ミニゲームにおけるゲーム理論的分析

～マリオパーティー10 のミニゲーム編～

1210471　多田　優貴

高知工科大学　経済・マネジメント学群

1.　要旨

この論文は、私がふとした瞬間に気づいた、とあるミニゲームをゲーム理論的に解くことができないか考察したものである。

研究対象のミニゲームには様々な決まりがあるが、その中でも特に重要な決まりが存在する。

また、このミニゲームには現実世界にも類似した状況があるといえ、立地ゲームとして解釈可能である。一次元の立地ゲームは、双方のプレーヤーが中央に立地することが知られている。しかし、このミニゲームは二次元であり、なおかつプレーヤーも 2 人ではなく 4 人と多く、現実の状況により近いといえる。

研究対象は数理モデルを用いて説明される。そして、純粋戦略ナッシュ均衡と混合戦略ナッシュ均衡を求める。二つの均衡を求めることで、

純粋戦略ナッシュ均衡は、利得表を描き最適反応がある組を求めることで算出することができる。

混合戦略ナッシュ均衡は、まず期待利得を計算しそれをもとに連立方程式をたてて、それを解くことで求まる。

また、発展事項として利得の最大の値が大きくなると、各プレーヤーの 1 や 2 を選択する確率がどう変化するのかも調査した。

2.　経緯

私が大学 2 回生のとき、マリオパーティー10 を友人とプレイしていた。そのプレイ中にあるミニゲームを見た同期が「このミニゲーム、ゲーム理論で分析できると違う?」と発言した。私はそれを聞いて、「あ! なるほど。」と思い、この内容はプロジェクト研究として相応しいものではないかと考え、今回の研究に至った。

3.　意義

本研究の意義としては以下のものが挙げられる。

このミニゲームは、立地ゲームとして解釈することが可能である。2 次元の立地ゲームとして解釈することにより、現実における店舗や企業の出店競争を行う際の糸口になるのではないだろうか。

4.　研究対象の概要

前述したミニゲームがどのようなものか以下に記載する。

研究対象であるミニゲームを大まかに描いた図を以下に描いた(図 4-1)。

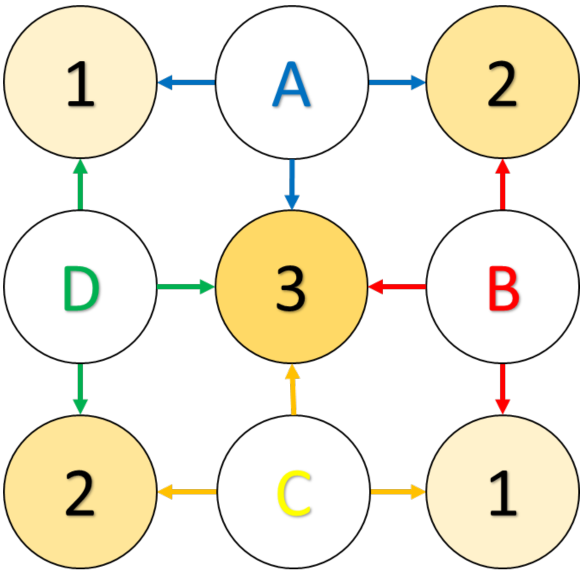

図 4-1

図 4-1 のアルファベットが各プレーヤーであり A, B, C, D の 4 人のプレーヤーが存在する。そして各数字が利得であり、各プレーヤーは各数字のどれか 1 つに矢印の向きに従って移動できる。そして移動先の数字である利得を獲得できる。

また、戦略を選択する際、短い制限時間が存在しその時間内に戦略を選択する必要がある。もし、それができなければ

移動できないことになり何の利得も獲得することができない。

このゲームは非協力ゲームである。なお、このゲームは先述したとおり、各プレーヤーが制限時間内に選択をするというものだが、先に選択したプレーヤーの戦略は分からないため、同時手番であるとみなせる。

無論、各プレーヤーは合理的な選択をとるものと仮定する。ここでいう合理的な選択とは自分自身の利得が最大になるような選択のことである。各プレーヤーは戦略を選択する際、けっしてランダムに選択することはなく、他のプレーヤーが別の人に変わってもそれにともない戦略を変更したりはしない。

そして、このゲームのキモとなる決まりがある。プレーヤーどうしがぶつかってしまうとぶつかったプレーヤー全員の獲得できる利得が 0 になってしまうという決まりである。

この厄介な決まりのおかげで全員が何も考えずに 3 を選択するということが極めて小さくなり、かけひきもとい心理戦が発生することになる。

5.　研究方法

数理モデルを使って分析する。純粋戦略ナッシュ均衡および混合戦略ナッシュ均衡を求める。

また、利得の最大の値が大きくなると各プレーヤーの 1 や 2 を選択する確率がどのように変化するのかも調査する。

純粋戦略ナッシュ均衡を求める際には、利得表を描き、各プレーヤーの最適反応を求める。全てのプレーヤーの最適反応がある組み合わせが、このゲームの純粋戦略ナッシュ均衡である。

