

# 修士論文要旨

## 実機形状適用を目指した線形オイラー方程式を用いた音響計算コードの開発

### Development of a Computational Aeroacoustics Code for Aircrafts using Linear Euler Equation Toward its Practical Applications

知能機械システム工学コース

航空エンジン超音速流研究室 1225046 廣原 和希

#### 1. 緒言

航空機の需要は増加傾向にあり、20年後には今の2倍以上の航空機が必要になると言われており、航空機の量的・質的拡充に対する期待は年々大きくなっている。その一方で、航空機の増加に伴い空港周辺における騒音値の規制が厳格化されている。1973年に制定された「航空機騒音に係る環境基準」によって、空港周辺の居住環境維持の為に航路の変更や離発着便数の制限など空港側が各航空会社に規制を行うことで騒音対策を行ってきた。<sup>[1]</sup> 航空機における騒音とはジェット噴流由来のエンジン騒音と脚や flap 周りから発生する機体騒音に大別できる。離発着時には機体騒音が支配的になることから、騒音問題の根本的な解決には低機体騒音機体の設計が求められている。空力設計においては、風洞試験や飛行試験に加え、ボーイングは80年代から数値流体力学 CFD (Computational Fluid Dynamics) を用いることで設計の高度化、高効率化、低コスト化が図られている。近年では、計算機性能の向上と数値計算法の開発によって CFD の果たす役割はますます大きくなり、様々な形状まわりの流れ場に対して用いられ、設計開発や研究の場で欠かすことの出来ないツールとなっている。<sup>[2]</sup>

音の発生メカニズムは渦によるものや圧縮膨張によるものなど様々あるが、機体騒音においては渦音が主流である。<sup>[3]</sup> 渦音は非定常な流体運動の副産物として発生するものであり、微小な圧力擾乱を扱うことになるため、非定常かつ細かな渦を考慮する必要がある。一方で伝搬する音波を追跡するためには、反射や回折などの物理現象も考慮する必要がある。それらを厳密に解くためには高次精度での空間離散化手法が必要となる。膨大な計算規模になってしまう。そこで空気音響力学 CAA (Computational Aeroacoustics) では音の発生と伝搬を分離する分離解法が広く用いられており、中でも計算コストの点から Curle の式<sup>[4]</sup>を用いた計算が主流となっている。しかし Curle の式には、流れ場の一様性、音源のコンパクト性を仮定するという近似が含まれることから機体騒音を計算する手法として適していない。一方で、圧縮性オイラー方程式を音波成分において線形化した線形オイラー方程式 LEE (Linearized Euler Equation) <sup>[5],[6]</sup>を用いた計算法が注目されている。LEE は反射や回折などの現象を考慮することもでき、非一様流の計算が可能である。機体騒音の音源が計算領域に対して非コンパクトであっても計算できるという強みがある。

LEE の研究は CAA の workshop<sup>[7]-[9]</sup>が開催されるほど盛んに研究が行われている。主な研究目的は高次精度差分スキームを用いて単純形状周りを正確に計算することであったが、差分スキームを用いるため計算領域の座標変換が必要とな

ることや、計算のロバスト性が低く複雑形状の計算は不得意という問題を抱えている。音響計算を空力設計の現場で用いるためには計算コストを抑え、ワークステーションレベルでの計算が可能で、複雑形状でも計算の破綻しにくいロバスト性の高い計算コードが必要となる。

本研究においては LEE の離散化を有限体積法で行い、高ロバスト性かつ低計算コストで複雑形状にも適用できる音響計算コードの開発を目指す。まず、パルス波の伝播問題で計算の検証を行い、次に円柱周りの音響解析計算で厳密解と比較検証する。また、高次有限差分との計算結果の比較も行う。最後に複雑形状まわりの実用問題例として 30P30N 翼型周りでの音響計算を行う。

#### 2. 数値計算法

##### 2.1 支配方程式

圧縮性流体の支配方程式であるオイラー方程式は、

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial E}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial y} = 0, \quad (1)$$

であり、保存量および非粘性流束ベクトルは、

$$Q = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ E \end{bmatrix}, \quad E = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ (E + p)u \end{bmatrix}, \quad F = \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 + p \\ (E + p)v \end{bmatrix}, \quad (2)$$

