

航空機の両エンジン停止を想定した緊急避難経路の設計

Abort Trajectory Design for Both Engine-out Aircraft

知能機械システム工学コース

機械・航空システム制御研究室 1225006 浦部 祐平

1. 序論

2009年1月15日、米国東部標準時刻15時27分頃、ニューヨーク市ラガーディア空港発、ワシントン州シアトル・タコマ国際空港行きのUSエアウェイズ1549便が、バードストライクにより両エンジンが停止、その後、ニューヨーク市・ハドソン川に不時着水した航空事故がある。この事故は、離陸から約2分後に発生し、事故発生から約3分後にはハドソン川へ不時着水している。

国家運輸安全委員会 (National Transportation Safety Board) による事故調査の結果、エンジン停止直後から機長が判断を下すまでの時間、約35秒を考慮すると、ハドソン川への不時着水は、正当な判断だったと立証された。しかし事故調査の過程で、エンジン停止直後にラガーディア空港の最も近い滑走路に帰還するシミュレーションが行われ、4回中4回成功したことが分かっている⁽¹⁾。このことから、何らかの原因で動力が失われた場合、迅速な着陸可能な場所の判断、および正確な誘導が求められる。

そこで本研究では、両エンジン停止後に着陸可能な場所を短時間で判断し、安全な避難経路を自動で生成するシステムの構築を目的とする。そのためには、滑空飛行での最大到達可能範囲 (以下、滑空可能範囲) を求める必要がある。本研究では、計算に用いる機体諸元から最良滑空角を算出し、また、旋回飛行時の機体の運動のシミュレーションを行う。最良滑空角での滑空飛行と、旋回飛行シミュレーションの結果を組み合わせることで、滑空可能範囲を算出する。その後、その滑空可能範囲内に着陸可能な場所があると仮定し、最適経路生成問題の初期条件と終端条件を定め、最適な避難経路の生成を行う。

2. 機体諸元

最良滑空速度および最良滑空角、滑空性能曲線、滑空可能範囲の算出には日本飛行機株式会社の「日飛ピラタス式B4-PC11AF型」の機体諸元を使用した⁽²⁾。機体諸元は表2.1に示す。

また、最適経路生成の計算には、ボーイング社の「Boeing 737-800」の機体諸元を使用した。機体諸元を表2.2に示す。

Table 2.1 Aircraft specifications of B4-PC11AF

Mass [kg]	: m	350
Wing Area [m ²]	: S	14.1
Parasite Drag Coefficient [-]	: C_{D0}	7.79×10^{-3}
Induced Drag Coefficient [-]	: K	2.21×10^{-2}
Stall Speed [m/s]	: V_{stall}	18.1

Table 2.2 Aircraft specifications of Boeing 737-800

Mass [kg]	: m	65.3×10^3
Wing Area [m ²]	: S	124.65
Parasite Drag Coefficient [-]	: C_{D0}	4.92×10^{-2}
Induced Drag Coefficient [-]	: K	4.24×10^{-2}
Stall Speed(Approach) [m/s]	: V_{stall}	56.1

重力加速度 g は9.80665(m/s²)、空気密度 ρ は国際標準大気モデル (ISA model) を使用し、無風状態とする。

3. 最良滑空飛行

滑空距離が最大になる、つまり滑空比 L/D が最大になるときの速度を最良滑空速度、経路角を最良滑空角と呼ぶ。

最良滑空速度は風によって変化するものである。その影響を考慮するならば、横軸に水平飛行速度 V_h 、縦軸に沈下速度 V_v をとった滑空性能曲線を描き、接線を引くことで、その曲線と接線の交点が最良滑空速度になる。無風状態の場合は、接線は原点を通る。

水平飛行速度に対する沈下速度は次式で表される。

$$V_v = V_h \tan \gamma \quad (3.1)$$

γ は経路角を表す。ここで、沈下速度を求めるためには、水平飛行速度に対する経路角を求める必要があり、その手法を以下に示す。

まず、(3.1)式を用いて飛行速度の2乗は次式で表すことができる。

$$V^2 = V_h^2 + V_v^2 = V_h^2 (1 + \tan^2 \gamma) = \frac{V_h^2}{\cos^2 \gamma} \quad (3.2)$$

(3.1)式の $\tan \gamma$ は次式で表すことができる。

$$\tan \gamma = \frac{D}{L} = \frac{C_{D0}}{C_L} + KC_L \quad (3.3)$$

ここで、揚力係数 C_L は次式で表される。

$$C_L = \frac{mg \cos \gamma}{\frac{1}{2} \rho V^2 S} = \frac{mg \cos \gamma}{qS} \quad (3.4)$$

(3.4) 式の q は動圧であり、次式で表される。

$$q = \frac{1}{2} \rho V^2 = \frac{\rho V_h^2}{2 \cos^2 \gamma} \quad (3.5)$$

(3.3) 式に (3.4) を代入し、経路角について解くと、次式
の非線形の方程式が得られる。

$$\gamma = \sin^{-1} \left(\frac{q S C_{D0}}{mg} + \frac{Kmg}{qS} \cos^2 \gamma_0 \right) \quad (3.6)$$

(3.6) 式の右辺の γ_0 は、この方程式を解くために適当に仮
定する初期値である (今回は、 $\gamma_0 = 0$)。

(3.6) 式で求めた γ と γ_0 の差を求め、その差が大きければ

(3.5) 式と (3.6) 式の γ_0 に γ を代入し、新たな γ を求め、再
度 γ と γ_0 の差を求める。この差が、 10^{-4} より小さくなるまで
 γ を求める計算を繰り返すことで、
水平飛行速度に対する経路角を求める。(3.6) 式で求めた経
路角 γ と水平飛行速度 V_h を用いることで、滑空性能曲線を描
くことができる。