混合戦略ナッシュ均衡を求める際には、まず、各プレーヤーの戦略である 3 パターンの期待利得をプレーヤーの人数分、つまり 4 人分求めなければならない。最終的に 12 個の期待利得を求めることができる。その際に、各プレーヤーが 3 個の戦略を選択する確率を文字としておく必要がある。例えば、プレーヤーA が 1 を選択する確率を a1、2 を選択する確率を a2、3 を選択する確率は、全体から 1 と 2 を選択する確率を差っ引いたものなので 1-a1-a2 とおける。残りの 3 人のプレーヤーも同様におく。合計 8 個の文字を使用する。

次に、各プレーヤーの各戦略における期待利得を計算する。合計 12 個の期待利得が求められる。

次に、先ほど求めた 12 個の期待利得から、連立方程式をたててそれを解くことで混合戦略ナッシュ均衡を求める。求める手立てとして、MATLAB というソフトの fsolve という関数を用いた。ちなみに fsolve 関数は非線形連立方程式の解を探索する関数である。

利得の最大の値が大きくなると選択する確率がどう変化するのかも、先ほどと同様に MATLAB で調査し、それを示すグラフも掲示する。

6.　結果

純粋戦略ナッシュ均衡を求める際に使用した利得表を以下に示す(表 6-1)。純粋戦略ナッシュ均衡は、表 6-1 の色が塗られている枠の戦略の組である。合計 8 個の純粋戦略ナッシュ均衡が存在する。

表 6-1 の純粋戦略ナッシュ均衡を確認すると、戦略 3 と戦略 1 を選択するプレーヤーが 1 人ずつ、戦略 2 を選択するプレーヤーが 2 人おり、それらの組み合わせによってこの均衡は成り立っている。

表 6-1

		C1			C2			C3		
		D1	D2	D3	D1	D2	D3	D1	D2	D3
A1	B1	0000	1002	1003	0120	1100	1123	0130	1132	1100
	B2	0210	1212	1213	0220	1200	1223	0230	1232	1200
	B3	0310	1312	1010	0320	1300	1020	0000	1002	1000
A2	B1	2001	2002	2003	2121	2100	2123	2131	2132	2100
	B2	0011	0012	0013	0021	0000	0023	0031	0032	0000
	B3	2311	2312	2010	2321	2300	2020	2001	2002	2000
A3	B1	3001	3002	0000	3121	3100	0120	0101	0102	0100
	B2	3211	3212	0210	3221	3200	0220	0201	0202	0200
	B3	0011	0012	0010	0021	0000	0020	0001	0002	0000

次に、混合戦略ナッシュ均衡を求める。

まず、各プレーヤーの各戦略における期待利得を以下に記す。

A が 1 を選ぶときの期待利得 = 1 − $d1$

A が 2 を選ぶときの期待利得 = 2（1 − $b2$）

A が 3 を選ぶときの期待利得

= 3（$b1$ + $b2$）（$c1$ + $c2$）（$d1$ + $d2$）

B が 1 を選ぶときの期待利得 = 1 − $c1$

B が 2 を選ぶときの期待利得 = 2（1 − $a2$）

B が 3 を選ぶときの期待利得

= 3（$a1$ + $a2$）（$c1$ + $c2$）（$d1$ + $d2$）

C が 1 を選ぶときの期待利得 = 1 − $b1$

C が 2 を選ぶときの期待利得 = 2（1 − $d2$）

C が 3 を選ぶときの期待利得

= 3（$a1$ + $a2$）（$b1$ + $b2$）（$d1$ + $d2$）

D が 1 を選ぶときの期待利得 = 1 − $a1$

D が 2 を選ぶときの期待利得 = 2（1 − $c2$）

D が 3 を選ぶときの期待利得

= 3（$a1$ + $a2$）（$b1$ + $b2$）（$c1$ + $c2$）

次に、混合戦略ナッシュ均衡を求めるため、以上を非線形連立方程式とする。

$$
\left\{
\begin{aligned}
&1-d_1 = 2\,(1-b_2) \\
&1-d_1 = 3\,(b_1+b_2)\,(c_1+c_2)\,(d_1+d_2) \\
&1-c_1 = 2\,(1-a_2) \\
&1-c_1 = 3\,(a_1+a_2)\,(c_1+c_2)\,(d_1+d_2) \\
&1-b_1 = 2\,(1-d_2) \\
&1-b_1 = 3\,(a_1+a_2)\,(b_1+b_2)\,(d_1+d_2) \\
&1-a_1 = 2\,(1-c_2) \\
&1-a_1 = 3\,(a_1+a_2)\,(b_1+b_2)\,(c_1+c_2)
\end{aligned}
\right.
$$