である。ここで、 $\rho$ は密度、 $\rho u$ 、 $\rho v$ はそれぞれ  $x$ 、 $y$ 方向の運動量成分であり、 $E$ は単位面積あたりの全エネルギーで、次式で表される。

$$E = \frac{1}{\gamma-1} p + \frac{\rho}{2} (u^2 + v^2). \quad (3)$$

ここで、 $\gamma$ は比熱比であり1.4とする。圧力  $p$ は理想気体における状態方程式で全エネルギーと関連付けられる。

線形オイラー方程式では、式(2)の保存量  $Q$ を平均流れ成分  $\bar{Q}$ と変動成分  $Q'$ の和として定義する。

$$Q = \bar{Q} + Q'. \quad (4)$$

(4)式を連続の式、運動量保存の式、エネルギー保存の式に作用させた支配方程式を以下に記す<sup>[10]-[12]</sup>。

$$\frac{\partial Q'}{\partial t} + \frac{\partial E'}{\partial x} + \frac{\partial F'}{\partial y} = S. \quad (5)$$

$$Q' = \begin{bmatrix} \rho' \\ (\rho u)' \\ (\rho v)' \\ E' \end{bmatrix}, \quad E' = \begin{bmatrix} (\rho u)' \\ \bar{v}(\rho u)' - \bar{u}\bar{v}\rho' + p'\delta_{ij} \\ \bar{u}(\rho v)' - \bar{u}\bar{v}\rho' \\ -\bar{u}\bar{H}\rho' + \bar{u}(\rho H)' + (\rho u)'\bar{H} \end{bmatrix}, \quad (6)$$

$$F' = \begin{bmatrix} (\rho v)' \\ \bar{v}(\rho u)' - \bar{u}\bar{v}\rho' \\ \bar{u}(\rho v)' - \bar{u}\bar{v}\rho' + p'\delta_{ij} \\ -\bar{v}\bar{H}\rho' + \bar{v}(\rho H)' + (\rho v)'\bar{H} \end{bmatrix}, \quad (7)$$

ただし、圧力変動成分に関しては

$$p' = (\gamma - 1) \left[ E' + \frac{1}{2} \rho' \bar{u}_k'^2 - \bar{u}_k' (\rho u_k)' \right], \quad (8)$$

$$(\rho H)' = E' + p', \quad (9)$$

である。Hは全エンタルピーを表す。また、式(5)の右辺に示す生成項を音源項と置き換えて計算条件に与え、変動成分 $Q'$ を時間更新する。本研究においては音波の伝播の様子を計算することを目的としているので SNGR 法<sup>[6]</sup>等はいわずに仮想単極子音源として sin 波を与えた。単極子音源 S は次の正規分布を持った関数

$$S = A \exp \left[ -(\ln 2) \left( \frac{(x-x_s)^2 + (y-y_s)^2}{b^2} \right) \right] \sin \omega t, \quad (10)$$

とする。A, b,  $(x_s, y_s)$ ,  $\omega$  はそれぞれ振幅、ガウス分布の半値幅、音源座標、各振動数とする。音源ベクトル  $\mathbf{S}$  は

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} S_\rho \\ S_{\rho u} \\ S_{\rho v} \\ S_E \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S \\ \bar{u} S \\ \bar{v} S \\ \left( \frac{c^2}{\gamma-1} + \frac{1}{2} \bar{u}_k'^2 \right) S \end{bmatrix}, \quad (11)$$

とする。

## 2.2 離散化

空間離散化手法にはセル中心有限体積法<sup>[19]</sup>を用いる。支配方程式(5)を任意のセル体積 V について体積分すると次式が得られる。

$$\iiint_V \left( \frac{\partial Q'}{\partial t} + \frac{\partial E'}{\partial x} + \frac{\partial F'}{\partial y} \right) dV = 0, \quad (12)$$

また、流束ベクトルに対して Gauss の発散定理を用いると、

$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint_V Q' dV + \oint_{\partial V} (E' n_x + F' n_y) dS = 0, \quad (13)$$