(3.3) 式より、経路角 γ 最小と滑空比 L/D 最大は等価であ
ると言える。また、滑空性能曲線に原点から直線を引いた
とき、直線と曲線の交点が飛行速度を表し、横軸と直線の
成す角が経路角となる。このことから、経路角は接線を引
いたときに最小となるため、滑空性能曲線と接線の交点が
最良滑空速度となる。

最良滑空角 γ_{opt} は、最良滑空時の水平飛行速度 $V_{h,opt}$ と沈下
速度 $V_{v,opt}$ より次式で表される。

$$\gamma_{opt} = \tan^{-1} \left(\frac{V_{v,opt}}{V_{h,opt}} \right) \quad (3.7)$$

図 3.1 に (3.1) 式を用いて描いた滑空性能曲線を示す。
水平飛行速度 V_h は、失速速度の 18.1[m/s]から 40.0[m/s]とす
る。

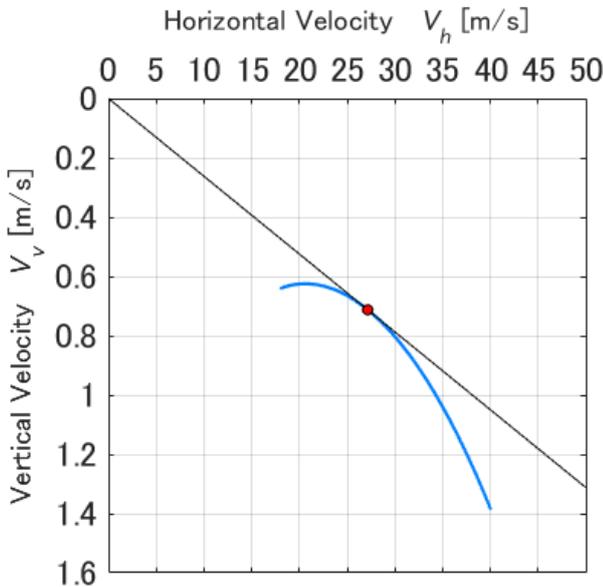


Fig. 3.1 Polar curve

最良滑空速度 27.2[m/s], 最良滑空角 1.50[deg]を得た。

4. 滑空可能範囲

4.1 一定バンク角による旋回飛行シミュレーション

推力のない航空機の旋回では、高度や速度、経路角を一
定に保つことができず非定常の運動になる。航空機の運動
は一般に、6自由度の運動方程式で記述されるが、ここでは
主要な変数のみに注目し、質点近似した運動方程式を用い
る⁽³⁾。旋回飛行時の質点近似運動方程式は次式で表され
る。

$$\frac{dH}{dt} = V \sin \gamma \quad (4.1)$$

$$\frac{dV}{dt} = -\frac{D}{m} - g \sin \gamma \quad (4.2)$$

$$\frac{d\gamma}{dt} = \frac{L \cos \sigma - mg \cos \gamma}{mV} \quad (4.3)$$

$$\frac{d\psi}{dt} = \frac{L \sin \sigma}{mV \cos \gamma} \quad (4.4)$$

$$\frac{d\phi}{dt} = \frac{1}{R_0 + H} \{V \cos \gamma \cos \psi + W_y(\phi, \theta)\} \quad (4.5)$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{(R_0 + H) \cos \phi} \{V \cos \gamma \sin \psi + W_x(\phi, \theta)\} \quad (4.6)$$

ϕ は緯度、 θ は経度、 W_x と W_y は風の東西成分と南北成分
だが、今回の計算では無風を仮定しゼロとする。 ψ は方位
角、 σ はバンク角を表す。状態変数ベクトルは以下である。

$$\mathbf{x} = [H, V, \gamma, \psi, \phi, \theta]^T \quad (4.7)$$

旋回中は揚力と重力が等しくなるように迎角を操作する
と仮定する。揚力 L 、抗力 D は次式で表される。

$$L = mg \quad (4.8)$$

$$D = \frac{1}{2} \rho V^2 S C_D \quad (4.9)$$

また、揚力係数 C_L 、抗力係数 C_D は次式で表される。

$$C_L = \frac{2L}{\rho V^2 S} \quad (4.10)$$

$$C_D = C_{D0} + K C_L^2 \quad (4.11)$$

6つの状態量に関する (4.1) 式から (4.6) 式を時間積分
すると状態量の時間履歴を求めることができる。今回の計
算は、数値計算ソフト MATLAB に実装されている常微分方
程式のソルバーである、ode45を用いることで、旋回飛行シ
ミュレーションを行う。初期条件は表 4.1 に示す。

Table 4.1 Initial condition

		Initial point
Altitude [m]	: H	3000
Velocity [m/s]	: V	25
Path Angle [deg]	: γ	0
Azimuth [deg]	: ψ	0
Latitude [deg]	: ϕ	33.6207077
Longitude [deg]	: θ	133.7197859

エンジン停止後、機体は必ずしも着陸可能な地点の方向を向いているわけではないため、まず旋回飛行により変針する必要がある。機体の真後ろに着陸可能な場所が存在する可能性を考慮すると、方位角は180[deg]まで変化させることが望ましい。与えるバンク角を4[deg]から20[deg]まで1[deg]ずつ変化させ、180[deg]変針するまでの高度、速度、経路角および位置の時間履歴を以下に示す。

