# 富の格差の発生メカニズム

## ～投資ゲームのゲーム理論的分析～

1200504　福井　里彩子

高知工科大学　経済・マネジメント学群

### 1.　概要

本研究では、「格差のメカニズム」浜田（2007）の中の投資ゲームをもとに、投資ゲームをゲーム理論的に分析する。混合戦略ナッシュ均衡についても考えていく。また、投資ゲームを用いて富の格差が起こるメカニズムについて考える。

「高リスク高リターン」の場合か「低リスク低リターン」の場合のどちらの投資確率が高くなるのかについて数理モデルを用いて計算し考察する。また、リスク回避的な場合についても計算する。

### 2.　背景

なぜ同じ人間なのに、富の格差が起こるのか、富の格差はどのように起こるのか。富の格差を埋めることができないのか。調べていくと、「富の格差により社会が崩壊する」(HARBOR　BUSINESS Online　出典）という記事を見つけ、格差や不平等社会について興味を持った。

経済的不平等は世界中で大きな問題となっている。豊かな国と貧しい国の所得格差や資産格差は大きい。

ラテンアメリカでは 10 人に 1 人が貧困状態であるとされており、その数は 2002 年には 5700 万人であったが 15 年後の 2017 年には 6200 万人にまで増えている。15 年という期間になぜこれほど貧困層が増えたのか。10%の貧困層は分配される富のわずか 1.1%しか享受されていないのに対して、41.3%の富の分配を受けているのは 10%の富裕層であると言われている。富裕層に多くの富が分配されているが、貧困層はわずかな富しか分配されないことがさらに富の格差を広げている。

「世界の経済格差 2019 年版統計で明らかになる-富の移動」という記事では、世界の超富裕層である上位 26 人が保有している富は、世界人口のうち経済貧困層にあたる半数、約 38 億人の総資産と同じであると書かれている。この富裕層は自己の富を保有することを第一とし、貧困層へ寄付をしない。少しでも寄付すると貧困層の子供たちに教育機会を与えることができるにも関わらず、富裕層は自己の富を増やすことに力を入れている。

この数十年でいくつかの国々では富の不平等問題について解決策が考えられている。しかし、富裕層と貧困層の差が縮まっても、もともとの資産の差によって教育や社会生活の改善のための投資が貧困層は少ない。貧困層は教育へのアクセスや社会保障を受ける機会に恵まれない。貧困層の子供もまた貧困層であり、富裕層との教育機会の差を縮めることは難しい。それが社会での不平等をさらに悪化させている。

このような社会の不平等や富の格差について投資ゲームの数理モデルを用いてメカニズムを考えていく。

### 3.　研究方法

本研究では、先行研究である「格差のメカニズム」浜田（2007）にある投資ゲームをもとに参加者の人数を変えながら投資ゲームをゲーム理論的に分析する。

3.1　投資ゲームの数理モデルによる表現

N 人の集団が投資ゲームを行う。それぞれがリスクのある投資（成功すれば B、失敗すれば 0、投資の成否によらずコストとして C)、安産策（確実に 0、コストも 0）かを選択する。投資成功者の上限をｎ人とし、投資する人数をｘ人とする。ｘ＞ｎのときには、投資選択者の中からランダムにｎ人を選ぶ。このｎ人は投資に成功し、ｘ－ｎ人の投資は失敗する。投資成功者、投資失敗者、安産策選択者の人数と獲得純益は以下の表 1 のようになる。

| | 人数 | 獲得純益 |
|---|---|---|
| 投資成功者 | n | B－C>0 |
| 投資失敗者 | x－n | －C |
| 安産策選択者 | N－x | 0 |

（表 1）

3.2　2 人ゲームをゲーム理論的に分析

　ゲーム参加者は 2 人（A,B）で、投資成功者は 1 人。100 円を投資するか投資しないか選択する。投資に成功すると 1.6 倍の 160 円、投資に失敗すると 0 円、投資しない場合は 100 円獲得できる。参加者の利得表は以下の表 2 のようになる。

| A ＼ B | 投資する | 投資しない |
|---|---|---|
| 投資する | 80,80 | 160,100 |
| 投資しない | 100,160 | 100,100 |