ここで、 $n_x, n_y$  はそれぞれセル境界面の法線ベクトルの x, y 方向成分を示しており、各セルでの値は、そのセル自身の体積を用いて平均化し、以下のように与えられている。

$$\bar{Q}' = \frac{\iiint_V Q' dV}{\iiint_V dV}, \quad (14)$$

離散化の際に、セルの体積  $\Delta V$  ( $\iiint_V dV$ )、セル境界の面積  $\Delta S$  ( $= dS$ )、時間刻み幅  $\Delta t$  ( $= dt$ ) をそれぞれ与え、離散化された式は以下のように表される。

$$\frac{\Delta \bar{Q}'}{\Delta t} \Delta V = - \sum_{k=1}^4 (E' n_x + F' n_y) \Delta S_k, \quad (15)$$

本研究では、数値流束には Lax-Friedrich を用い空間精度は WENO 法<sup>[14]</sup>を用いて 5 次精度化した。制限関数には minmod 関数を用いた。また、時間積分に 3 次精度 TVD Runge-Kutta 法<sup>[15]</sup>を用いた。

## 2.3 吸収境界

渦音は非常に微小な圧力擾乱によって形成される。そのことから、本研究においても同様に仮想音源の振幅は非常に微小なものを与えた。空力を計算する CFD においては打ち切り誤差による計算結果への影響は、流れの勾配を散逸させ平坦化させるのに対し、音響計算では境界面から計算上発生してしまう反射波などの数値振動を、除外または散逸させる工夫が必要になる。そこで計算領域内に吸収領域 (Sponge-region) を設ける<sup>[16]</sup>。吸収領域では計算格子を徐々に荒くなるように成長させ、セル境界面などから反射波を発生させずに解を滑らせることが可能になる。

## 3. 検証計算

### 3.1 一様流におけるパルス伝播問題

まず、CAA の workshop<sup>[7]-[9]</sup>においても取り上げられている一般的な検証課題を行った。主流速度 M0.5 の一様流空間に

Gauss 分布を持った密度擾乱を初期条件として与える。

$$\begin{bmatrix} \rho' \\ u' \\ v' \\ p' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A \exp[-\ln 2(x^2 + y^2)/b^2] \\ 0 \\ 0 \\ \rho' c^2 \end{bmatrix}.$$

c は音速、A=0.03, b=5.0 とする。-50 ≤ X, Y ≤ 50 の計算格子全体を図 1 に示す。図 2 に計算領域 (黄色) の外側に設けた吸収領域の詳細を示す。計算領域における格子点数は (imax, jmax)=(200, 200) とした。吸収領域は計算領域の最も外側のセルを基準に 1.18 倍でストレッチさせ、40 層配置した。

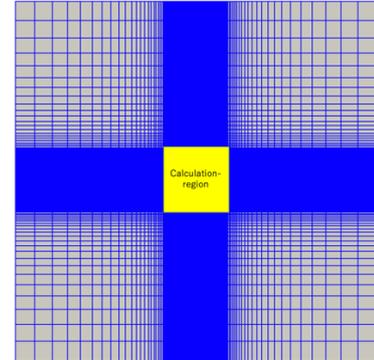


Fig.1 Calculation grid used for pulse problem calculation.

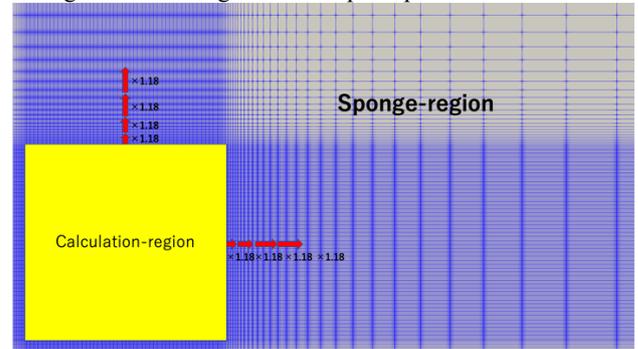


Fig.2 Enlarged Fig.1.