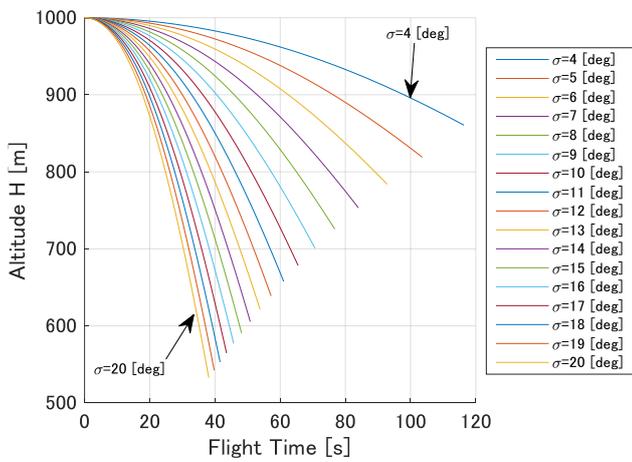


Fig. 4.1 Altitude

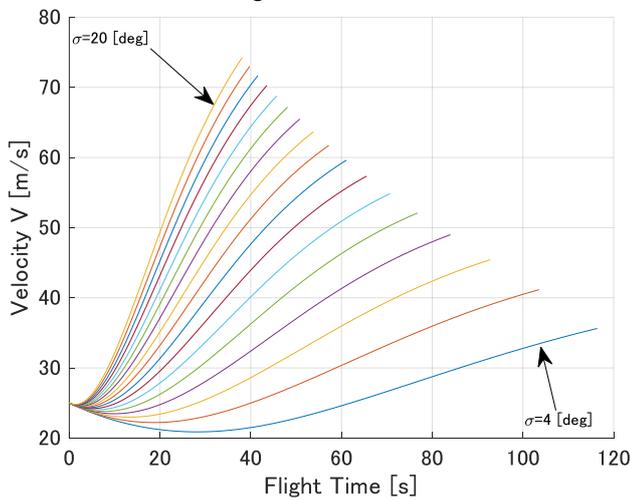


Fig. 4.2 Velocity

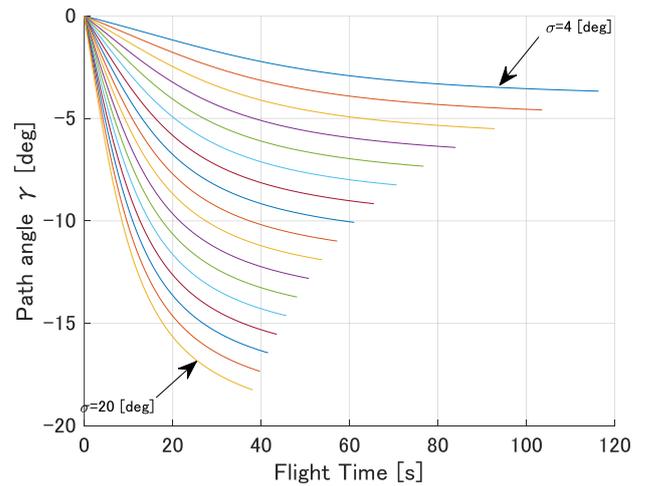


Fig. 4.3 Path angle

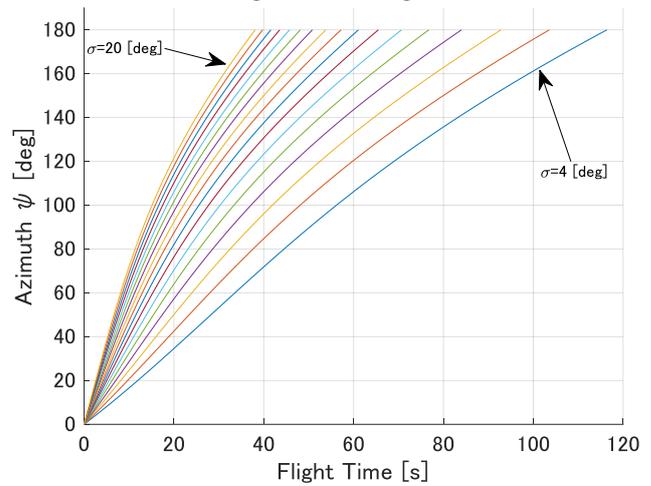


Fig. 4.4 Azimuth

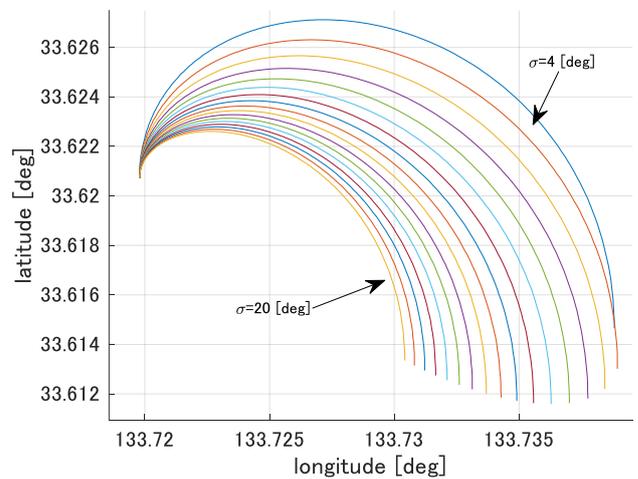


Fig. 4.5 Turning flight

図 4.1 から図 4.4 より、高度、速度、経路角および方位角は、バンク角を大きくするほど時間当たりの変化が大きくなっていることが分かる。バンク角を大きくした方が早く旋回できるが、最終的な高度は、バンク角が最大と最小のときを比較すると、約 300[m]もの差があることが分かる。このことから、バンク角が小さければ揚力の鉛直成分の減少を抑えられるため、時間はかかるが高度の低下を抑えて方位を変更することができる。図 4.5 において、バンク角が大きくなるほど曲率半径は小さくなっている。また時間の経過によっても曲率半径は変化している。バンク角は 4[deg]の場合のみ、時間経過に対する曲率半径の変化が、他