（表 2）

A は確率 p で投資し、確率 1－p で投資しない。B は確率 q で投資し、確率 1－q で投資しない。この時の A の最適反応を求める。

A が投資するときの A の期待利得

＝80 q +160（1－ q）＝－80 q +160

A が投資しないときの A の期待利得

＝100 q +100（1－ q）＝100

A が投資したときと投資しないときの期待利得を比較すると次のようになる。

u（する）>u（しない）　$-80q+160>100$

$q<\frac{3}{4}$

u（する）<u（しない）　$q>\frac{3}{4}$

u（する）=u（しない）　$q=\frac{3}{4}$

B も同様に考える。

B が投資するときの最適反応

＝80 p +160（1－ p）＝－80 p +160

B が投資しないときの最適反応

＝100 p +100（1－ p）＝100

B が投資したときと投資しないときの期待利得を比較すると次のようになる。

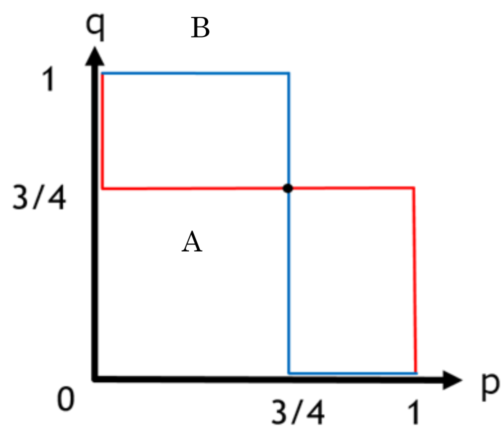
u（する）>u（しない）　$-80p+160>100$

$p<\frac{3}{4}$

u（する）<u（しない）　$p>\frac{3}{4}$

u（する）=u（しない）　$p=\frac{3}{4}$

最適反応を図示すると以下の図 1 のようになる。




（図 1）

よって、混合戦略ナッシュ均衡は(p,q)=(3/4,3/4)である。

3.3　3 人ゲームをゲーム理論的に分析

（1）ゲーム参加者は 3 人（A,B,C）で、投資成功者は 1 人。100 円を投資するか投資しないか選択する。投資に成功すると 1.6 倍の 160 円、投資に失敗すると 0 円、投資しない場合は 100 円獲得できる。参加者は全員、確率 p で投資するを選択し、確率 1-p で投資しないを選択する。

このとき、A が投資するを選択したときの期待利得を求める。参加者 B,C はそれぞれ確率 p で投資し、確率 1-p で投資しないため A が投資成功する確率は、以下の表 3 のようになる。

| B ＼ C | 投資する | 投資しない |
|---|---|---|
| 投資する | 1/3 | 1/2 |
| 投資しない | 1/2 | 1 |

（表 3）

A が投資成功する確率

$=p^2\times\frac{1}{3}+p(1-p)\times\frac{1}{2}\times 2+(1-p)^2$

$=\frac{1}{3}p^2-p+1$

A が投資するときの期待利得

$=160\times\left(\frac{1}{3}p^2-p+1\right)$

A が投資しないときの期待利得＝100

混合戦略ナッシュ均衡は、「投資するときの期待利得＝投資しないときの期待利得」によって求められる。

この時の混合戦略ナッシュ均衡は次の式から求められる。

$$160\times\left(\frac{1}{3}p^2-p+1\right)=100$$

$$\mathrm{p}=\frac{6\pm 3\sqrt{2}}{4}$$

0≦ｐ≦1 より

$$\mathrm{p}=\frac{6-3\sqrt{2}}{4}$$

$$\mathrm{p}=0.43933983\cdots$$

となる。

(2) ゲーム参加者は 3 人（A,B,C）で、投資成功者は 2 人。（1）と同様の確率で投資選択し、同様の金額を得ることができる。

このとき、A が投資するを選択したときの期待利得を求める。このとき A が投資に成功する確率は以下の表 4 のようになる。

| | | C | |
|---|---|---|---|
| | | 投資する | 投資しない |
| B | 投資する | 2/3 | 1 |
| | 投資しない | 1 | 1 |