図 3 に time=0, 40, 80, 120 における計算結果を示す。time=0 の時点で形成された正規分布が領域の左側から来る M0.5 の主流によって移流されながら領域内を伝播している。time=80, 120 では初期条件による微小な波の強め合いが確認できる。

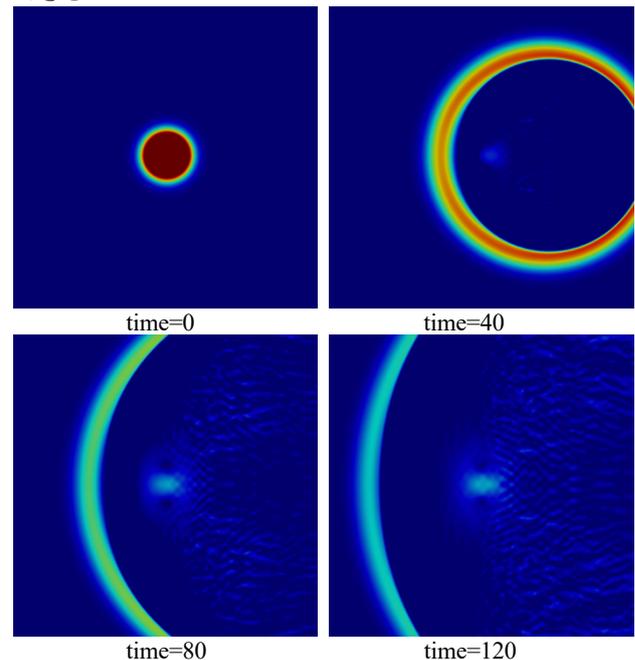
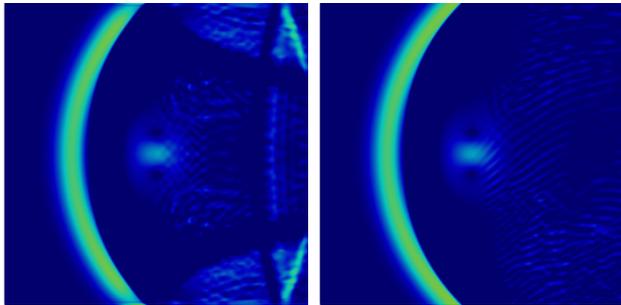


Fig.3 Time evolution of pressure distribution of a pulse wave.

吸収領域の有無による計算領域への反射波の影響の比較を図 4 に示す。吸収領域のない計算結果では境界面から反射波が発生してしまっている様子が確認できる。吸収境界のある計算結果では反射波が確認出来ず、計算領域へ影響を与えていないと言える。



Without sponge-region With sponge-region  
Fig.4 Effect of the sponge-region.

### 3.2 円柱周りの音響計算

次に航空機の胴体を半径  $r = 0.5$  の円柱と模擬し、翼の先端から発生する翼端渦を模擬した単極子音源  $S$  を作用させた。計算格子は円柱左側を原点とし、円周方向時計回りに  $i$  軸を設け、円柱垂直方向に  $j$  軸を設けた。格子点数は  $(imax, jmax) = (360, 380)$  として計算を行った。また、同様の計算条件で  $(imax, jmax) = (540, 540)$ ,  $(720, 720)$  の 2 種類の計算も行った。パルス波の計算と同様に、計算領域の外側に吸収領域を設けた。計算対象と計算格子は図 5, 6 に示す。また、今回の計算では格子点数の違いによる計算結果の比較も行った。

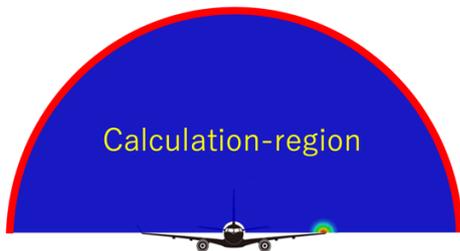


Fig.5 Schematic of an acoustic calculation around a cylinder

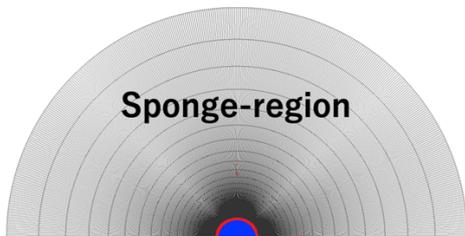


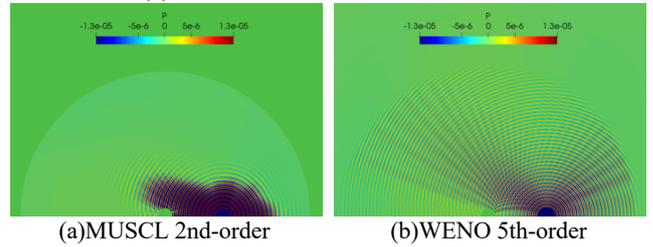
Fig.6 Computational domain with grid.

