

卒業論文要旨

ジェット-ロケット複合推進を搭載した 二段式スペースプレーンの軌道投入経路設計

システム工学群

機械・航空システム制御研究室 1200017 池田 直崇

1. 主要記号および略号

V	: Velocity
γ	: Flight path angle
θ	: Geocentric angle
R	: Radius of the Earth
D	: Drag force
L	: Lift force
h	: Altitude
r	: Geocentric distance
m	: Weight
g_0	: Gravitational acceleration above sea level
μ	: Gravity constant
α	: Angle of attack
T	: Thrust
I_{sp}	: Specific impulse
x	: Downrange (Longitudinal flight distance in horizontal plane)
n	: Load factor
q	: Dynamic pressure
SSTO	: Single-Stage-To-Orbit
TSTO	: Two-Stage-To-Orbit

2. 序論

安全性が高く効率的な将来宇宙輸送システムとしてスペースプレーンが検討されている。有翼で自力での水平離着陸が可能のため複雑な発射設備が不要であること、完全再利用が可能であることなどが特徴であり、運用コストや推進剤コストの面から従来の使い捨てロケットより低コストで汎用性の高い運用が可能と考えられている。一般にスペースプレーンは単段で目標高度へ到達する SSTO (Single Stage To Orbit) と親機と軌道機の2段で構成される TSTO (Two Stage To Orbit) とに大別される。推進器として空気吸い込み式エンジンとロケットを組合せた複合推進器を搭載し、地上から高度 50[km] 程度までの空域で高比推力での飛行を行う試みがなされている。

将来の宇宙輸送では低い運用コストで輸送性能の良い物資輸送手段が必要であり、スペースプレーンはこれを達成する輸送システムとなると見込まれている。そのためにはシステム全体と飛行経路の最適化が必要となる。

本研究では飛行経路最適化に着目した。このためスペースプレーンの推進剤消費量を最小にし、かつ物資輸送性能を最大化する軌道を設計することを研究目的とした。モデル機体には複合推進器を搭載した TSTO を用い、地上から地球周回低軌道 (Low Earth Orbit, LEO) までの上昇軌道を汎用の非線形最適制御問題を解くソルバを使用して設計した。設計した軌

道を考察し、最適性の検証とスペースプレーンの実現に必要な諸課題の検討を行う。

3. 問題設定

3.1 機体モデル

機体の上昇軌道は地球の自転効果を見捨てた赤道面内の運動に限定し、質点近似した次の支配方程式を用いる。

$$\frac{dr}{dt} = \frac{dh}{dt} = V \sin \gamma \quad (1)$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{V \cos \gamma}{r} \quad (2)$$

$$\frac{dV}{dt} = \frac{T \cos \alpha - D}{m} - \frac{\mu \sin \gamma}{r^2} \quad (3)$$

$$\frac{d\gamma}{dt} = \frac{L + T \sin \alpha}{Vm} - \frac{\mu \cos \gamma}{Vr^2} + \frac{V \cos \gamma}{r} \quad (4)$$

$$\frac{dm}{dt} = -\frac{T}{g_0 I_{sp}} \quad (5)$$

ただし、 r および θ は以下の式で表される。

$$r = R + h \quad (6)$$

$$\theta = \frac{x}{R} \quad (7)$$

モデル機体の諸元および重量構成⁽³⁾を表 1 に示す。

Table 1 Specifications of model spacecraft.

categories	Booster	Orbiter
Wing area [m ²]	795.44	124.56
Intake area of Booster engine [m ²]	18.1	-
Max Thrust of Rocket engine [MN]	4.13	1.12
Weight $\times 10^3$ [kg]		
Structural weight	344.77	15.14
Propellant weight	139.91	64.05
Overall weight	484.68	83.10
Takeoff weight	567.78	