そして、以上の連立方程式の解を MATLAB の fsolve 関数で求めた結果、以下のようになった。

a1、b1、c1、d1 が 0.11111…、つまり 1/9 になり、a2、b2、c2、d2 が 0.55555…、つまり 5/9 になった。

まとめると、各プレーヤーが 1 を選択する確率は 1/9、各プレーヤーが 2 を選択する確率は 5/9、そして、各プレーヤーが 3 を選択する確率は 1 − 1/9 − 5/9 = 1/3 となった。これがこのミニゲームにおける混合戦略ナッシュ均衡である。

7.　考察

まず、このミニゲームにはすべてのプレーヤーに対して対称性があるので、すべてのプレーヤーが 1 を選択する確率や 2 を選択する確率が等しくなると想定できたが、想定したとおりの結果になった。

次に、混合戦略ナッシュ均衡をみると、プレーヤーが戦略 2 を選択する確率 5/9 であるのに対し、戦略 3 を選択する確率は 1/3 と小さい。他プレーヤー全員が 3 を選択しなかった場合、自身は戦略 3 を選択するほうが、2 よりも獲得できる利得が大きい。にもかかわらず、2 よりも小さい確率ということは、他プレーヤーに妨害されるリスクが大きいわりには、獲得できる利得であるリターンが小さいということになる。

戦略 2 の場合はその逆で、プレーヤーが選択できる戦略の確率の中では最も高く、リスクのわりにリターンが大きいことを示している。

選択できる利得の中で最大(今回の場合は 3)の値が変化するにつれて、各プレーヤーの 1 や 2 を選択する確率がどう変化するのか調べた。ここで最大利得の値を k とおく(図 7-1)。ただし、k ＞ 2 とする。

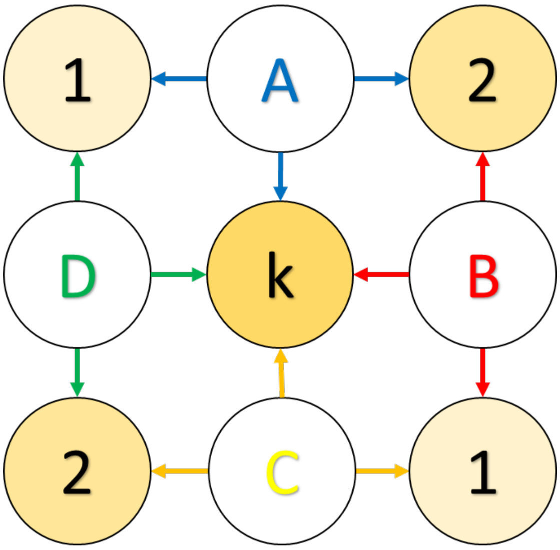

図 7-1

以下に、k の値が 2 から 8 まで変化するとき、各プレーヤーの 1 や 2 を選択する確率がどのように変化するのか表したグラフを示す(図 7-2)。

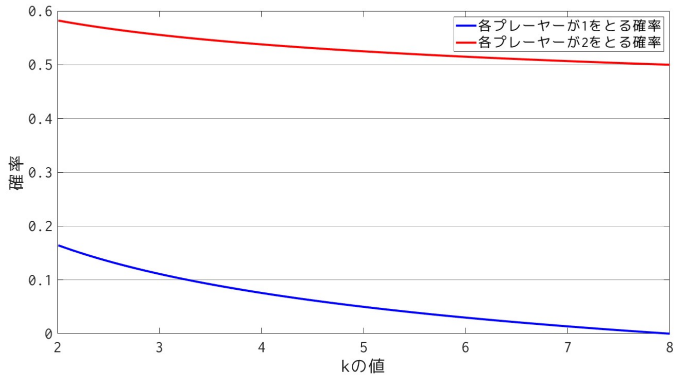

図 7-2

図 7-2 をみると、k の値が大きくなるにつれ各プレーヤーが 1 や 2 を選択する確率は減少傾向にある。

そして、各プレーヤーが 1 を選択する確率は、k の値が大きくなるにつれ 0 に収束することがわかる。これは、k の値が大きくなると、戦略 1 を選択することはリスクのわりにリターンが小さくなってしまうので 1 を選択する確率は小さくなるということである。

また、各プレーヤーが 2 を選択する確率は、k の値が 8 に近づいても 0.5 を下回らないこともわかる。これは、k の値が大きくなると、戦略 2 を選択することはリスクのわりにリターンが小さくなってしまうので 2 を選択する確率は小さくなるが、2 を選択するインセンティブは 1 のそれよりもはるかに大きいということである。

k の値が大きくなっても、戦略 2 を選択する確率から、各プレーヤーの戦略 2 に対する比重は戦略 1 と比較すれば大きいといえる。

謝辞

本論文の執筆にあたり、多くの方々からご支援、ご助力をいただいた。

本研究の際、お忙しい中ご指導してくださった上條教授と岡野講師にこの場を借りて感謝の意を申し上げる。

そして、今回の研究のきっかけとなった発言をしてくれた同期の宮地さんには多大なる感謝の気持ちを表明させていただきたい。