円柱周りにおける音響計算では遠方場において厳密解が存在する<sup>[8]</sup>。波の反射や回折など音波特徴を加味しつつ、伝播が解けているかを検証する。今回、音源  $S$  に与える条件は、 $A=1.0$ ,  $b=0.2$ ,  $\omega=8\pi$  として、音源座標は  $(x_s, y_s) = (4, 0)$  とした。また、円柱中心に  $X > 0$  から反時計回りに  $90-180^\circ$  の範囲で放射音強度を取得する。本来、音響計算において放射音強度を取得し、厳密解との比較に用いる際は  $r=150$  という遠方場で取得を行うことが多いが、LEE においては物体形状近傍で音波成分の伝播を計算することを目的としていることから、円柱近傍で取得する。放射音強度は

$$D(\theta) = \lim_{r \rightarrow \infty} r \bar{p}^2, \quad (16)$$

の式で表され、 $r$  は円柱中心からの取得位置を示しており、 $\bar{p}$  は圧力変動の値を指す。

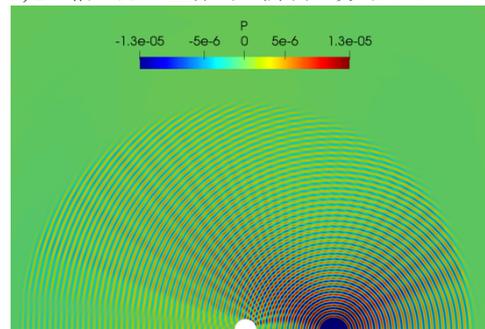
まず、格子点数を同様にし、空間精度の違いによる比較を行った。time=70 における圧力分布を図 7(a) に 2 次精度 MUSCL 法、(b) に 5 次精度 WENO 法での圧力分布を示す。



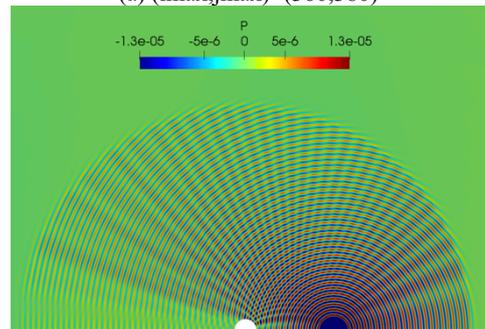
(a) MUSCL 2nd-order (b) WENO 5th-order  
Fig.7 Differences in pressure distribution due to spatial accuracy.

図 7 より、WENO 5th-order の場合は円柱からの反射波と音源より与えられた波が干渉し合い放射状の縞模様が形成されているのが確認できるが、MUSCL 2nd-order では円柱から一定距離離れた地点において解が鈍り、縞模様が確認出来ない。このことから、以降の計算には空間離散化法は WENO 5th-order を用いることとする。次に計算格子の細かさを変更し、比較検証を行う。

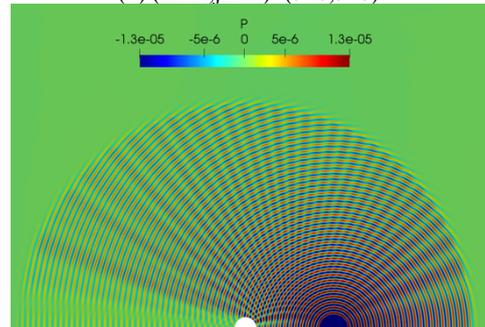
図 8 の(a)~(c)では格子点数違いによる圧力分布を示している。格子点数が 1.5 倍と 2.0 倍の大きな変化はあまり確認出来ないが、2.0 倍の方が全体的に鮮明に分布している。