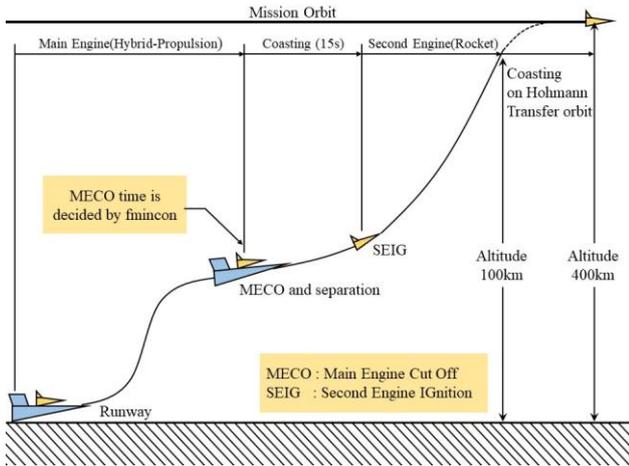


Fig.1 Flight plan

3.2 飛行計画

上昇軌道の概要を図1に示す。ブースタとオービタの結合機体の飛行を Phase1 とし、分離後のオービタ単独の飛行を Phase2 とする。分離はブースタがエンジンを停止すると同時に行われ、オービタは分離後に単独で 15[s]間の慣性飛行を行った後にロケットエンジンを点火する。高度 100[km]に到達した後は慣性飛行を行い、ホーマン遷移軌道を経て高度 400[km]に至る。本研究では高度 100[km]までの上昇軌道を設計する。ブースタには複合推進器が搭載され、オービタにはロケットエンジンのみが装備されている。

ブースタに搭載された複合推進器の空気吸い込みモードにおける最大推力値のモデル⁽¹⁾を以下の図2に示す。

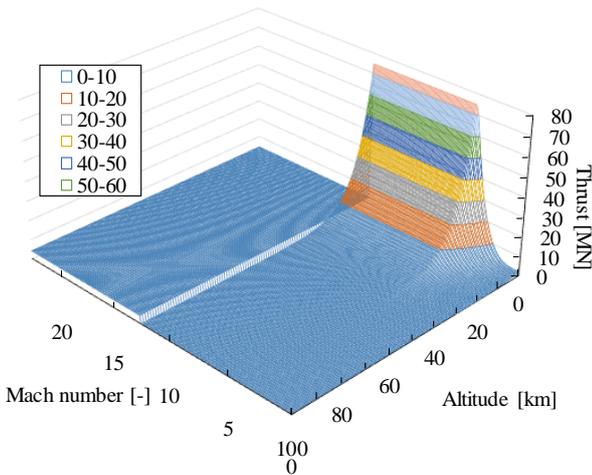


Fig.2 Max thrust of hybrid propulsion engine

図2のモデルは Phase1 での飛行速度がマッハ 12.5 未満で空気吸い込み式エンジンが作動し、それ以外ではロケットエンジンが作動することを想定して最大推力値が設定されている。オービタは高度、速度によらず比推力が 450[s]、最大推力が 1.12[MN]で一定であり、ロケットエンジンを用いることを想定している。本研究では初めにブースタの複合推進器のうち、空気吸い込み式エンジンのみを作動させる場合の軌道設計を行った。このため Phase1 内での飛行速度がマッハ 12.5 を超えても空気吸い込み式エンジンが作動するものとした。空気吸い込み式エンジンのみが作動する場合の最大推力値モデルを図3に示す。なお、今回の軌道設計において分離時の速度(マッハ数)と高度の条件は特に指定しなかった。