（表 4）

A が投資成功する確率

$=p^2\times\frac{2}{3}+\mathrm{p}(1-\mathrm{p})\times 2+(1-p)^2$

$=-\frac{1}{3}p^2+1$

A が投資成功するときの期待利得

$=160\times\left(-\frac{1}{3}p^2+1\right)$

A が投資しないときの期待利得＝100

このときの混合戦略ナッシュ均衡は次の式から求められる。

$160\times\left(-\frac{1}{3}p^2+1\right)=100$

0≦ｐ≦1 の範囲では必ず、$160\times\left(-\frac{1}{3}p^2+1\right)>100$ となるため、ｐ＝1 となる。

よって、参加者は全員投資するを選択する。

3.4 4 人ゲームをゲーム理論的に分析

投資成功者の人数によって富の分配量が変化するため、獲得金額が変化する。しかし、富の量は一定である。成功人数と富の分配量は以下の表 5 のようになる。

| 成功人数 | 1 人 | 2 人 | 3 人 |
|---|---|---|---|
| 富の分配量 | 320 円 | 160 円 | $\frac{320}{3}$円 |

（表 5）

(1) ゲーム参加者は 4 人（A,B,C,D)で、投資成功者は 1 人。100 円を投資するか投資しないかを選択する。投資に成功すると 3.2 倍の 320 円、投資に失敗すると 0 円、投資しない場合は 100 円を獲得できる。参加者は全員、確率ｐで投資する選択し、確率 1－ｐで投資しないを選択する。

このとき、A が投資するを選択したときの期待利得を求める。参加者 B,C,D はそれぞれ確率ｐで投資し、確率 1－ｐで投資しない。

A が投資するときの期待利得

$=p^3\times\frac{1}{4}\times 320+p^2(1-p)\times 3\times\frac{1}{3}\times 320+\mathrm{p}\times(1-p)^2\times 3\times\frac{1}{2}\times 320+(1-p)^3\times 320$

$=-80(p^3-4p^2+6p-8)$

A が投資しないときの期待利得＝100

このときの混合戦略ナッシュ均衡は次の式から求められる。

$$-80\left(p^3-4p^2+6p-8\right)=100$$

0≦p≦1 より　　p＝0.7986834

(2) ゲーム参加者は 4 人（A,B,C,D)で、投資成功者は 1 人。100 円を投資するか投資しないかを選択する。投資に成功すると 1.6 倍の 160 円、投資に失敗すると 0 円、投資しない場合は 100 円を獲得できる。参加者は全員、確率ｐで投資する選択し、確率 1－ｐで投資しないを選択する。

このとき、A が投資するを選択したときの期待利得を求める。参加

者 B,C,D はそれぞれ確率 p で投資し、確率 1－p で投資しない。

A が投資するときの期待利得

$$= p^3 \times \frac{1}{2} \times 160 + p^2(1-p) \times 3 \times \frac{2}{3} \times 160 + p(1-p)^2 \times 3 \times 160 + (1-p)^3 \times 160$$

$$= 80(p^3 - 2p^2 + 2)$$

A が投資しないときの期待利得＝100

このときの混合戦略ナッシュ均衡は次の式から求められる。

$$80(p^3 - 2p^2 + 2) = 100$$

0≦p≦1 より　　　　p＝0.7859966

(3) ゲーム参加者は 4 人（A,B,C,D)で、投資成功者は 1 人。100 円を投資するか投資しないかを選択する。投資に成功すると$\frac{3.2}{3}$倍の$\frac{320}{3}$円、投資に失敗すると 0 円、投資しない場合は 100 円を獲得できる。参加者は全員、確率 p で投資する選択し、確率 1－p で投資しないを選択する。

このとき、A が投資するを選択したときの期待利得を求める。参加者 B,C,D はそれぞれ確率 p で投資し、確率 1－p で投資しない。

A が投資するときの期待利得

$$= p^3 \times \frac{3}{4} \times \frac{320}{3} + p^2(1-p) \times 3 \times \frac{320}{3} + p(1-p)^2 \times 3 \times \frac{320}{3} + (1-p)^3 \times \frac{320}{3}$$

$$= -\frac{80}{3}\left(p^3 - 4\right)$$

A が投資しないときの期待利得＝100

このときの混合戦略ナッシュ均衡は次の式から求められる。

$$-\frac{80}{3}(p^3 - 4) = 100$$

0≦p≦1 より　　　　p＝0.6299659

3.5　プレイヤーがリスク回避的な場合を考える

富の分配量から得られる利得＝(*富の分配量*)$^r$ とする。r は 0＜r≦1 の範囲の値である。

(1)投資成功者が 1 人の場合（条件 H：高リスク高リターン）

$$320^r\left\{p^3 \times \frac{1}{4} + p^2(1-p) \times 3 \times \frac{1}{3} + p \times (1-p)^2 \times 3 \times \frac{1}{2} + (1-p)^3\right\} = 100^r$$