(a)  $(imax, jmax) = (360, 380)$



(b)  $(imax, jmax) = (540, 540)$



(c)  $(imax, jmax) = (720, 720)$

Fig.8 Differences in pressure distribution due to number of grid. 半径  $r=5$  の位置で放射音強度を取得した結果を図 9 に示す。

また、表 1 に厳密解との圧力変動値の比率を示す。比較を行った位置は、最も大きな値を計測した  $93.5^\circ$  で行った。

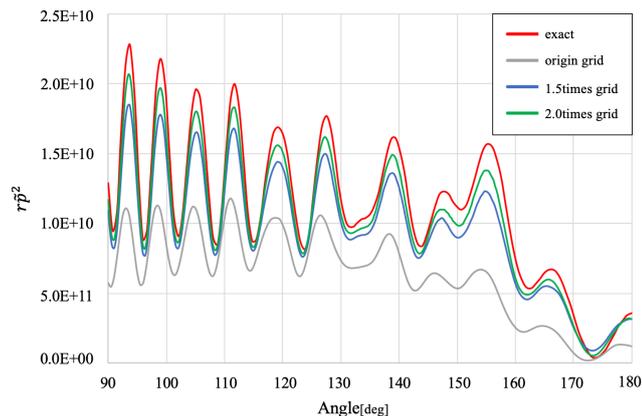


Fig.9 Pressure amplitude as a function of angle along the  $r = 5$ .

Table 1 Comparison of exact and computed pressure fluctuation.

Grid points	Pressure fluctuation $\tilde{p}$ [-]	The ratio with exact [%]
exact	0.6753E-5	
(imax,jmax)=(360,380)	0.4647E-5	68.8
(imax,jmax)=(540,540)	0.6082E-5	90.1
(imax,jmax)=(720,720)	0.6403E-5	94.8

図 9 より、格子点数を増加させるほど厳密解に近づいた。厳密解と比較して波形が一致していることから、音波の反射による干渉をしっかりと捉えられている。また、解の滑りはあるものの、位相誤差はないこともわかる。今村ら<sup>[17]</sup>は (imax,jmax)=(360,380) の計算格子を用いて高次精度差分法で厳密解とほぼ同等の計算成功している。また表 1 より、格子を従来格子の 2 倍の細かさにした場合には、厳密解と比較して 94.8% の値を計測できている。このことから、任意形状まわりにおいて本計算コードも格子を 2 倍の細かさにとると、高次精度差分法と同様に音波の伝播を見積もることができていると言える。

### 3.3 NACA0012 翼型における音響計算

cylinder まわりまでの計算で本研究におけるコードの信頼性が確保できたので、一様流ではない平均流れ場における音波成分の伝播を解く計算の例として、NACA0012 翼型での計算を行う。音源は主翼後縁の後流に発生する渦音を対象にして設定した。

翼まわりはすべり壁で、平均流の計算では主流は  $M=0.2$ 、迎角は  $5^\circ$  とした。音源  $S$  の条件は、式(10)において、 $A=0.03$ ,  $b=0.01$ ,  $\omega=28.6\pi$ , とした。また、あらかじめこの翼型で非粘性流体計算を行い、流れ場を取得する。その流れ場を平均流れ成分  $\bar{Q}$  として時間更新しない。主流の擾乱成分は全てゼロとして、後縁に配置した音源に由来する変動成分のみ時間更新を行う。計算格子を図 10 に示す。急峻な流れが発生する翼前縁と、音響計算で細かい格子が必要になる翼後縁に格子寄せて作成した。

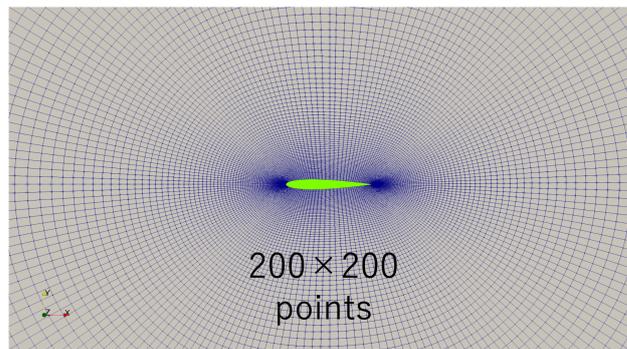


Fig.10 Grid around NACA0012

次に、平均流れ場として作用させる圧力分布を図 11 に示す。翼前縁の淀み点では高圧となっており、そこから翼上面に行くに従って圧力の低下が確認できる。後縁部分でも高圧な部分がある。そのため、特に翼上面側の圧力勾配がおおきく加速されている。また後縁付近では上下面の流れが合流し淀んでいる。