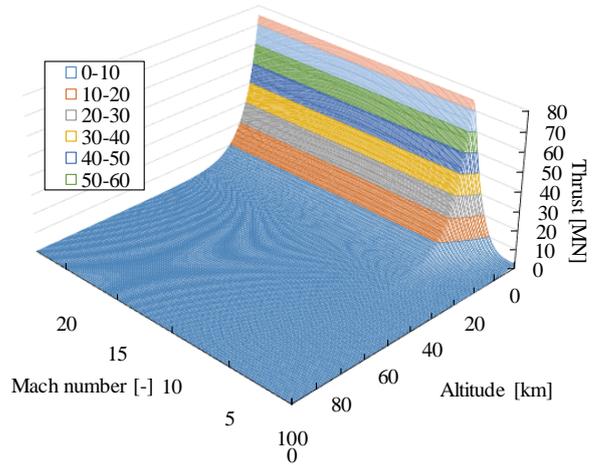


Fig.3 Max thrust of air breathing mode

3.3 評価関数

要求を満たす飛行計画を実現するため飛行経路最適化問題を解き、制御入力値、エンジン切り替えのタイミングなどを明らかにする。本研究では推進剤消費量を最小化し、かつ輸送可能なペイロード重量の最大化を目指しているため、評価関数はオービタの終端重量を最大化するよう設定する。よって、オービタの終端重量 $m_{o,f}$ を評価関数 J とし、これを最小化する最適化問題を定義した。

$$J = - m_{o,f} \quad (8)$$

$$J_{opt} = \min J \quad (9)$$

3.4 諸条件

以下に本問題の制約条件を列記する。

■ 境界条件

Table 2 Boundary condition.

Variable	$t = 0$	$t = t_f$
h [m]	0	100,000
θ [deg]	0	free
V [m/s]	402	7,669
Mach [-]	1.18	22.5
γ [deg]	0	0
$m_{booster} \times 10^3$ [kg]	567.78	free
$m_{orbiter} \times 10^3$ [kg]	83.1	19.05

Phase1 および Phase2 の最大飛行時間をそれぞれ $t_{max,1}$ 、 $t_{max,2}$ とする。最適化ソルバは設定された $t_{max,1}$ 、 $t_{max,2}$ の飛行時間内で経路を設計する。 $t_{max,1}$ は 200[s]ごとに 6 通りに設定してそれぞれ解析を行った。いずれの場合も $t_{max,2}$ は 1000[s]で一定とした。設定を次の表3にまとめる。

Table 3 Settings of maximum flight time.

Time[ks]/Case	1	2	3	4	5	6
Phase1 $t_{max,1}$	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0
Phase2 $t_{max,2}$	1.0					
Overall time	2.0	2.2	2.4	2.5	2.8	3.0

※[ks] = 10^3 [s]

■ 離陸, 引き起こし条件

本研究では機体が離陸可能速度に達した時点をも $t = 0[s]$ に設定した. $h=0[m]$ における動圧上限値をとる速度と離陸可能速度を考慮し, 変数 $h-V$ の解空間に作られる飛行可能領域より初期速度を表 2 の値に設定した.

■ 上昇飛行中の拘束条件

飛行中の拘束条件を表 4 に表す. 荷重倍数 n は式(10)を用いて計算した. また, 動圧は式(11)を用いて計算した.

Table 4 Constraint conditions during flight.

Phase1	Altitude h [m]	$h \geq 0$
	Angle of attack α [deg]	$\alpha \leq 20$
	Dynamic pressure q [kPa]	$q \leq 100$
	Path angle γ [deg]	$ \gamma \leq 90$
	Load factor n [-]	$n \leq 4$
Phase2	Angle of attack α [deg]	$\alpha \leq 20$
	Dynamic pressure q [kPa]	$q \leq 15$
	Path angle γ [deg]	$ \gamma \leq 90$
	Load factor n [-]	$n \leq 4$

$$n = \frac{\sqrt{(T \cos \alpha - D)^2 + (T \sin \alpha + L)^2}}{mg_0} \quad (10)$$

$$q = \frac{1}{2} \rho V^2 \quad (11)$$

■ 環境条件

大気密度の通減率は式(12)の単純モデルを用いた.

$$\rho = \rho_0 \exp(-0.15H) \quad (12)$$

式(12)中の ρ_0 は標準大気密度で $\rho_0 = 1.225[\text{kg}/\text{m}^3]$ である. また H は高度 h を km 換算したものである.