のバンク角での曲率半径の変化と異なっている。これはまず図 4.2 のグラフ同士の間隔に注目する。バンク角が大きくなるほど、ほぼ一定の割合で間隔が小さくなっているが、バンク角が 4[deg]から 5[deg]の変化の割合が少し大きいことが分かる。4.4 式より方位角の時間変化は、速度が小さいほど大きくなることから、バンク角が 4[deg]での曲率半径がこのように変化したと考えられる。

4.2 滑空可能範囲の算出

滑空可能範囲は、旋回飛行を行い、方位角が 1[deg]変化する毎にそのときの 3 次元位置から最良滑空角で直線飛行したときに到達できる位置をプロットする。このプロットを方位角が 0[deg]から 180[deg]になるまで行う。最良滑空角で直線飛行したときに飛行できる最大距離（以下、最大滑空距離） R は次式で表される。

$$R = \frac{H}{\tan \gamma_{opt}} \quad (4.12)$$

旋回後の位置から最良滑空角で飛行したときの緯度 ϕ 、経度 θ は次式で表される。

$$\phi = \frac{R \cos \psi}{R_0 + H} + \phi_f \quad (4.13)$$

$$\theta = \frac{R \sin \psi}{(R_0 + H) \cos \phi_0} + \theta_f \quad (4.14)$$

ϕ_f と θ_f はそれぞれ旋回後の緯度、経度を表す。

旋回飛行シミュレーションと同様に、バンク角を 4[deg]から 20[deg]まで 1[deg]ずつ変化させたときの滑空可能範囲を図 4.6 に示す。

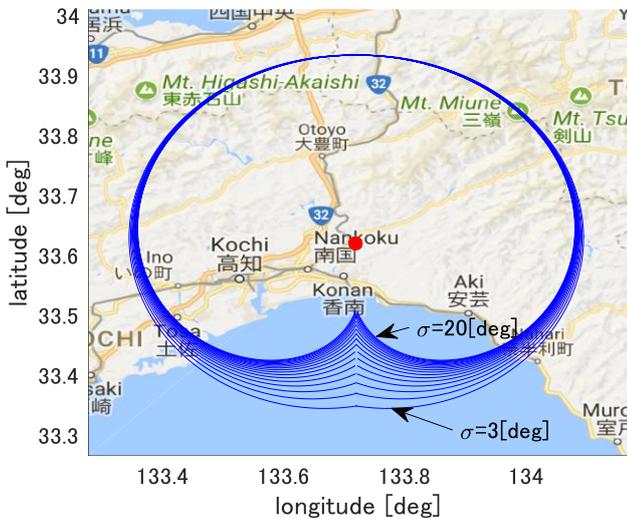


Fig. 4.6 Reachable range

旋回時のバンク角が小さいほど高度の低下を抑えて方位を変更することができ、最大滑空距離が大きくなるため、滑空可能範囲はバンク角が小さいほど広がっている。

5. 最適飛行経路

5.1 最適飛行経路の生成

本研究において、最適飛行経路は飛行時間自由、初期条件と終端条件固定の最適制御問題を解くことで生成する。最適制御問題は、MATLAB に実装されているソルバーである fmincon を用いることで解く。初期条件と終端条件は、表 5.1 に示す。

Table 5.1 Initial condition and final condition

	Initial point	Final point
Altitude [m] : H	3000	457.2
Velocity [m/s] : V	120	85
Path Angle [deg] : γ	0	-3.211
Azimuth [deg] : ψ	0	317
Latitude [deg] : ϕ	33.6207077	33.4905444
Longitude [deg] : θ	133.7197859	133.746831

初期位置は、高知工科大学の上空 3000[m]とし、終端位置は、高知空港の最終進入開始点(FAF : Final Approach Fix)とする。制御変数ベクトルは以下である。

$$\mathbf{u} = [C_L, \sigma]^T \quad (5.1)$$

fmincon は、制約付きの非線形関数の最小値を求めることができ、直接法によって解を導く。直接法とは、連続関数を離散化して、有限個の変数で近似的に表し、その変数について最適化を行う方法である。また、最初に適当な解を仮定し、繰り返し計算により最適解に求める。求められた解は、離散的であるため、Multiple Shooting 法により状態量の時間積分を行い、飛行経路を求める。

Multiple Shooting 法とは、積分区間を複数のセグメントに分割し、そのセグメント毎に積分を行い、ディフェクトがゼロという拘束条件として追加することで、連続した状態量が得られる方法である。ディフェクトとは、あるセグメントの最後の状態量と、次のセグメントの最初の状態量の差のことである。また、各セグメントの最初および最後における点を本研究ではウェイポイントと呼ぶ。その他の拘束条件を表 5.2 に示す。