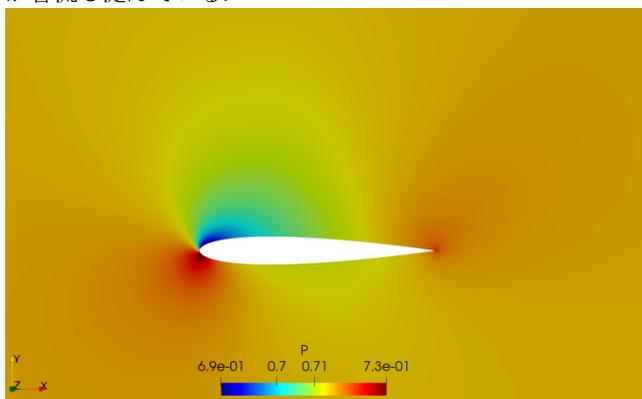


Fig.11 Average flow around NACA0012

音源  $S$  を作用させた  $time = 3$  における圧力擾乱の分布を図 12 に示す。翼後縁部における X 方向速度  $u'$  の分布を図 13 に示す。

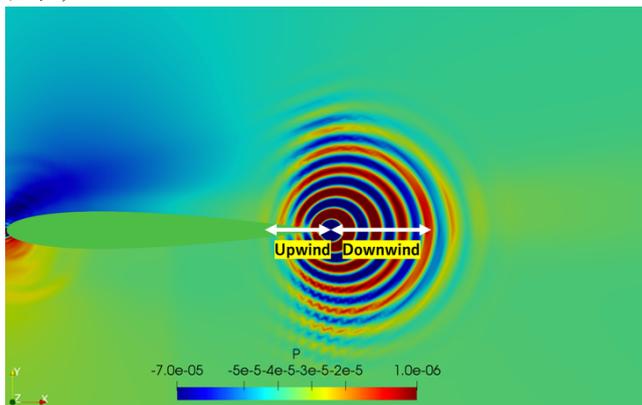


Fig.12 Pressure disturbance around NACA 0012

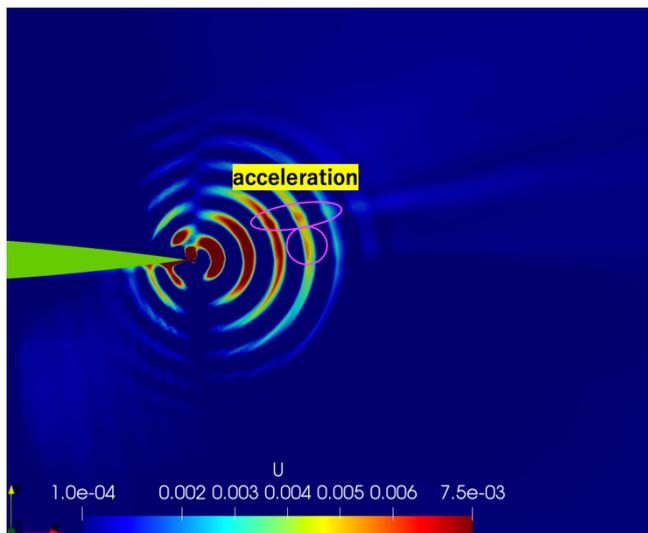


Fig.13 X direction velocity disturbance around NACA 0012

翼後縁の流れに音源から発生した音波が影響を受けて円の上部分がやや高圧になっている様子が見て取れる。図 13 において紫の部分で平均流によって加速されているのが見て取れる。この現象は式 (11) に示す  $u_k$  の部分で平均流の影響を擾乱に反映した結果である。また、図 12 で音源によって与えられた音波が同心円状に広がらずに、やや風下側に大きく広がっていることから、平均流の影響を受けながら領域内を伝播しているといえる。