■ 空力特性値

揚力係数 C_L と抗力係数 C_D は次の迎角 α を変数とした近似式で表される.

$$C_D = a_1 \alpha^2 + b_1 \quad (13)$$

$$C_L = a_2 \alpha + b_2 \quad (14)$$

各係数にはそれぞれ以下の数値を与えた.

a_1	0.883
a_2	7.6865×10^{-3}
a_3	0.84687
a_4	-2.956×10^{-3}

これらを踏まえ, 揚力 L と抗力 D は次の式ようになる.

$$L = \frac{1}{2} \rho V^2 A C_L \quad (15)$$

$$D = \frac{1}{2} \rho V^2 A C_D \quad (16)$$

A は機体の代表面積であり, Phase1 ではブースタの翼面積を, Phase2 ではオービタの翼面積を用いた.

4. 非線形計画問題の定式化

本研究では制約付き非線形計画問題の数値計算ソルバとして MATLAB Optimization Toolbox の fmincon を使用した. このソルバでは内点法, 有効制約法, SQP (Sequential Quadratic Programming) 法などの中から数値解法を選択することができる. 今回は内点法を使用した. 本研究では初期値, 終端値を指定した 2 点境界値問題を扱うため, 多段シューティング法を用いた. また各ノード間の状態量は Runge-kutta 法により数値積分し, 積分点は Phase1 で 100 点, Phase2 で 60 点とした. 以上の設定を踏まえ, 次のように飛行経路最適化問題を非線形計画問題として定式化した.

$$\mathbf{z} = [t_f, \mathbf{x}_0, \dots, \mathbf{x}_N, \mathbf{u}_0, \dots, \mathbf{u}_m] \quad (\in \mathbb{R}^n) \quad (17)$$

$$\text{Minimize } J(\mathbf{z}) \quad (18)$$

$$\mathbf{z}_{lb} \leq \mathbf{z} \leq \mathbf{z}_{ub} \quad (19)$$

\mathbf{z} は最適化する変数を結合したベクトルである. \mathbf{u} は制御入力, \mathbf{x} は状態変数, t は時間を表す. また式(19)の添え字 lb と ub はそれぞれ変数の下限値と上限値を表す. 本研究において \mathbf{x}, \mathbf{u} は次の式(20)で表される.

$$\mathbf{x} = [h, \theta, V, \gamma, m] \quad \mathbf{u} = [T, \alpha] \quad (20)$$

また, 非線形制約条件として式(21)が定義される.

$$\mathbf{h}(\mathbf{x}) = 0 \quad \mathbf{g}(\mathbf{x}) \leq 0 \quad (21)$$

ここで $\mathbf{h}(\mathbf{x})$ は等式拘束条件の各関数を結合したベクトルであり, $\mathbf{g}(\mathbf{x})$ は不等式拘束条件の各関数のそれを表している.

5. 結果と考察

5.1 推進剤消費量の考察

6 通りの Phase1 の最大飛行時間 $t_{max,1}$ に対するオービタとブースタの推進剤消費量を図 4 に示す.