Table 5.2 Boundary condition

	Upper Boundary	Lower Boundary
Altitude : H [m]	3000	457.2
Velocity : V [m/s]	174.9	56.1
Path angle : γ [deg]	10	-10
Azimuth : ψ [deg]	317	0
Latitude : ϕ [deg]	34	0
Longitude : θ [deg]	135	0
Lift coefficient : C_L [-]	1.5	0.3
Bank angle : σ [deg]	30	-30

今回の計算において、積分区間は 5 つのセグメントに分割する。1 セグメントは 100 等分し、時間で数値積分を行う。

5.2 飛行時間最小化問題

最適経路生成において、何を最適化するのが重要だが、まず現在の条件で最適経路生成が可能か確認するためにも、暫定的に飛行時間について最適化を行う。以下に評価関数を示す。

$$J_1 = t_f \quad (5.2)$$

t_f は飛行時間であり、今回は $t_f = 300[s]$ として初期推定解を作成し、飛行経路の最適化を行う。独立変数である時間の終端に最小化するので、終端自由・終端状態量固定の問題となる。

5.2.1 飛行時間最小の経路生成結果

5.5節の図5.1および図5.4に飛行時間が最小となる飛行経路を示す。飛行時間は $t_f = 192.5[s]$ となった。図5.1の経路を飛行した際の状態量と制御変数の時間履歴を図5.5から図5.10に示す。

図5.1において、定めた初期位置と終端位置を結ぶ飛行経路が生成できていることが分かる。図5.9において飛行時間20秒付近や150秒付近では振動的に変化している。図5.10においても150秒付近で数秒の間に約30[deg]変化している。このように、数秒の間に機体の状態が大きく変化する運動は、実現不可能であるか機体の耐久性の限界を超える可能性がある。

5.3 荷重倍数の積算値最小化問題

評価関数を飛行時間としたときの飛行経路と比べ、制御変数や経路角などが、より滑らかになる飛行経路を生成するために、評価関数を荷重倍数の積算値に変更し、比較を行う。評価関数は以下に示す。

$$J_2 = \int (n_z + a) dt \quad (5.3)$$

n_z は機体に対して鉛直下向き方向（機体軸の z 軸方向）の荷重倍数、 a は飛行時間調整のための重みを表す。 n_z は以下の式で表される。

$$n_z = \frac{L}{mg} \quad (5.4)$$

5.3.1 荷重倍数の積算値最小の経路生成結果

5.5節の図5.2および図5.4に重みがゼロ、荷重倍数の積算値が最小となる飛行経路を示す。拘束条件は、飛行時間最小の経路生成の場合と同一である。飛行時間は $t_f = 192.8[s]$ となった。図5.2の経路を飛行した際の状態量と制御変数の時間履歴を図5.5から図5.10に示す。

各状態量のグラフの概形は、飛行時間最短の飛行経路の結果とほぼ等しくなった。図5.10よりバンク角は、飛行時間150秒付近での時間変化が小さく、滑らかになっている。しかし図5.7および図5.9より、経路角と揚力係数は飛行時間最短の結果とほぼ等しくなり、滑らかな結果にはならなかった。

5.4 終端での力学的エネルギー最大化問題

滑空飛行では、力学的エネルギーを空気抵抗として消費することで飛行している。本研究の計算は風の影響を考慮していないが、実際の飛行では、風による空気抵抗の増加によりエネルギー消費量が増加することが考えられる。安全に着陸するためには、生成する飛行経路の終端でのエネルギーに余裕が必要であると考えられる。本節では、経路終端でのエネルギー量が最大となるよう評価関数を変更し、飛行経路を生成する。評価関数は以下に示す。

$$J_3 = -E_f \quad (5.5)$$

本節では、力学的エネルギーを E で表し、次式により定義する。

$$E = \frac{1}{2}mV^2 + mgH \quad (5.6)$$

力学的エネルギーは高度および速度に依存するため、5.2節、5.3節のように経路終端での高度および速度を固定するとエネルギー量も固定される。終端でのエネルギーを最大化するためには、終端条件を変更する必要がある。本節では、高度と速度、経路角は終端自由とし、緯度および経度は高知空港の滑走路の延長線上に位置するような拘束条件を追加する。拘束条件は以下の式で表される。

$$\phi_f - \phi_{FAF} = \frac{1}{\tan\psi}(\theta_f - \theta_{FAF}) \quad (5.7)$$

ϕ_{FAF} と θ_{FAF} はそれぞれFAF(最終進入開始点)の緯度と経度を表す。5.7式は、縦軸を緯度 ϕ 、横軸を経度 θ 、原点をFAFとする座標系を考えたとき、原点を通り、傾きが方位角 ψ で表される直線の方程式である。

経路の終端が滑走路に近く、高度が高ければ着陸するために大きく高度を下げる必要があるため、終端は滑走路から距離を取ることが望ましい。本節では、経路の終端がFAFより離れた位置になるように、以下の式で表される拘束条件を追加する。

$$\phi_f \leq \phi_{FAF} \quad (5.8)$$

$$\theta_{FAF} \leq \theta_f \quad (5.9)$$

5.4.1 終端での力学的エネルギー最大の経路生成結果

5.5節の図5.3および図5.4に終端での力学的エネルギー最大となる飛行経路を示す。飛行時間は $t_f = 239.0[s]$ となった。図5.3の経路を飛行した際の状態量と制御変数の時間履歴を図5.5から図5.10に示す。また、運動エネルギーを図5.11、位置エネルギーを図5.12、力学的エネルギーを図5.13に示す。