が成り立つ。

(2)投資成功者が 2 人の場合（条件 M：中リスク中リターン）

$$160^r\left\{p^3 \times \frac{1}{2} + p^2(1-p) \times 3 \times \frac{2}{3} + p \times (1-p)^2 \times 3 + (1-p)^3\right\} = 100^r$$

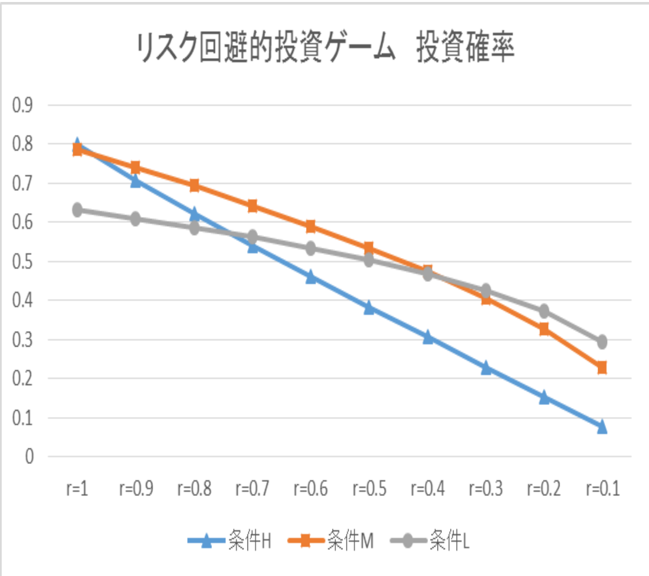
が成り立つ。

(3)投資成功者が 3 人の場合（条件 L：低リスク低リターン）

$$\left(\frac{320}{3}\right)^r\left\{p^3 \times \frac{3}{4} + p^2(1-p) \times 3 + p \times (1-p)^2 \times 3 + (1-p)^3\right\} = 100^r$$

が成り立つ。

3 つの条件について計算し、グラフにすると以下の図 2 のようになる。




(図 2)

r の値が小さくなるほどリスク回避的であると考えられる。

図 2 から、r=1 のとき、条件 H である「高リスク高リターン」のほうが条件 L である「低リスク低リターン」よりも投資確率が高くなっていることが分かる。

また、r=0.7 以下は、条件 H のほうが条件 L より投資確率が低くなっていることが分かるため、投資確率が逆転している。

条件 M（中リスク中リターン）は、r=1 のとき投資確率が最も低

かったが、r=0.3 から最も投資確率が高くなっている。

参加者のリスク回避性により、条件H，M，Lの大小関係は変化する。

rの値が 0.1 変化すると、条件 H は 0.08 ずつ変化している。条件 L は 0.02 ずつ変化している。したがって、条件 H のほうが条件 L より利得が投資確率に与える影響が大きい。

## 4. 結論

富の量を一定にし、成功者の人数と富の分配量を変化させて考えた場合、「高リスク高リターン」のほうが「低リスク低リターン」の場合よりも投資確率が 0.1687175 高くなっていることが分かった。

4 人ゲームをリスク回避的に考えた場合、一定の利得までは「高リスク高リターン」な選択をする確率が高いことが分かった。しかし、「低リスク低リターン」の選択は利得の影響をあまり受けないため「高リスク高リターン」よりも安定した投資確率が得られた。


## 5.謝辞

最後になりますが、本論文を作成するにあたり丁寧なご指導を頂いた指導教官の上條良夫教授に心から感謝いたします。


## 6.参考文献


[1]浜田宏　「格差のメカニズム　数理社会的アプローチ」(2007)

[2]「HARBOR BUSINESS Online 」https://hbol.jp/205192

[3] 世界の経済格差 2019 年版統計で明らかになる-富の移動 https://www.trendswatcher.net/211118/geopolitics/