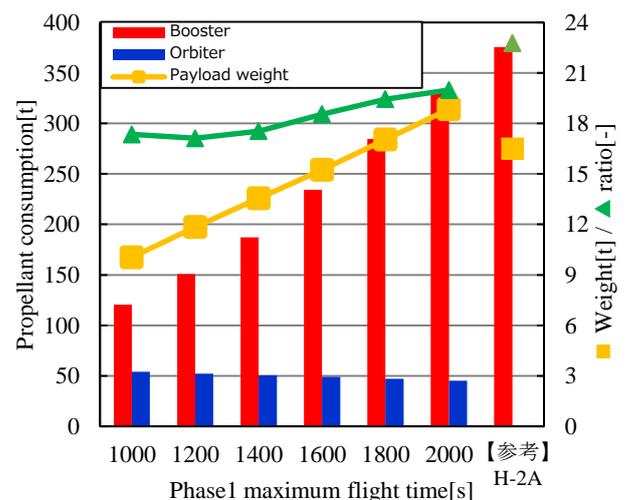


Fig.4 History of final weight

推進剤消費量は $t_{max,1}$ が増加するに従いブースタでは増加し, オービタでは減少している. しかし推進剤消費量の増減率を比較するとブースタの増加率がオービタの減少率よりも高いため両機体を合わせた総推進剤消費量は $t_{max,1}$ が長く

なるに従い増加している。ペイロード重量は $t_{max,1}$ の増加に伴い線形に増加している。考察の結果、ケース 1 と 6 の飛行では機体および推進器に求められる要求が異なると考察した。ケース 1 は推進剤消費量が全ケースの中で最小であり、最も推進剤効率の良い軌道といえる。しかし単位飛行あたりに輸送可能なペイロード重量は全ケースの中で最小となる。このため他のケースと等しい重量のペイロードを輸送するためには機体の再利用回数を他より高くする必要がある。よってケース 1 では機体の耐久性を上げ、再利用回数を増加させる必要がある事が分かった。一方ケース 6 では単位飛行あたりの輸送可能ペイロード重量が最大であるため全ケース中で輸送性能は最大である。しかし総推進剤消費量が最大となるため最も燃料効率の低い飛行軌道となる。重量配分としてはブースタ総重量のうち燃料重量が 68.4% を占める。この重量配分を実現するためブースタでは機体および推進器重量の軽量化が必要となる。しかし翼重量や複合推進器の重量を考えると、燃料重量配分の 68.4% という値は厳しい要求と考えられる。よってケース 6 の飛行を実現するためには構造重量を軽量化する技術革新が必要であることが分かった。

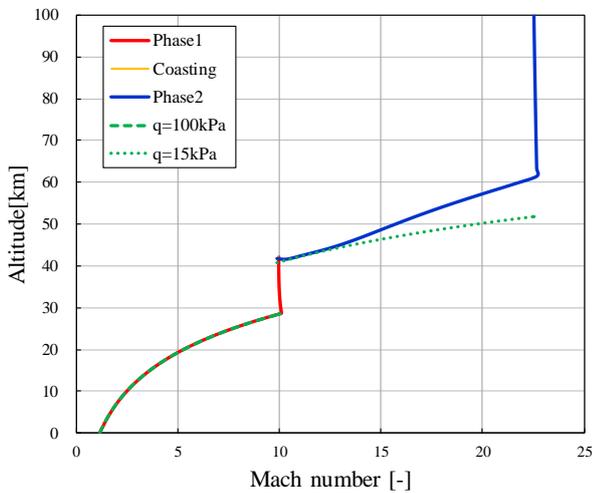


Fig.5 Mach history of altitude

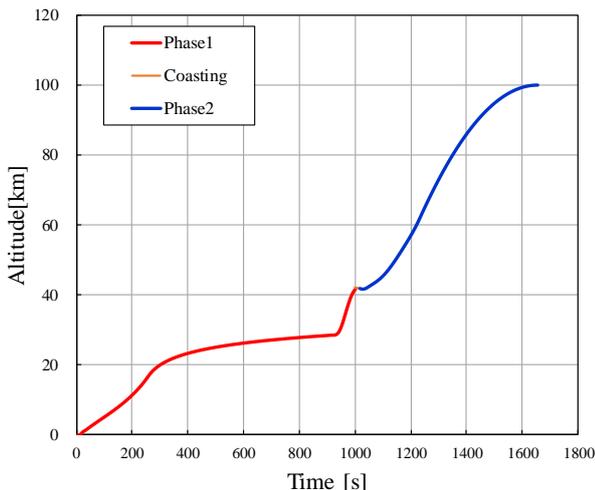


Fig.6 Time history of altitude

Table 5 Final Weight of booster and orbiter.