図5.13より、終端の力学的エネルギーは他の経路と比べて約2倍程度残すことができていることが分かる。これは図5.12より位置エネルギーの消費を抑えている、つまり図5.5より高度の低下を抑えているからである。また、高度の低下を抑えているのは、図5.6より、他の軌道と比べて小さい速度で飛行しているからだと考える。3章で説明した滑空性能曲線より、最良滑空速度より飛行速度が大きくなるほど沈下速度も大きくなるため、高度の低下を抑えることができたと考える。そして、状態量と制御変数は滑らかな軌道であるため、他の経路と比べると実用により供しやすい飛行経路が得られた。

5.5 計算結果

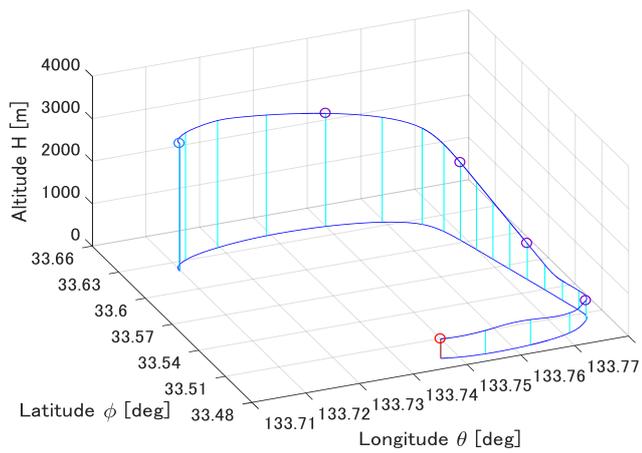


Fig. 5.1 Flight path (Minimum flight time)

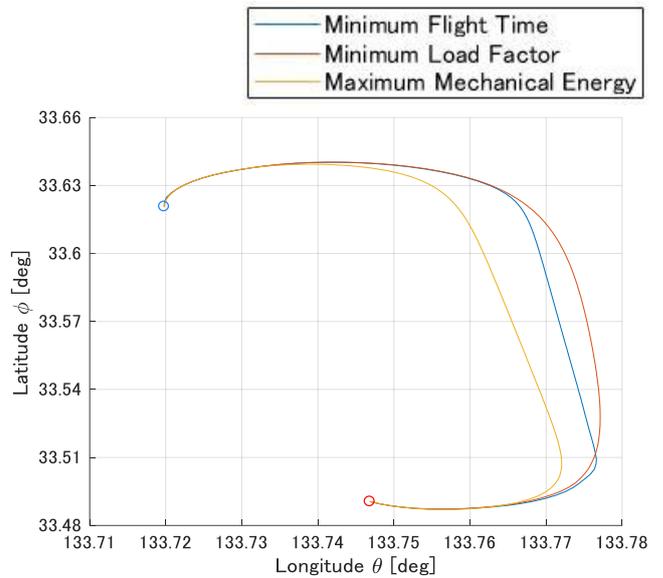


Fig. 5.4 2dimension flight path

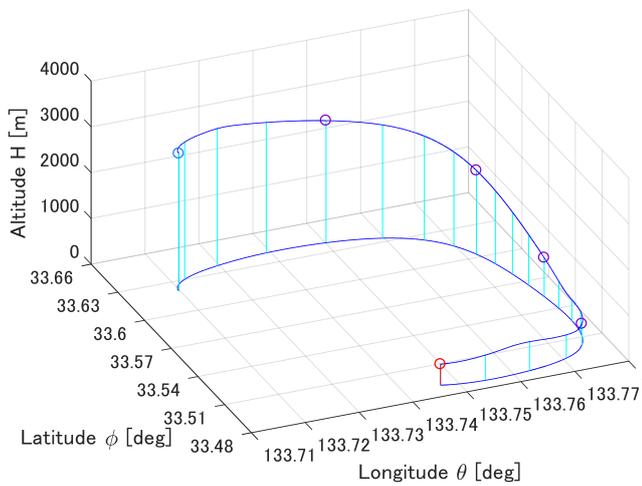


Fig. 5.2 Flight path (Minimum load factor)

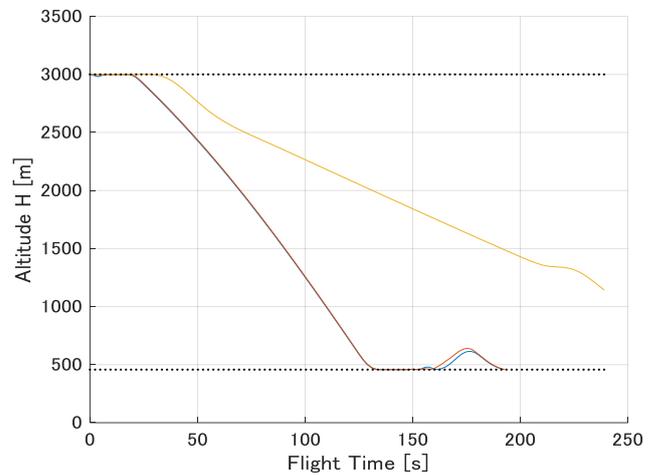


Fig. 5.5 Altitude response

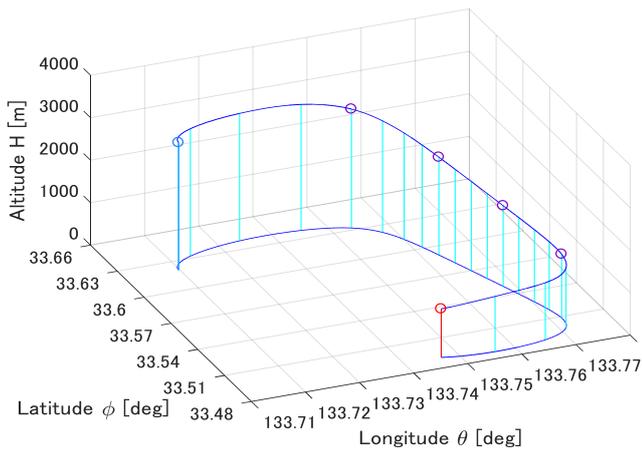


Fig. 5.3 Flight path (Maximum mechanical energy)