#### 4. 結論

本研究では機体騒音低減を目指した航空機まわりの音響解析コード開発を行った。まず、単極子音源を用いた音響計算を行い、圧力擾乱が移流されつつ伝播していく様子が確認できた。また、吸収領域(Sponge-region)の有効性も確認した。次に、円柱まわりでの音響計算において放射音強度を用いて厳密解と比較検証を行い、差分スキームで計算を行っているものに比べて格子点数をやや多めにとることで、厳密解とほぼ同等の値を計算によって算出できると実証できた。そして、NACA 翼での計算では、一様流ではない平均流れ場による影響を加味した音響計算もこのコードで行えることを示した。

格子をある程度増やしても高精度差分の座標変換のため演算量を考えると、はるかに低計算コストと言えるのは明らかである。本計算はワークステーションレベルでも音響計算を十分に行えることを実証した。

#### 文献

- [1] 一般財団法人 日本航空機開発協会 “民間航空機に関する市場予測 2019-2038”, 2019 年 3 月.
- [2] 山本一臣, “航空機設計における CFD の現状と将来展望”, サイエンティフィック・システム研究会 HPC フォーラム, 2006.
- [3] Howe, M. S., 空気音響力学-渦音の理論, 共同出版株式会社, 2015 年.
- [4] Curle, N., “The Influence of Solid Boundaries upon Aerodynamic Sound”, Proc. Royal Soc. Lond. A, 231 (1955), pp. 504-514.
- [5] Manoha, E., Guenanff, R., Redonnet, S. and Terracol, M., “Acoustic Scattering from Complex Geometries”, AIAA Paper 2004-2938, 2004.
- [6] Bailly, C. and Juve, D., “A Stochastic Approach to Compute Subsonic Noise Using Linearized Euler’s Equations”, AIAA Paper 99-1872, 1999.

- [7] Christopher, K. W. T. and Jay, C. W., “Dispersion-Relation-Preserving Finite Difference Schemes for Computational Acoustics”, *Journal of Computational Physics*, 107 (1993), pp.262-281.
- [8] Tam, C. K. W. and Hardin, J. C., “Second Computational Aeroacoustics (CAA) Workshop on Benchmark Problems”, NASA Conference Publication, 3352, 1997.
- [9] Fourth Computational Aeroacoustics (CAA) Workshop on Benchmark Problems, <http://www.math.fsu.edu/caa4/>
- [10] Mattias, B., Lars-Erik, E., and Lars, D., “Acoustic Source Terms for the Linear Euler Equations on Conservative Form”, AIAA Paper 2002-2582, 2002.
- [11] Mojtaba, D. M. and Ramin, R., “Numerical evaluation of passive control of shock wave/boundary layer interaction on NACA0012 airfoil using jagged wall”, *Acta Mechanica Sinica*, 32 (5) (2016), pp.792-804.
- [12] Colonius, T., Lele, S. K., and Moin, P., “Boundary Conditions for Direct Computation of Aerodynamic Sound Generation”, *AIAA Journal*, Vol.31, 1993, pp. 1574-1582.
- [13] 麻生茂, 川添博光, 澤田恵介, “圧縮性流体力学”, 日本航空宇宙学会, 丸善出版, 2015 年
- [14] X. D. Liu, S. Osher and T. Chen, “Weighted Essentially Nonoscillatory Schemes”, *Journal of Computational Physics*, 115, (1994), pp. 200-212.
- [15] S. Gottlieb and C. W. Shu, “Total Variation Diminishing Runge- Kutta Schemes”, ICASE Report No. 96-50, 1996.
- [16] Colonius, T., Lele, S. K. and Moin, P.” Boundary Conditions for Direct Computation of Aerodynamic Sound Generation”, *AIAA J.*, pp. 1574-1582 , 1993.
- [17] 今村太郎, 雨宮和久, 榎本俊治, 山本一臣, “線形オイラー方程式解析コードの構築と複雑形状への適用”, 日本航空宇宙学会論文集, 53, 621(2005), pp. 452-460.