$t_{max,1} = 1000$	Booster	Orbiter
Final weight $m_f \times 10^3$ [kg]	447.4	29.1

5.2 軌道形状に関する考察

次に $t_{max,1} = 1000$ [s] におけるマッハ数-高度履歴と高度-時間履歴を図 5, 6 にそれぞれ示す。またこの場合における $m_{b,f}$ と $m_{o,f}$ の値を表 5 に示す。

図 5 より Phase1 では殆ど全時間において動圧限界を飛行する結果となった。機体はマッハ 10 付近において急上昇し、オービタの動圧上限値まで上昇した後分離した。その後オービタは高度約 60[km] に至るまでに軌道投入速度マッハ 22.5 より僅かに大きい速度まで増速した後、慣性飛行に移った。最後に減速を経て軌道投入速度に達した。

本問題で用いた推力モデルは低高度において最大推力が大きな値をとる。そのため飛行経路はある速度において最大推力値が最も大きくなる動圧限界の線上を飛行する経路に最適化されたと考えられる。また図 6 から Phase1 では $t_{f,1} = t_{max,1}$ となり、ブースタは最大飛行時間の上限まで機体を単調に増速させていることから、空気吸い込みモードでの飛行が機体の増速に十分寄与し、その有効性を発揮していると考えられる。Phase2 ではオービタの飛行経路は $t_{max,1}$ を変化させても大きな違いは見られなかった。

6. 結論

軌道設計の結果、Phase1 において空気吸い込みモードのみが作動する条件でも複合推進器は目標軌道へ輸送可能なペイロード重量の増加に十分寄与していることが明らかになった。また Phase1 の最大飛行時間を変化させた場合のブースタ、オービタの終端重量の変化を明らかにし、ブースタ構造重量の削減がペイロード重量の増加につながる事が分かった。ただし、ペイロード重量の増加に寄与する設計パラメタは運動方程式に陽に現れるものだけでなく、エンジン機数や翼面積など制約条件の厳しさに影響するものも考慮し、評価関数の変化を分析する必要がある。また今回の研究では安定して解を収束させるための手法を確立できなかったため、大気モデルや機体の空力特性に単純化した式を用いて最適軌道を設計した。今後は fmincon の特性や解を安定して収束させるための手法を見つけ、より現実に即した大気モデル式や空力特性値を用いて飛行経路および機体の設計を行う。

参考文献

- (1) 加藤寛一郎, “スペースプレーン 超高層飛行力学”, 東京大学出版会(1989), pp.67, pp.144-148.
- (2) 大塚敏之, “非線形最適制御入門”, コロナ社(2011), pp.16 - 54.
- (3) 今村俊介, 小島広久, 土屋武司, 久保田弘敏, “Hybrid-GA を用いた二段式スペースプレーンの最適設計”, 日本航空宇宙学会論文集, Vol.54, No.630(2006), pp. 279-287.
- (4) 本橋和宏, 吉田洋明, 山口雄仁, 石川芳男, “次世代型宇宙輸送機の機体設計と飛行経路の統合的最適化”, 日本航空宇宙学会論文集, Vol.51, No.596(2003), pp. 512-519.
- (5) 石森雄一郎, 中根昌克, 石川芳男, “最適化手法を用いたスペースプレーンの上昇フェーズにおける成立性”, 日本航空宇宙学会論文集, vol.59, No.694(2011), pp.291-297
- (6) Nomura,S., Hozumi, K., Kawamoto, I. and Miyamoto, Y. : Experimental Studies on Aerodynamic Characteristics of SSTO Vehicle at Subsonic to Hypersonic Speeds, The 16th International Symposium on Space Technology and Science, 1988, pp.1547-1554.
- (7) Matthew P. Kelly. : Transcription Methods for Trajectory Optimization A beginners tutorial, Cornell University, 2011