hat{Q}_2 \\ \hat{Q}_3 \\ \hat{Q}_4 \end{bmatrix}_k . \tag{2.11}$$

また，時間更新後の圧力，気液割合は以下のように与えられる．

$$p = \frac{1}{2}\left(B + \sqrt{B^2 + 4C}\right), \tag{2.12a}$$

$$\alpha_k = \frac{\hat{A}_k}{p + \hat{a}_k}. \tag{2.12b}$$

ここで，

$$\hat{A}_k = (\gamma_k - 1)\left(\hat{Q}_{4,k} - \frac{\hat{Q}_{2,k}{}^2 + \hat{Q}_{3,k}{}^2}{2\hat{Q}_{1,k}}\right), \tag{2.12c}$$

$$B = \sum_{k=1}^{2}(\hat{A}_k - \hat{a}_k), \tag{2.12d}$$

$$C = \hat{a}_1\hat{A}_2 + \hat{a}_2\hat{A}_1 - \hat{a}_1\hat{a}_2, \tag{2.12e}$$

$$\hat{a}_k = \gamma_k p_{k,\infty} + (\gamma_k - 1)p^{\mathrm{int}}, \tag{2.12f}$$

とする．$p_{l,\infty}$の値が$p_{g,\infty}$の値と比べ非常に大きいため，この計算を行うと誤差が大きくなってしまう．したがって，式(2.12b)について Newton Raphson 法[6]を用いて解くこととする．

3.　計算結果

3.1　初期条件

計算コードの検証として簡易計算を行った．初期条件は以下のようである．

$$x \le 5\mathrm{m}, \left(p, \alpha_g, u_k, T_k\right) = (10^5\mathrm{Pa}, 1-\varepsilon, 100\mathrm{m/s}, 300\mathrm{K}),$$

$$x > 5\mathrm{m}, \left(p, \alpha_g, u_k, T_k\right) = (10^5\mathrm{Pa}, \varepsilon, 100\mathrm{m/s}, 300\mathrm{K}).$$

ここで，$\varepsilon = 10^{-7}$とし，格子点数は201×201である．また，初期条件の気体割合を可視化した様子を Fig.1 に示す．

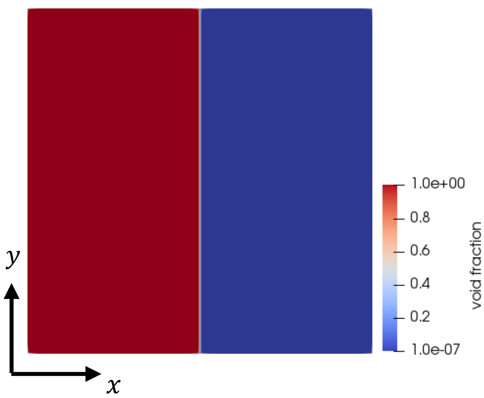

Fig.1 Initial condition of the void fraction.

3.2 計算結果

t = 0.03 sのとき気体割合の分布を Fig.2 に示す．また，参考論文[7]の計算結果を Fig.3 に示す．

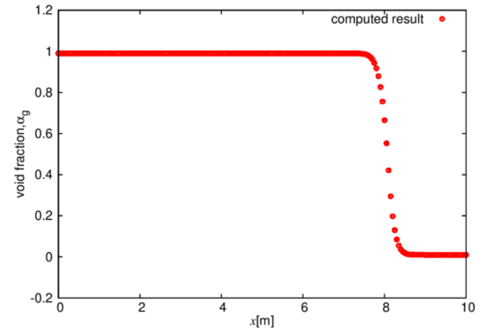

fig.2: Moving phase-contact discontinuity solution($t = 0.03$s).

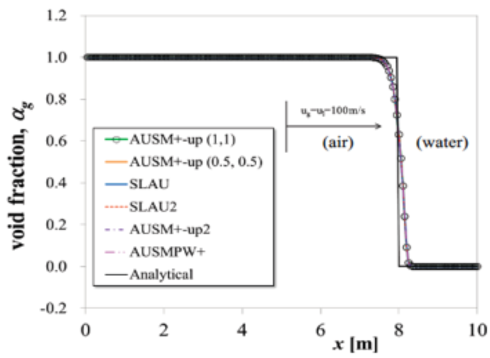

Fig.3: Moving phase-contact discontinuity solution observed in reference[7]($t = 0.03$s).

Fig.2，Fig.3 より，8m付近で界面を持ち，その値，変化率共に参考論文の計算結果と同様の結果を得た．

４．まとめ

本研究では気液二相流の流動状態の再現を目指し，気液二相流の計算コードを開発した．その検証として参考論文に基づいた気液二相流の簡易計算を行った．計算結果は計算コードの参考論文と同様の結果が得ることができた．

文献

(1) 樺山昂生，箕手一眞，吉田光希，坂本勇樹，多根翔平，中島曜，小林弘明，佐藤哲也，“深層学習による気液二相流の流動様式判別に関する研究”，宇宙輸送シンポジウム講演原稿集, 2018

(2) Stewart, H.B., and Wendroff, B., “Two-Phase Flow: Models and Methods”, *J. Comput. Phys.*,Vol. 56, 1984, pp. 363-409.

(3) Gottlieb, S., and Shu, C.-W., “Total Variation Diminishing Runge-Kutta Schemes”, *Math. Comput.*, Vol. 67, 1998, pp. 73-85.

(4) Harlow, F., and Amsden, A., “Fluid Dynamics, Technical Report LA-4700”, Los Alamos National Laboratory, 1971.

(5) Shima, E., and Kitamura, K., “Parameter-Free Simple Low-Dissipation AUSM-Family Scheme for All Speeds”, *AIAA J.*, Vol. 49, No. 8, 2011, pp. 1693-1709.

(6) Chang, C.-H., and Liou, M.-S, “A Robust and Accurate Approach to Computing Compressible Multiphase Flow: Stratified Flow Model and AUSM+ -up Scheme”, *J. Comput. Phys.*, Vol. 225, 2007, pp. 840-873.

(7) Kitamura, K., Liou, M.-S. and Chang, C.-H., “Extension and Comparative Study of AUSM-Family Schemes for Compressible Multiphase Flow Simulations”, Vol. 16, No. 3, pp. 632-674 September 2014