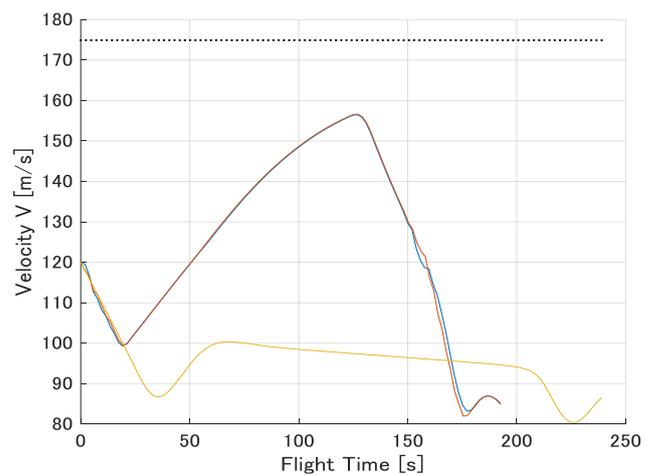


Fig. 5.6 Velocity response

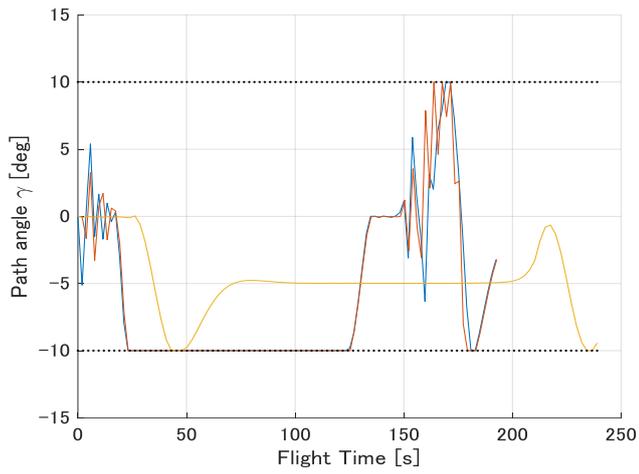


Fig. 5.7 Path angle response

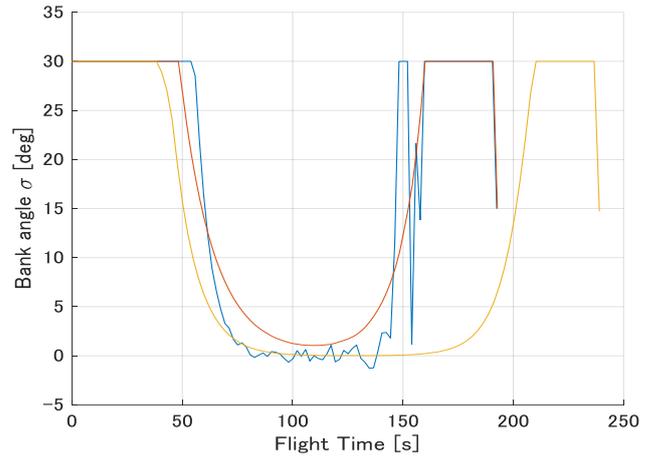


Fig. 5.10 Bank angle response

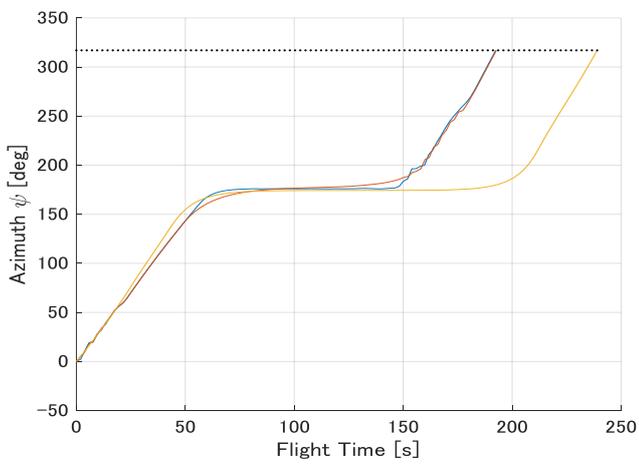


Fig. 5.8 Azimuth response

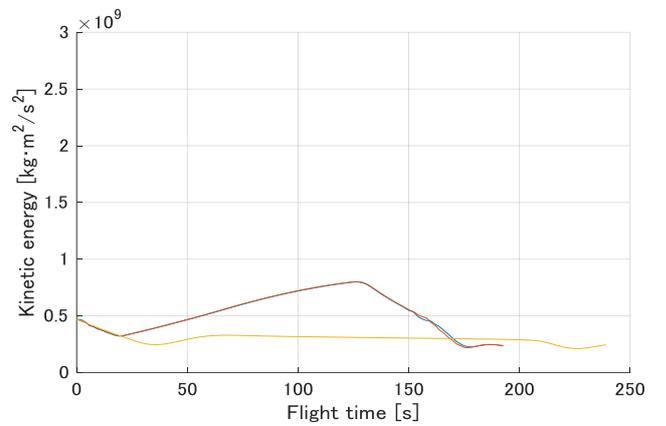


Fig. 5.11 Kinetic energy response

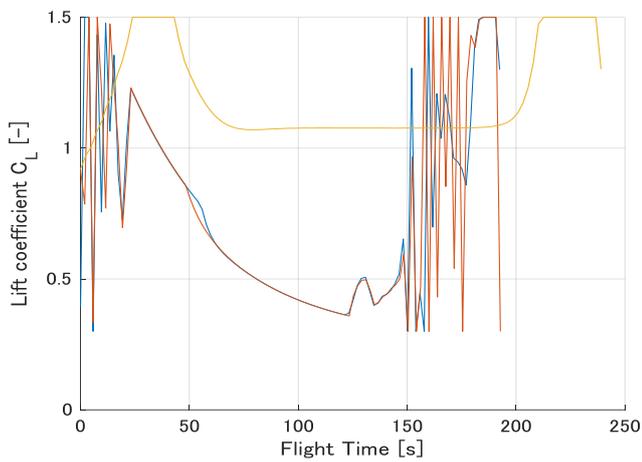


Fig. 5.9 Lift coefficient response

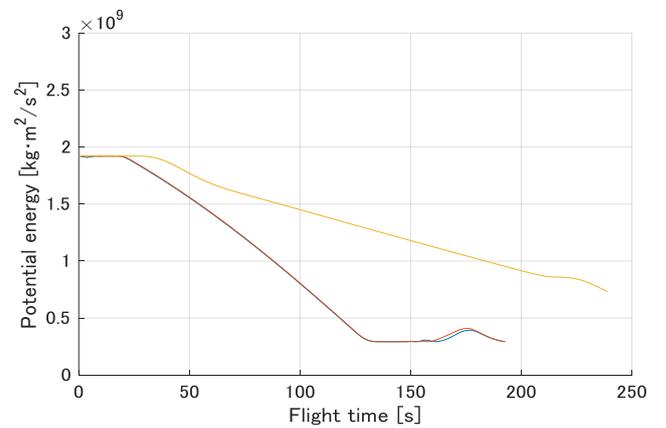


Fig. 5.12 Potential energy response

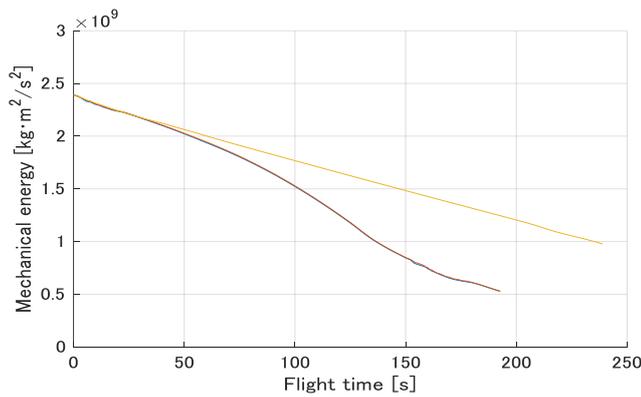


Fig. 5.13 Mechanical energy response

6. 結論

機体諸元および定めた初期高度から滑空性能曲線を描き、最良滑空速度および最良滑空角を求めた。次に、旋回時の機体の運動を、質点近似した運動方程式から、バンク角に対する状態量の変化のシミュレーションを行った。バンク角が小さいほどエネルギーの消費が少なく、効率の良い旋回飛行が可能なが分かった。また、最良滑空角およびシミュレーションから得られた結果を用いて滑空可能範囲を算出した。その後、滑空可能範囲内に着陸可能な場所があると仮定し、初期条件と終端条件を定め、最適制御問題として解くことで、最適経路生成を行った。評価関数を飛行時間とした場合は、バンク角が急激に変化する箇所があり、実現不可能である可能性がある軌道が得られた。評価関数を荷重倍数の積算値とした場合は、バンク角の急激な変化を抑えることができたが、経路角や揚力係数の急激な変化を抑えることはできなかった。評価関数を終端での力学的エネルギーとした場合では、他の経路と比べて終端での力学的エネルギーを約2倍残すことができた。この場合、状態量と制御変数の軌道は他の評価関数の場合と比べて滑らかであり、実用により供しやすい最適飛行軌道が得られた。

今後の課題としては、風の影響を考慮することで、より実現に供した飛行経路を生成することである。また、安全に着陸できる地点を自動で判断する手法を考案する必要があると考える。

参考文献

- [1] National Transportation Safety Board, “AccidentReport NTSB/AAR-10/03 PB2010-910403”, (2010).
- [2] 河遺博康, “最適制御問題の直接解法と滑空機飛行への応用に関する研究”, 九州大学工学部航空工学科博士論文, 工博乙第 1330 号, (1999), pp. 105-108.
- [3] 松田治樹, “動的計画法を用いた軌道最適化に関する研究”, 九州大学工学部機械航空工学科, (2014).
- [4] 松田治樹, 原田明德, 宮沢与和: 区分線形近似を用いた動的計画法による軌道最適化, 日本航空宇宙学会航空宇宙技術, 14 巻, (2015), pp. 33-41.

- [5] MathWorks : 制約付き非線形多変数関数の最小値を求める-MATLAB fmincon-, <https://jp.mathworks.com/help/optim/ug/fmincon.html#busog7r-options>.
- [6] Technische Universität München, “Practical Course on Optimal Control”, (2014), lecture 6 –Multiple Shooting with Numerical Gradients.